

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR L'ÉLASTICITÉ DES MÉTAUX.

Recherches expérimentales

sur l'élasticité des métaux,

faites

à l'observatoire physique central de Russie

par

A. T. KUPFFER,

Directeur de l'observatoire physique central et membre de l'Académie des Sciences de St.-Pétersbourg

et imprimées par ordre de l'Administration des Mines.

TOME I.

(AVEC 9 PLANCHES LITHOGRAPHIÉES.)

ST.-PÉTERSBOURG.

IMPRIMERIE D'ALEXANDRE IACOBSON.

1860.

PRÉFACE.

Le premier article des règlemens de l'observatoire physique central impose au directeur de cet établissement deux devoirs distincts, dont le premier consiste à avancer les sciences physiques en général par des expériences et observations faites sur une grande échelle, pour lesquelles les cabinets de physique ordinaires ne fourniraient pas de moyens suffisans, — le second à observer et étudier spécialement les phénomènes physiques de la Russie sur un grand nombre de points disseminés dans l'Empire. Dans le compte-rendu, que j'ai l'honneur de présenter annuellement à S. Ex. Mr. le Ministre des finances, la double marche de mes occupations se trouve distinctement tracée, et il est toujours composé de deux parties, dont la première comprend les expériences faites à l'observatoire physique central même, et la seconde les observations magnétiques et météorologiques faites à l'observatoire magnétique de St.-Pétersbourg et aux observatoires magnétiques et stations météorologiques de l'Intérieur, qui en dépendent.

Comme objet des recherches faites à l'observatoire même, j'ai choisi une branche de la physique, qui est intimément liée aux études de l'ingénieur des mines, c'est l'élasticité des métaux ou leur résistance aux forces extérieures dans les limites de l'élasticité; j'espère, qu'en faisant ce choix, l'observatoire physique pourra un jour payer par ses travaux, à cause de leur importance

pratique, les sacrifices considérables, qui lui ont été faites par l'administration des mines.

M'étant occupé de cet objet dès l'époque de la fondation de l'observatoire, c'est-à-dire depuis dix ans à peu près, j'ai accumulé un grand nombre de matériaux, dont la première partie est offerte dans ce volume aux physiciens et aux ingénieurs. Cette première partie comprend l'étude expérimentale de la flexion, et des oscillations transversales des lames élastiques; cette étude a été faite dans un but général, pour mettre en évidence les propriétés élastiques des métaux, quelque soit leur origine; l'abondance des matériaux tirés des usines russes m'a forcé de les réunir dans un deuxième volume, qui suivra le premier, aussitôt qu'il sera entièrement achevé. Un troisième volume enfin traitera de la torsion et des oscillations tournantes que la torsion engendre. J'espère, que nous arriverons ainsi peu à peu à la résistance des matériaux hors de leur limite d'élasticité, jusqu'à la rupture.

Muni par la libéralité de l'administration des mines de moyens comme peu de physiciens en disposent, j'ai tâché de faire de l'élasticité, c'est-à-dire de la propriété la plus importante des métaux, un objet d'explorations rigoureusement scientifiques et de fournir au métallurgiste un moyen exacte de mesurer la valeur des améliorations, qu'il a introduites dans ses procédés. Car l'élasticité des métaux, c'est-à-dire, leur résistance dans les limites de l'élasticité, joue il me semble un rôle aussi important dans l'apprécation des matériaux, que leur résistance au delà de ces limites jusqu'à la rupture.

Je puis donc espérer, que mon travail ne sera pas seulement bien reçu par la science, mais aussi par les hommes pratiques.

Mon ouvrage est écrit en français, pourqu'il puisse être lu non seulement en Russie, mais aussi dans le reste de l'Europe.

Le premier volume sera terminé par des recherches sur l'influence de la température sur l'élasticité des métaux; ce travail a été entrepris par moi pour répondre à une question de prix de la société Royale de Goettingue, qui lui a

decerné une de ses couronnes; il a été imprimé en langue allemande, dans les mémoires de l'Académie Impériale de St.-Pétersbourg. J'ai extrait et traduit de ce memoire tout ce qui a rapport à l'action de la chaleur sur la durée des oscillations transversales des lames et verges élastiques; le reste paraîtra plus tard après avoir été complété par de nouvelles expériences; c'est dans un autre volume aussi, qu'on trouvera de nouvelles recherches relatives à l'influence de la chaleur sur la flexion et la torsion, recherches qui, à cause des difficultés qu'elles présentent, n'ont pas été terminées encore.

Toutes les valeurs, contenues dans mon travail, ont été exprimées en poids et mesures russes; il sera donc nécessaire, de donner au lecteur un aperçu du système métrologique de la Russie.

L'unité des mesures linéaires est la sagène (toise de Russie) égale à 7 pieds anglais. La sagène se partage en trois archines, mais cette mesure n'est guère employé dans les sciences; le pied, égal au pied anglais, se partage comme celui-ci en 12 pouces; le pouce a dix lignes. Comme la sagène est une unité trop grande pour les besoins de la science, on a adopté, dans le travail qui suit, le pouce comme unité, de sorte que, s'il n'y a pas d'autres indications, il est toujours sous-entendu qu'on parle de pouces.

L'unité de poids est la livre de Russie (monétaire et commerciale) égale à 409,512 grammes français. Si dans les indications, qui suivent, le poids n'est pas expressément nommé, il est toujours sous-entendu que ce sont des livres ou des parties de la livre. Le pouce cube d'eau à la température normale de $13°\frac{1}{3}$ R. (*) et dans le vide pèse 0,0399762 de la livre russe; on a donc à fort peu de chose près:

Poids d'un pouce cube à la température de $13°\frac{1}{3}$ R. (ou $16\frac{2}{3}$ C.) et dans le vide = 0,04.

(*) Comme la mesure linéaire en Russie est la même que celle de l'Angleterre, on a été obligé d'adopter la même température normale, qui est de 62° Fahr. ou $13°\frac{1}{3}$ R.

Le kilogramme français est donc à peu de chose près égal à 2 livres et demie de Russie (*). Quarante livres font un poud, le poud est donc à peu de chose près égal à 16 kilogrammes.

Les mesures de capacité sont le védro et le tchetveric; le premier pour les liquides, le second pour les céréales. Le védro doit contenir 30 livres d'eau de la température de 13°$\frac{1}{3}$ R. et pesées dans le vide; le tchetveric doit en contenir 64; de là il suit, que le védro a une capacité de 750 pouces cubes et le tchetveric de 1600; (**) donc:

1 védro = 12,29 litres

1 tchetveric = 26,22 litres (***)

La mesure agraire est la dessiatine de 2400 sagènes carrées, c'est à fort peu de chose près un hectare français.

La mesure miliaire est la verste de 500 sagènes; c'est à peu de chose près égal à un kilomètre.

J'ai consacré une longue série d'années à l'étude de l'élasticité, et mes travaux ont été souvent interrompus par des absences de plusieurs mois, par les devoirs que la direction des observatoires magnétiques et météorologiques de l'Empire m'a imposés, par des indispositions et par un besoin irrécusable de repos. De là est arrivé, que les différentes parties de la tâche que je m'étais donnée ont été travaillées à des époques très différentes, à bâtons rompus, comme on dit; mes méthodes d'observation se sont peu à peu perfectionnées pendant le cours de mes recherches et je suis devenu, par un exercice progressif, plus habile et plus expérimenté; l'exactitude des résultats s'est accrue avec le temps: voilà pourquoi les différentes parties, dont se compose mon travail,

(*) Plus exactement à 2,442. Si une grande rigueur n'est pas exigée, le même rapport de 2 $\frac{1}{2}$ se rencontre aussi dans les mesures linéaires des deux pays, un pouce russe est à peu de chose près égal à 2$\frac{1}{2}$ centimètres de France (plus exactement à 2,540).

(** Plus exactement de 750,06 et 1601,22.

(***) On voit que le tchetveric est à peu près le double du védro, et que quatre tchetverics font à peu près un hectolitre.

n'offrent peut-être pas ce caractère d'ensemble, auquel on doit s'attendre dans un ouvrage, qui a été le fruit de tant d'années d'étude; quand je croyais avoir tout dit et tout fait, j'ai souvent trouvé qu'il y avait encore quelque chose à dire et à faire.

Cette circonstance, jointe à la diversité des matériaux que j'ai réunis dans cet ouvrage, m'a engagé à donner un resumé de tous mes travaux, que je n'ai pas mis à la fin de l'ouvrage, mais au commencement, sous le nom d'introduction, après la préface.

Dans ce résumé, les résultats de mes expériences ont été exprimés en parties du mètre et du gramme, pour que ces données puissent être introduites immédiatement dans la pratique qui, même chez nous en Russie, ne consulte jusqu'à présent que des ouvrages écrits en français ou en allemand, dans lesquels le mètre et le gramme sont généralement employés pour toutes les évaluations.

INTRODUCTION.

De toutes les propriétés physiques des corps, leur résistance aux forces extérieures, jusqu'à la rupture, est celle qui intéresse le plus le constructeur. Archimède a dit: «donnez-moi un point d'appui assez solide et je souleverai la terre sur ses gonds». La résistance des matériaux est effectivement la seule limite, que l'esprit humain est forcé de reconnaître dans ses projets, là où elle finit, l'application des forces de la nature pour satisfaire à nos besoins on à nos caprices finit aussi. Voilà pourquoi l'étude de la résistance des matériaux est si importante et forme le premier chapitre de l'art de l'ingénieur et l'introduction nécessaire à tous les traités concernant les constructions.

Malheureusement cette étude, qui de nos jours est devenue une science à part, est environnée de difficultés. Il semble au premier abord, que rien n'est si variable que la résistance des matériaux, et que le coëfficient de cette propriété des corps ne pourrait être déterminé exactement comme les coëfficients des autres propriétés physiques des mêmes corps. Les expériences, sur lesquelles cette étude repose, présentent des résultats trés différents selon les circonstances qui les accompagnent et dont l'influence n'a pas encore pu être appréciée exactement; et comme ces circonstances ne nous sont pas connues, ou ne sont pas en notre pouvoir, nous sommes obligés, de leur réserver de très larges limites dans nos devis.

Le besoin urgent d'appréciations, plus ou moins exactes, de la résistance des matériaux a forcé les constructeurs de s'occuper sans délai de cette question épineuse, sans

se demander, si elle a été suffisamment préparée par les physiciens; ils ont commencé cette étude par la fin au lieu de la commencer par le commencement. La résistance à la rupture est évidemment le dernier échélon d'une serie de phénomènes, qui commencent par la résistance à des forces très petites, résistance qu'on appelle élasticité; c'est par l'étude de la résistance des corps entre les limites de l'élasticité, qu'il aurait fallu commencer. Mais ne s'est on pas déjà assez occupé de l'élasticité? Les plus grands géomètres n'ont-ils pas travaillé à l'analyse de ces phénomènes? Oui, mais des expériences exactes, pour asseoir ces calculs sur une base solide, ont manqué; ont s'est surtout occupé des vibrations très rapides des corps sonores dont la durée relative ne peut être appreciée que par l'oreille, et encore avec une exactitude très douteuse et nullement comparable à celle qu'on peut exiger dans une matière aussi délicate; l'analyse la plus ingénieuse, les formules les plus savantes, n'ont pu être mises à l'épreuve d'expériences plus exactes (*). On verra dans le cours de cet ouvrage, que la formule d'Euler pour la durée des oscillations d'une lame élastique, identique avec toutes les formules déduites plus tard par une analyse plus savante, est loin de s'accorder avec l'expérience, lorsque les oscillations sont assez lentes, pour être distinguées par la vue et comptées: on ne s'est pas encore occupé, que je sache, de ce cas, le plus important de tous, parcequ'il nous offre le moyen le plus précis pour déterminer le coëfficient d'élasticité des corps solides.

L'importance de l'étude de la résistance des matériaux pour l'ingénieur ne commence pas seulement là, où cette résistance cesse, c'est à dire où il y a rupture. Il ne suffit pas, que la résistance des constructions soit assez grande, pourqu'aucune rupture ne soit à craindre, mais il est indispensable d'éviter tous les changemens de forme, qui dépassent les limites de l'élasticité; cas tout le monde sait, que ces déformations poussées trop loin, quoique la rupture ne s'en suive pas immédiatement, peuvent causer avec le temps tels changemens dans la nature des matériaux, que leur rupture peut devenir imminente après un ajournement plus ou moins long. L'étude de la résistance des matériaux et de leurs changemens de figure, qui ont lieu dans les limites de leur élasticité, par l'action des

(*) Les belles méthodes de M. Lissajou qui ouvrent un nouveau champ à l'observation des oscillations sonores, permettront peut-être une fois à remplir cette lacune par rapport aux oscillations extrêmement rapides.

forces extérieures, n'est donc nullement inutile à l'ingénieur. Cette étude présente encore l'immense avantage, qu'il peut en résulter des données très exactes, tandisque la rupture des matériaux paraît être soumise à des lois beaucoup moins rigoureuses. On croit ordinairement, qu'une grande exactitude dans la détermination des coëfficients d'élasticité ou de résistance est inutile, puisque dans la pratique on prend toujours les matériaux de construction trois fois plus forts que les limites de leur élasticité ou de leur résistance ne l'exigent; on ne réfléchit pas, qu'en multipliant par trois un coëfficient erroné, l'erreur en est aussi triplée. Une connaissance exacte de ces coëfficiens produira par conséquent une exactitude dans les devis, qui sera ordinairement accompagnée d'une réduction considérable; il n'y aura plus de tâtonnements, on ne sera plus obligé de mettre trop, de peur de mettre trop peu. Voilà ce qui devrait, il me semble, attirer sur cet objet l'attention du gouvernement et l'engager à mettre à la disposition de la science des moyens suffisans pour déterminer d'avance la résistance élastique de tous les matériaux qui entrent dans les constructions et qui, livrés au commerce par des fabriques différentes, présentent sous ce rapport des propriétés si différentes. Je suis persuadé, que ce travail aurait déjà été fait si l'on avait connu les méthodes si exactes, dont j'ai fait usage dans cet ouvrage; j'ai commencé un tel travail pour les productions de nos usines russes. Je crois, qu'un établissement spécial, consacré à des expériences sur la résistance des matériaux entre et hors des limites de l'élasticité; où l'on pourra mettre à l'épreuve les productions métalliques de toutes les usines du pays, avant et à mesure qu'elles sont livrées au commerce, ne présenterait pas seulement des données certaines pour la rectification des dévis de construction, mais contribuerait aussi puissamment au perfectionnement des méthodes de fabrication, puisque chaque fabricant désirera que ses productions fussent notées le plus haut possible. Rien n'entrâve les perfectionnements dans la fabrication des métaux, comme l'incertitude où le gouvernement ou le public se trouvent relativement à leur qualité, et si, à cause de cette incertitude, ils sont toujours taxés de la même manière, qu'ils soient bons ou mauvais. L'élévation des prix, que la confiance publique accorde à certaines usines anciennes et connues, n'a pas d'autre source que l'épreuve du temps, qui pourrait être considérablement abrégée par des expériences préliminaires.

Dans les corps solides, si l'on excepte le cas le plus simple, que l'expérience n'à pas encore atteint, c'est à dire celui, où le corps se trouve comprimé ou dilaté par une pression égale de tous les côtés, l'élasticité se manifeste de trois manières différentes; dans la dilatation longitudinale, dans la flexion et dans la torsion.

Lorsqu'un fil est allongé, il y a dilatation dans le sens de l'axe du fil et retrécissement dans le plan perpendiculaire à l'axe. L'expérience nous apprend que tant que l'allongement du fil ne dépasse pas les limites de l'élasticité (*), la densité du fil diminue; mais aussitôt que cette limite est depassée (dans ce cas l'allongement du fil devient permanent), la densité ne change plus. De là il suit, qu'entre les limites de l'élasticité, la diminution de la section du fil n'est pas proportionelle à son allongement, ce dernier est comparativement plus grand. D'après l'analyse de Poisson, la proportion dans laquelle la section diminue, n'est que la moitié de celle, dans laquelle la longueur du fil augmente; il existe même une expérience de Cagniard de la Tour qui démontre cette relation: mais une seule expérience n'est pas, il me semble, suffisante pour établir une loi aussi importante; aussi y-a-t-il discordance non seulement entre les résultats de l'expérience mais aussi entre les géomètres, qui ont traité cette question. Dans la flexion, l'axe du fil garde sa longueur, les sections restent perpendiculaires à cet axe; de là il suit, qu'une moitié du fil est dilatée, tandisque l'autre est comprimée; compression et dilatation concourent également à produire l'effet de l'élasticité.

Lorsqu'on fléchit une lame à section rectangulaire, ses côtés, dans le plan desquels la lame est courbée, ne restent plus parallèles, mais convergent vers le sommet de la courbure; par la contraction des fibres en dédans de la courbure et par leur dilatation du côté opposé et extérieur, la lame se creuse et sa section n'est plus un rectangle, mais un plan compris entre deux arcs concentriques, comme cela est représenté fig. 1 . Ces changemens dans la section de la lame sont peu sensibles dans les lames métalliques, à moins qu'elles ne soient très minces; mais dans des parallélépipèdes de caoutchouc il est facile de s'en apercevoir.

(*) Mr. le prof. Neumann à Königsberg m'a communiqué de fort belles expériences sur cet objet; je ne sais pas, s'il les a déjà publiées.

Dans la flexion, la dilatation est exactement compensée par la contraction, et la densité de la lame n'éprouve aucune variation. De là il suit que le plan neutre de la lame, qui n'éprouve aucune contraction ni dilatation, passe par son axe et partage la lame en deux moitiés égales. Des expériences très précises m'ont fait voir, que les sections des deux extrémités de la lame restent toujours perpendiculaires à son axe, d'où l'on peut déduire, que la réaction élastique de la lame, qui est proportionelle à la somme des dilatations et des compressions de ses parties, doit aussi être proportionelle à sa flexion, c'est à dire à l'angle compris entre ses deux sections extrêmes, auxquelles les forces fléchissantes sont appliquées. Les expériences consignées dans cet ouvrage offrent de nombreux exemples de cette proportionalité. Lorsqu'une lame (ou une verge) élastique est fixée dans son milieu et fléchie par deux poids égaux suspendus à ses deux extrémités libres et lorsqu'on désigne par:

δ sa dilatation élastique (*)

$2\,l$ sa longueur.

$2\,L$ la distance horizontale entre les deux extrémités de la lame fléchie.

p le poids suspendu à chacune de ces extrémités.

p' le poids de la lame

ϕ l'angle de flexion exprimé en minutes, on a

$$\delta = \frac{1}{6} \frac{\phi a b^3}{l . L . (\frac{3}{16} p' + p)} \cdot \text{tang. } 1'$$

Cette formule est la seule, qui donne la même valeur de δ pour toutes les expériences quelles que soient les valeurs de p et l, comme on peut voir par de nombreux exemples dans le cours de cet ouvrage; elle suppose, que $\frac{\phi}{L(\frac{3}{16} p' + p)}$ est une grandeur constante pour la même lame et pour la même longueur; ou bien que la flexion soit proportionelle au moment des poids, agissant sur les deux extrémités de la lame.

Lorsque la force, qui produit la flexion, est verticale, comme celle de la pesanteur, il est évident que la valeur de ϕ ne peut jamais atteindre la valeur de 90°; quoique la valeur de p n'ait pas de limites, celle de L diminue à mesure que la valeur de p aug-

(*) C'est l'allongement exprimé en millimètres d'un fil de 1m de longueur et de 1mm carré de section produit par la traction d'un kilogramme.

mente; il se pourrait donc, que la valeur de $L\left(\frac{1}{16}p' + p\right)$ ne puisse pas non plus dépasser une certaine limite. Aussi la formule ci-dessus est d'accord avec l'expérience jusqu'à une flexion de 20° à 30°; pour des flexions plus grandes elle n'a pu être mise à l'épreuve, par ce que les limites de l'élasticité des lames ne permettent pas d'aller plus loin, sans placer la lame dans des conditions tout-à-fait différentes, ou la casser entièrement.

L'introduction de l'angle de flexion dans les formules destinées à fournir la valeur de δ a de grands avantages, parcequ'on peut le déterminer avec une grande précision, en attachant aux deux extrémités de la lame des miroirs, dont les plans sont perpendiculiaires à son axe. Lorsqu'on dirige sur ces miroirs les lunettes de deux cercles verticaux, pour lesquelles la distance des fils croisés à l'objectif a été règlée de sorte que les fils croisés se trouvent placés dans le foyer principal de l'objectif, on voit dans leur champ non seulement les fils croisés mêmes, mais encore les images de fils croisés réfléchies par les miroirs: lorsque ces images coïncident avec les fils croisés mêmes, les axes optiques des lunettes sont perpendiculaires aux miroirs. L'inclinaison des miroirs sur l'horizon est donc donné par la lecture du cercle vertical, si le zéro de son cercle divisé est placé de sorte, que la lecture donne zéro, lorsque la lunette est verticale.

Cette méthode d'observation, dont est sorti le sextant, le goniomètre et le magnétomètre à reflexion, n'a été introduite que depuis peu en physique; voilà pourquoi les géomètres, qui ont traité de l'élasticité, ne se sont guère occupés des angles de flexion, mais presque seulement des dépressions des extrémités des lames: on appelle dépression la quantité dont, dans l'expérience précédente, les deux extrémités de la lame sont descendues verticalement. Si l'on désigne la dépression par d, on a

$$d = \tfrac{2}{3} L \text{ tang. } \phi.$$

Cette formule déduite par moi de l'expérience a été démontrée depuis longtemps par l'analyse. (*)

Lorsque la valeur de ϕ est encore petite, la valeur de tang. ϕ est proportionelle à

(*) Voyez Poisson Traité de mécanique.

φ, L est égal à l et reste constant, les valeurs de d et de φ ont donc une relation constante; lorsque la valeur de φ augmente, la valeur de tang φ augmente dans une plus grande proportion, tandis que la valeur de L diminue; il y a compensation et la valeur de d reste encore proportionelle à celle de φ. On peut donc mettre même pour des flexions assez grandes:

$$d = \tfrac{2}{3} \,.\, l \,.\, \varphi \,.\, \text{tang } 1'$$

ou bien

$$\varphi = \tfrac{3}{2} \cdot \frac{d}{l \text{ tang } 1'}$$

et notre formule deviendra:

$$\delta = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{d \,.\, ab^3}{l^3 \,.\, L(\tfrac{3}{16} p + p')}$$

Si les dépressions sont très petites, on a

$$\delta = \tfrac{1}{4} \, \frac{d \,.\, ab^3}{l^3 (\tfrac{3}{16} p' + p)}$$

Dans ce cas, on a aussi

$$\delta = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{d \, ab^3}{l^3 p}$$

si l'on déduit des valeurs de d la dépression initiale produite par le poids de la lame.

Pour une verge ou un cylindre à base circulaire, dont la longueur est beaucoup plus grande que le rayon ρ, on a

$$\delta' = \tfrac{1}{2} \rho^4 \cdot \frac{\varphi \text{ tang } 1'}{l \,.\, L(\tfrac{3}{16} p + p')}$$

ou bien pour de petites flexions

$$\delta' = \tfrac{3}{4} \, \frac{d \rho^4}{l^3 p}$$

où δ' est l'allongement qu'une verge d'un mêtre de longueur et de 1^{mm} de rayon éprouve par la traction d'un kilogramme, de sorte qu'on a:

$$\pi \,.\, \delta' = \delta$$

Ces formules sont basées sur la supposition, que les angles de flexion sont proportionels aux moments des forces, mais l'expérience nous apprend, que cette proportionalité cesse quelquefois d'être rigoureuse. Jacques Bernouilli et après lui tous les géomètres ont supposé que, comme cela est démontré par mes expériences, le moment de la force, qui tend de ramener en ligne droite deux élémens consécutifs, est proportionel en chaque point de la courbe à l'angle de contingence ou en raison inverse du rayon de courbure (*),

(*) Comparez: Poisson Mémoire sur le mouvement des corps élastiques dans les Mémoires de l'Académie des Sc. de l'Institut de France. Tome VIII.

en admettant toutefois, comme une donnée de l'expérience: 1° qu'une droite tracée selon l'épaisseur de la lame et primitivement normale à ses deux faces opposées demeure encore perpendiculaire à sa courbure, dans toute l'étendue de la lame, après que la lame a été pliée (*) et 2°, que les forces longitudinales sont proportionelles aux dilatations et aux contractions des différens filets, dont la lame est composée. La première de ces suppositions peut être regardée comme rigoureuse pour les verges parfaitement élastiques (**), la 2-me est la loi fondamentale de l'élasticité et mérite sous ce point de vue une attention particulière. Cette loi, aï-je dit plus haut, n'est pas toujours tout-à-fait rigoureuse et les forces longitudinales dévéloppées par les dilatations et les contractions des filets, dont la verge se compose, ne sont pas quelquefois exactement proportionnelles à ces dilatations et à ces contractions.

Ces déviations de la loi fondamentale sont surtout remarquables dans la fonte, et il ne sera pas inutile de résumer en quelques mots les expériences, qui ont été faites par moi, pour éclarcir cet objet important. Une lame de fonte très douce de 51 pouces de longueur (voyez pag. 87) m'a donné successivement avec plusieurs charges différentes:

$\delta = 0,09280$ pour une charge de 0,4709 kil. (***)
$\delta = 0,09478$ » 0,8805
$\delta = 0,09781$ » 1,2900
$\delta = 0,10035$ » 1,7035.

Lorsqu'on divise la première valeur de δ dans les autres, on a successivement:

1,0211, — 1,054 — 1,0813

c'est-à-dire, les accroissements de la valeur de δ sont entr'eux à peu près comme les accroissemens des charges.

(*) Cette loi, qu'on a appelée une donnée de l'expérience, quoiqu'aucune expérience n'en avait encore prouvé l'exactitude, a été verifiée par moi pour les extrémités d'une verge par une méthode très précise, qui aurait rendu sensible la moindre déviation.

(**) Pour les verges imparfaitement élastiques, on n'a qu'à déduire la flexion permanent de la flexion totale, pour faire rentrer ce cas dans le cas d'une parfaite élasticité.

(***) C'était la valeur de $\left(\frac{3}{16}p' + p\right)$.

Les résultats de Hodgkinson obtenus par la traction d'une barre de 15^m de longueur sont contenus dans le tableau suivant: (*)

Charges kil.	Allonge-ments.	Accroisse-ments.
1,11	0,10254	
1,48	0,10707	0,00453
2,96	0,11006	0,00742
4,44	0,11505	0,01251
5,92	0,12087	0,01833
7,40	0,12790	0,02536
8,88	0,13585	0,03331
10,39	0,14907	0,03653

Cette propriété de la fonte, de s'écarter dans ses dilatations de la loi fondamentale de l'élasticité, est donc beaucoup plus manifeste encore dans le phenomène de la traction, ce qui est facile à comprendre, puisque dans la flexion la dilatation de la moitié des fibres est compensée par les contractions de l'autre moitié.

La rapidité, avec laquelle la dilatation élastique de la fonte augmente avec la charge, me semble prouver, que nous n'avons pas ici affaire à une autre loi des dilatations et des compressions, mais à une autre propriété des corps élastiques que quelques métaux seulement possèdent et qui cache la véritable loi. Nous allons, dans un autre volume de cet ouvrage, nous occuper avec plus de détail de cet objet.

Lorsque l'extrémité libre d'une lame élastique encastrée à l'autre extrémité est écartée de sa position d'équilibre, elle exécute, aussitôt qu'a cessé la force qui a produit sa flexion, une série d'oscillations transversales isochrones, dont la durée peut être observée plus ou moins exactement selon le nombre des oscillations, que la lame peut faire avant de s'arrêter. La première chose, qui frappe l'attention de l'observateur, c'est que dans les mêmes circonstances le nombre des oscillations, qu'une lame peut faire entre les

(*) voyez: Des diverses résistances et autres propriétés du la fonte de fer et de l'acier par G. H. Love Paris 1859.

mêmes élongations (*), dépend de la nature de la lame et a une valeur fort différente pour les différens métaux. Cette propriété des corps élastiques sera l'objet d'études spéciales dans un autre volume de cet ouvrage, j'en ferai abstraction dans ce qui suit, nous la reprendrons. quand nous étudierons les oscillations tournantes des fils élastiques qui, à cause de leur durée, offrent des données plus exactes.

Euler a été le premier, à ce que je crois, qui ait donné une formule pour déduire la valeur de δ de la durée des oscillations transversales des lames: soit T la durée de ces oscillations, on aura d'après lui

$$\frac{1}{\delta}=\frac{\pi^2 l^3 p}{ab^3 g T^2}$$

où l et p désignent la longueur et le poids de la lame, a et b sa largeur et son épaisseur et g la constante de la pesanteur terrestre.

Cette formule a été calculée pour le cas, où les oscillations sont très rapides, de sorte qu'elles ont la même durée, quelle que soit la direction de la pesanteur terrestre relativement à la direction de la lame. Dans ce cas il est impossible de compter les oscillations à la vue, il faut pour déterminer leur nombre se servir de moyens acoustiques, c'est-à-dire des appréciations plus ou moins incertaines de l'oreille. Une lame, qui est assez longue et assez mince, pour que ses oscillations transversales soient appréciables à la vue, oscille plus lentement, lorsque son extrémité libre est en haut que lorsqu'elle est en bas; la formule d'Euler n'est donc plus applicable directement.

Pour éliminer l'action de la pesanteur terrestre, on peut se servir du moyen suivant: on fixe la lame verticalement à une de ses extrémités, de sorte que l'extrémité libre puisse être successivement en haut et en bas. Soit E son moment élastique et S le moment de sa pesanteur; soit t_1 la durée de ses oscillations, lorsque l'extrémité libre est en haut. soit t cette durée, lorsque l'extrémité libre est en bas, soit enfin J' le moment d'inertie de cette lame, et g la constante de la pesanteur terrestre. Il est évident, que l'action de la pesanteur, qui est positive, lorsque l'extrémité libre est tournée en bas, devient néga-

(*) On appelle élongation le plus grand écart de l'extrémité de sa position d'équilibre; c'est la moitié de l'amplitude des oscillations.

tive, lorsque cette extrémité est tournée en haut. Nous aurons d'après une formule très connue de la mécanique

$$E + S = \frac{\pi^2 J'}{g t^2} \text{ et } E - S = \frac{\pi^2 J'}{g t_1^2}$$

et de là

$$2E = \frac{\pi^2 J'}{g} \cdot \left(\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t_1^2}\right) = \frac{\pi^2 J'}{g} \cdot \frac{(t_1^2 + t^2}{t_1^2 t^2}$$

$$2S = \frac{\pi^2 J'}{g} \cdot \left(\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}\right) = \frac{\pi^2 J'}{g} \cdot \frac{t_1^2 - t^2}{t_1^2 . t^2}$$

ou bien

$$\frac{E}{S} = \frac{t_1^2 + t^2}{t_1^2 - t^2}$$

Si l'on désigne par T et θ les durées des oscillations de la lame, qui auraient lieu, si elle était sollicitée seulement par l'élasticité ou seulement par la pesanteur terrestre, on a

$$T^2 = \frac{2 t_1^2 t^2}{t_1^2 + t^2}$$

$$\theta^2 = \frac{2 t_1^2 t^2}{t_1^2 - t^2}$$

et

$$\frac{\theta^2}{T^2} = \frac{t_1^2 + t^2}{t_1^2 - t^2}$$

Désignons par λ la longueur du pendule simple, dont les oscillations ont une durée égale à θ, nous aurons $\lambda = \frac{g \theta^2}{\pi^2}$

En substituant cette valeur dans la formule d'Euler, on a, après les réductions nécessaires:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{t_1^2 + t^2}{t_1^2 - t^2} \cdot \frac{l^3 . p}{a b^3 . \lambda} \text{ et comme } \lambda = \frac{2}{3}\, l \text{ et } J' = \frac{1}{3} l^2 p$$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{9}{2} \frac{J'}{a b^3} \cdot \frac{t_1^2 + t^2}{t_1^2 - t^2}$$

Cette formule est tout à fait générale et s'applique aussi bien au cas d'une simple lame, qu'à celui où, pour augmenter la durée des oscillations, on a fixé un poids à l'extrémité libre de la lame.

Mais les valeurs de δ trouvées avec cette formule ne s'accordent ni entre elles ni avec les valeurs trouvées par la flexion: elles sont toujours trop grandes, et la différence est d'autant plus considérable, que le poids attaché à l'extrémité libre de la lame est plus grand. Nous ne citerons qu'un seul exemple pour savoir jusqu'où peut aller le désaccord.

Si l'on calcule les expériences faites avec la lame d'acier № 5 et rapportées p. 196 et suiv., d'après la formule ci dessus, on trouve pour les différentes conditions, dans lesquelles la lame a été placée:

Lorsque la lame oscillait seule, $\delta = 0,0483084$.

Lorsqu'on avait attaché à l'extrémité libre de la lame

le poids $p' = 0$ kil.,742206	$\delta = 0,0499448$
$p' = 0,435889$	$\delta = 0,0493437$
$p' = 0,280593$	$\delta = 0,0491010$
$p' = 0,\ 80593$	$\delta = 0,0490561$
$p' = 0,436889$	$\delta = 0,0495406$
$p' = 0,742206$	$\delta = 0,0499935$
$p' = 1,35014$	$\delta = 0.0507186$
$p' = 0,742206$	$\delta = 0,0501500$
$p' = 0,435889$	$\delta = 0.0497510$
$p' = 1,66123$	$\delta = 0,05060590$
$p' = 2,56055$	$\delta = 0,0509458$
$p' = 3,80751$	$\delta = 0,0510155$

La flexion a donné $\delta = 0,0466339$

On voit que le désaccord devient d'autant plus frappant, que le poids attaché à l'extrémité libre de la lame est plus considérable.

La méthode ci-dessus proposée offre un moyen de déduire de l'observation même non seulement la valeur de T, mais aussi celle de θ: on a comme nous avons vu plus haut

$$\theta^2 = \frac{2\, t_1\, t^2}{t_1^2 - t_2}$$

Donc, si l'on désigne par σ la longueur du pendule simple, dont les oscillations ont une durée égale à la valeur de θ, déduite de l'observation, on a

$$\sigma = \frac{2g.t_1^2 t^2}{\pi^2(t_1^2 - t^2)}$$

Mais on a aussi, si l'on désigne (comme nous avons déjà fait plus haut) par λ la longueur calculée du pendule simple:

$$\lambda = \frac{J}{M}$$

où J et M désignent les moments d'inertie et de pesantenr calculés de la lame et des poids, qui sont attachés à son extrémité libre (s'il y en a).

Or, comme une lame élastique, munie ou non d'un poids à son extrémité libre, passe par différentes courbures, en oscillant autour de sa position d'équilibre, son moment d'inertie moyen doit différer de celui d'une lame qui resterait toujours droite; j'en ai conclu, que le moment d'inertie calculé J devait être multiplié par quelque fonction de $\frac{\lambda}{\sigma}$, pour en déduire la véritable valeur moyenne J' du moment d'inertie de la lame et du poids, qui y est attaché.

J'ai trouvé que cette fonction n'était autre que la racine carrée de $\frac{\lambda}{\sigma}$; ou bien qu'on a

$$\frac{1}{\delta} = \frac{9}{2} \frac{J}{ab^5} \cdot \frac{(t_1^2 + t^2)}{(t_1^2 - t^2)} \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$$

Si l'on appelle p' le poids attaché à l'extrémité libre de la lame, l' la distance de son centre de gravité à l'axe de rotation, q le moment d'inertie propre du poids, on a:

$$J = q + \tfrac{1}{3}\, l^2 p + l^2 . p'$$

$$M = \tfrac{1}{2}\, lp + l'p'$$

$$\lambda = \frac{J}{M}$$

$$\sigma = \frac{2g\, t_1^2 t^2}{\pi^2 (t_1^2 - t^2)}$$

En se servant de cette formule, on trouve pour la lame d'acier № 5.

Lorsque la lame oscillait sans poids — Valeurs de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$

	$\delta = 0{,}0473378$	1,020505

Après avoir attaché à l'extrémité libre de la lame un poids

$p' = 0{,}742206$	$\delta = 0{,}469742$	1,06324
$p' = 0\ 435889$	$\delta = 0{,}469048$	1,05200
$p' = 0{,}280593$	$\delta = 0{,}470860$	1,04277
$p' = 0{,}280593$	$\delta = 0{,}470750$	1,04029
$p' = 0{,}435889$	$\delta = 0{,}470167$	1,05368

$p' = 0{,}742206$	$\delta = \ 0{,}469537$	1,06474
$p' = \ 1{,}35014$	$\delta = \ 0{,}472231$	1,07402
$p' = 0{,}742206$	$\delta = \ 0{,}471144$	1,06443
$p' = 0{,}435889$	$\delta = 0{,}0472388$	1,05320
$p' = \ 1{,}66123$	$\delta = 0{,}0468859$	1,07934
$p' = \ 2{,}56055$	$\delta = 0{,}0465992$	1,09325?
$p' = \ 3{,}80751$	$\delta = 0{,}0470766$	1,08367

Les valeurs s'accordent aussi bien entr'elles qu'on a le droit de l'exiger, lorsqu'il s'agit d'établir une loi; leur moyenne est

0,04704509

Une autre série d'observations aussi nombreuses que les précédentes (voyez page 218) a donné

$$\delta = 0{,}0469383$$

La flexion a donné une valeur un peu moindre; mais l'accord est plus parfait pour d'autres lames comme on peut voir par la table suivante:

	Flexion	Oscillations transversales
Acier № 6	$\delta = 0{,}0474271$	0,0473814
Acier № 7	$\delta = 0{,}0468371$	0,0468680 etc.

Il serait inutille de citer un plus grand nombre d'exemples, puisque cet ouvrage en abonde.

La formule, que je viens de donner, offre des résultats d'autant plus exactes que les valeurs de t et de t_1 diffèrent davantage: voilà pourquoi les expériences faites sans avoir attaché un poids à l'extrémité libre de la lame ne donnent point des valeurs si exactes de δ, que lorsqu'il y a un poids et surtout lorsqu'il approche de la plus grande valeur qu'il puisse avoir, sans plier la lame, lorsque le poids est en haut.

Dans ce cas, c'est-à-dire lorsque $p' = 0$, on peut se servir de la transformation suivante de notre formule

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{2}\,\frac{\pi^2 l^3 p}{ab^3 g}\cdot\left(\frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_2}\right)\sqrt{\frac{\sigma}{\lambda}}\ (*)$$

*) On a effectivement $\frac{t_1^2 - t^2}{2 t_1^2\,{}^2} = \frac{g}{\pi^2 \sigma}$, $\frac{t_1^2 + t^2}{2 t_1^2 t^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t^2}\right)$, $\lambda = \frac{2}{3} l$. et $J = \frac{1}{3} l^3 . p$

On voit par ce qui précède, que la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ est un élément très important pour la détermination du coëfficient d'élasticité par des oscillations transversales et nous allons l'étudier avec plus de soin dans un autre volume de cet ouvrage. Dès à présent les expériences, communiquées dans celui-ci, établissent, que la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ augmente avec la valeur de p' (où du poids attaché à l'extrémité libre de la lame ou verge); mais aussitôt que $E - S = 0$, de sorte que la lame ne peut plus se tenir droite, et plie sous le poids, lorsque l'extrémité libre est en haut, la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ commence à diminuer. Dans ce cas on ne peut plus observer que les valeurs de t, parce que celles de t_1 sont devenues impossibles. On comprend facilement que, lorsque le poids attaché à l'extrémité libre et inférieure de la lame devient très grand, tandisque sa force élastique, restant toujours la même, est très petite comparée à la pesanteur terrestre, la lame élastique s'approche de plus en plus du pendule composé droit oscillant librement autour de son point de suspension.

Après avoir établi les méthodes, par le moyen desquelles j'ai pu déterminer le coëfficient d'élasticité des métaux avec une bien plus grande exactitude, qu'il n'a été possible jusqu'à présent, nous pouvons nous occuper des résultats généraux, que j'ai obtenus.

De nombreux exemples nous font voir, que le coefficient de dilatation élastique des métaux augmente, lorsque la densité diminue. J'en citerai quelques uns, pour mettre cette loi hors de doute.

FER.

a) Lames		δ	Densité.
Fer forgé suédois.	№10	0,0468477	7,8315
	№11	0,0470095	7,7913
Fer forgé anglais.	№ 9	0,0483585	7,7503
	№ 8	0,0494249	7,6411
Fer laminé en bandes	№13	0,0498990	7,6467
	№12	0,0499745	7,6432

		δ	Densité.	Rayons.
Tôle de fer				
dans le sens de la lamination.	№ 2	0,0567320	7,6763	
dans le sens perpendiculaire	№ 1	0,0522249	7,6775	
b) Verges ou fils				
Fil de fer.		0,050782	7,6620	2,8
Autre fil.		0,051384	7,5326	2,0

ACIER.

a) Lames				
Acier fondu doux.	№ 7	0,0468681	7,842	
Acier doux laminé	№ 5	0,0469383	7,835	
Acier fondu doux	№ 6	0,0473591	7,833	
Acier forgé anglais	№15	0,0474546	7,832	
	№14	0,0474100	7,835	
b) Verges ou fils				
Fil d'acier.	№ 4	0,0485249	7,7572	1,834
Fil anglais.	№10	0,0509003	7,6935	
Fil d'acier français	№ 2	0,0462796	7,8244	1,350
	№ 3	0,0495513	7,7679	2,504
	№ 4	0,0479569	7,7442	2,515
	№12	0,0486086	7,7212	0,724
	№15	0,0512484	7,6511	1,358

CUIVRE JAUNE.

a) Lames.			
Cuivre jaune fondu	№ 7	0,0978223	8,3089
martelé	№ 8	0,0860828	8,6045
laminé.	№ 9	0,089751	8,5746
Cuivre jaune fondu	№ 2	0,115992	8,2169
	№ 4	0,123280	8,2676

		δ	Densité.	Rayons.
Cuivre jaune laminé	№ 5	0,0927356	8,4465	
	№ 6	0,087560	8,4930	
Cuivre jaune martelé	№ 1	0,0888281	8,5600	
	№ 3	0,0902884	8,4970	
b) Verges.				
Fil de cuivre jaune		0,093371	8,3540	2,000
Autre fil, un peu plus fort.		0,087833	8,4760	

Le premier coup d'oeil jeté sur ce tableau nous apprend, que la dilatation élastique augmente, lorsque la densité diminue, ou, ce qui revient au même, que la force élastique augmente avec la densité. Le fer, l'acier en offrent des exemples nombreux; les expériences les plus concluantes sont celles, qui ont été faites avec les lames de cuivre jaune № 7, 8 et 9; ces lames ont été tirées du même morceau de cuivre jaune; № 7 a été laissé tel qu'il était; le № 8 a été fortement martelé, le № 9 laminé. On voit, que la lame de cuivre jaune fondu a présenté la densité la plus faible, le martelage a considérablement comprimé le métal, la lamination l'a également comprimé, mais pas tout à fait au même point que la martelage. Les densités de ces trois lames sont entr'elles comme 1 : 1,03558 : 1,03198 tandis que les forces élastiques sont entr'elles comme

$$1 : 1,1364 : 1,0898.$$

c'est-à-dire les forces élastiques sont entr'elles à peu près comme les cubes des densités, ou bien les dilatations élastiques linéaires se rapportent entr'elles inversément comme la 9-ième ou 10-ième puissance de la distance respective des molécules. Lorsqu'on compare le fer le plus dense (№10) au fer le moins dense (№12), on trouve le rapport 1:1,02464 entre les densités et 1 : 1,06674 entre les forces élastiques; l'acier fondu № 7 et le fil d'acier №15 donnent 1 : 1,0250 pour le premier rapport et 1 : 1,0935 pour le second. Les lames de cuivre jaune, tirées de différentes fabriques, présentent en général la même loi, mais comme elles sont peut-être d'une composition différente, on ne peut en tirer aucune conclusion exacte relativement au rapport entre la densité et la force élastique.

Ces données s'accordent toutes à établir, que la force élastique augmente dans une plus forte proportion, que la densité; mais il ne faut pas oublier, que les variations de la densité expriment la moyenne des variations de la distance entre les molécules dans toutes les directions, tandisque la force élastique a été mesurée dans une seule direction; et si par le laminage et par le martelage, les métaux sont plus comprimés dans une direction que dans toutes les autres, les variations de leur densité ne donnent pas une mesure des distances entre les molécules dans une certaine direction. Pour obtenir exactement le rapport entre la densité et la force élastique, il faudrait connaître pour chaque pièce métallique le coëfficient d'élasticité dans trois directions perpendiculaires entr'elles. Qu'il existe une différence entre les coëfficients d'élasticité pris dans des directions différentes, cela nons est prouvé par nos expériences avec la tôle de fer № 1 et 2; ces deux lames ont été coupées dans la même pièce, mais l'une parallèlement, l'autre perpendiculairement à la lamination. Deux lames de cuivre rouge ont montré la même différence selon les deux sens. Il paraît que la plus grande dureté, que présentent plusieurs métaux, après avoir été martelés ou laminés (*), est une conséquence de l'accroissement de la densité dans un seul sens: cette dureté se perd, après avoir chauffé la pièce j'usqu'au rouge et refroidi ensuite plus ou moins lentement, tandis qu'elle augmente, surtout dans l'acier, par un refroidissement brusque; la chaleur, en ramollissant les métaux, les rend sans doute plus homogènes et cette homogenéité se maintient dans un refroidissement lent, tandisque, par un refroidissement brusque et inégal, il s'établit au contraire des différences de densité considérables dans différentes directions. L'influence de la chaleur sur les forces élastiques des corps solides démontre également, que nous avons ici affaire à d'autres lois, que dans les gaz. Lorsqu'un gaz a été porté à une autre température, son élasticité suit toujours la même loi, et pour les mêmes variations dans la pression il y a aussi les mêmes variations dans le volume; mais les corps solides se comportent autrement, le coëfficient de dilatation élastique augmente avec la température. Pour le fer par exemple le coëfficient de dilatation élastique pris égal à l'unité augmente de 0,0003722 pour chaque degré octogésimal, tandisque son volume (pris aussi égal à l'unité) augmente

(*) Cette propriété de quelques métaux est désignée par l'adjectif écroui.

de 0,00003546, c'est à peu près 10 fois moins: pour l'argent les deux chiffres sont 0,000454 et 0,00005724, dont le premier est à peu près 8 fois autant que le second; pour le cuivre rouge on a 0,000446 et 0,0000515 c'est à peu près 9 fois autant; pour le cuivre jaune on a 0,000432 et 0,0000567; l'un est aussi à peu près 8 fois aussi grand que l'autre.

Lorsqu'on échauffe un fil ou une lame métallique à une température, qui approche de celle de l'incandescence, et les laisse refroidir ensuite, on trouve ordinairement, que leur force élastique a augmenté; on peut, en les chauffant à plusieurs reprises, donner aux lames une élasticité plus considérable qu'elles n'auraient sans cette opération préalable; le platine, l'acier, le cuivre jaune et le cuivre rouge ont surtout cette propriété. Lorsque la chaleur a été poussée jusqu'à l'incandescence, l'élasticité du cuivre rouge diminue de nouveau, mais celle du platine, du cuivre jaune et de l'acier augmente encore; le platine surtout jouit de cette propriété a un très haut degré, et jusqu'à des températures très hautes. En même temps les amplitudes des oscillations diminuent moins rapidement: cette différence devient surtout sensible, lorsque l'extrémité libre de la lame est en haut et lorsque le poids attaché à cette extrémité est aussi grand que possible, de sorte que les oscillations sont très lentes.

L'amplitude des oscillations des lames élastiques diminue par deux raisons différentes, premièrement par la résistance de l'air et ensuite par une propriété particulière aux corps élastiques, qui n'a pas encore été suffisamment étudiée. La résistance est la même, quelle que soit la substance, dont la lame oscillante est formée; cependant, la lame d'acier № 5 a fait 400 oscillations, tandis que la lame de fonte № 3 n'en a fait que 44 dans les mêmes circonstances et entre les mêmes élongations (voyez pag. 197 et 256). De là il suit, qu'il existe entre les molécules mêmes de la matière une certaine résistance contre leur déplacement, semblable dans son effet à la friction, qui diminue aussi les amplitudes des oscillations, sans en altèrer sensiblement la durée. L'isochronisme des oscillations transversales des lames élastiques est encore plus parfaite que l'isochronisme des oscillations du pendule, ce qui s'explique facilement par la proportionnalité rigoureuse et constante entre la force élastique, qui rammène la

lame à son état d'équilibre, et l'angle de flexion: mais nous verrons dans un autre volume de cet ouvrage, que les oscillations tournantes des fils élastiques ne sont cependant pas rigoureusement isochrones et que la déviation de l'isochronisme est très différente pour les différens métaux, dont le fil peut être fait; cela tient, je crois, à la même propriété de la matière, que nous avons signalée toute-à-l'heure. Cette nouvelle propriété des métaux, qui paraît être intimément liée à leur malléabilité, a été pendant longtemps l'objet principal de mes recherches, et j'en parlerai en détail dans une autre partie de cet ouvrage.

Tableau

DES VALEURS DE δ DÉTERMINÉES PAR LES EXPÉRIENCES EXPOSÉES DANS CET OUVRAGE.

δ désigne la dilatation élastique linéaire, c'est-à-dire l'allongement élastique exprimé en millimètres, d'un fil de 1^m de longueur et 1^{mm} carré de section, produit par la traction d'un kilogramme suspendu à son extrémité inférieure, son extrémité supérieure étant fixée.

		δ	Densité.
Cuivre jaune fondu	№ 2	0,115992	8,2169
	№ 4	0,123280	8,2676
	№ 7	0,0978223	8,3099
Cuivre jaune laminé	№ 5	0,0927356	8,4465
	№ 6	0,087560	8,4930
	№ 9	0,089751	8,5746
Cuivre jaune martelé	№ 1	0,0888281	8,5600
	№ 3	0,0902884	8,4970
	№ 8	0,0860828	8,6045
Fer forgé anglais	№ 8	0,0494249	7,6411
	№ 9	0,0483585	7,7503
Fer forgé suédois	№10	0,0468477	7,8315
	№11	0,0470095	7,7913
Fer laminé en bandes	№12	0,0499745	7,6432
	№13	0,0498990	7,6467
Tôle de fer			
dans le sens de la lamination	№2	0,0567320	7,6763
dans le sens perpendiculaire	№1	0,0522249	7,6775
Acier doux laminé	№ 5	0,0469383	7,835

Acier fondu doux	№ 6	0,0473591	7,833
	№ 7	0,0468681	7,842
Acier forgé anglais	№14	0,0474100	7,835
	№15	0,0474546	7,832
Acier de Remscheid.	№16	0,048617	7,8322
	№18	0,047254	7,8335
	№19	0,046623	7,8440
	№17	0,045782	7,8187
Étain anglais		0,19673	7,263
Aluminium		0,13940	2,739
Cuivre rouge fortement laminé		0,078213	8,907
mou (passé au rouge) . .		0,077093	8,930
Fonte douce	№ 3	0,0881083	7,1242
	№ 4	0,0888722	7,1302
Platine		0,0564671	21,122
Argent		0,126632	10,494
Or		0,132832	19,264
Zinc laminé belge.		0,099815	7,1517
Fil de cuivre jaune (ép. 4^{mm}).		0,093371	8,3540
Autre fil, un peu plus fort		0,087833	8,4760
Fil de fer (ép. 5^{mm},5).		0,050782	7,6620
Autre fil de fer (ép. 4^{mm},0)		0,051384	7,5326
Fil d'acier (ép. 3^{mm},5)		0,048525	7,7572
Fil de cuivre rouge (ép. 5^{mm},5) . . .		0,066937	8,9427
Autre fil de cuivre rouge (ép. 4^{mm}) . .		0,065017	8,9241
Verge de cuivre jaune (ép. 16^{mm},5). .		0,093855	8,3569

FLEXION DES LAMES ET VERGES ÉLASTIQUES.

NOTIONS ET EXPÉRIENCES PRÉLIMINAIRES.

Lorsqu'une lame ou une verge (*) élastique est fixée horizontalement à une extrémité, tandis que l'autre extrémité reste libre, celle-ci s'abaisse toujours plus ou moins, par l'effet de son propre poids, qui se met en équilibre avec l'élasticité de lame: la flexion devient encore plus grande, lorqu'on attache un poids à l'extrémité libre. On appelle *l'angle de flexion* (nous le désignerons toujours par ϕ), l'angle compris entre les tangentes menées aux deux extrémités de la lame; on appelle *dépression* la quantité, dont l'extrémité libre est abaissée audessous de l'extrémité encastrée, nous la désignerons par d.

Lorsque les deux extrémités d'une lame sont appuyées sur deux supports, qui sont placés exactement dans la même ligne horizontale, la lame fléchit aussi; sa plus grande dépression, qui a lieu au milieu, est égale à celle d'une lame encastrée par une de ses extrémités, dont la longueur est égale à la moitié de la lame appuyée sur les deux extrémités. Si l'on suspend un poids au milieu de la lame appuyée à ses deux extrémités, on produit

(*) On appelle *une lame* un parallélépipède, qui est beaucoup plus long que large, et beancoup plus large qu'épais. On appelle *axe longitudinal*, son axe le plus long, et on le désigne par l; on appelle *axe transversal*, l'axe, qui en donne la largeur, et on la désigne par a; on appelle aussi son axe d'épaisseur, l'axe, qui en donne l'épaisseur et on le désigne par b. C'est toujours l'axe l, qui subit la flexion principale, l'axe a subit aussi une légére flexion, comme nous allons voir plus tard, mais cette flexion est si faible, qu'elle est presque inappréciable; l'axe b reste toujours droit. Enfin, on appelle verge un cylindre à section circulaire, dont l'axe est très grand relativement à son rayon.

une dépression plus grande encore; cette dépression est la même, que celle produite par la moitié du poids suspendu à l'extrémité libre d'une lame encastrée à une extrémité, dont la longueur est égale à la moitié de celle de la lame appuyée à ses deux bouts. Il ne faut pas oublier ici, que la longueur de la lame appuyée aux deux extrémités, si les deux points d'appui sont fixes, s'augmente avec la dépression, tandis que la longueur d'une lame encastrée à une extrémité reste toujours la même.

On peut aussi fixer la lame à son milieu, c'est à dire, aux deux extrémités de son axe transversal *a* placé horizontalement, de sorte que les deux extrémités de la lame restent libres; on suspend alors deux poids égaux à ces deux extrémités: dans ce cas, la longueur de la lame reste toujours la même, ce qui simplifie beaucoup le calcul; voilà pourquoi dans les expériences suivantes, on a presqu' exclusivement employé des lames ainsi fixées.

Dans la flexion des lames élastiques, il se présente encore un phénomène, très digne de notre attention; ce phénomène n'est pas visible à l'oeil nu dans les lames métalliques, mais on l'observe facilement dans une lame de gomme élastique. Lorsqu'on courbe une telle lame, parfaitement paralléllépipédique tant qu'elle est droite, on remarque facilement, que ses plans latéraux (dont le plan est parallèle au plan, dans lequel la courbure se fait, ou bien à l'axe *l*), s'inclinent les uns sur les autres, de sorte, qu'ils ne restent plus parallèles, mais forment, suffisamment prolongés, un angle aigu du coté de la courbure c'est à dire au dessus de la lame. En même temps, la face supérieure de la lame(*) se creuse, tandisque la face inférieure forme une convexité. Les fig. 1 et 2 représentent cette lame et sa coupe dans ces deux cas; fig. 1 représente la lame droite, fig. 2 la lame courbée. Voici quelle est la raison de ce phénomène. Lorsqu'un corps solide élastique est dilaté dans une seule direction, il y a toujours compression dans le plan perpendiculaire à cette direction; s'il y a compression dans une seule direction, il y a dilatation dans le plan perpendiculaire. Prenez un fil métallique et allongez le par une force quelconque, qui agit dans le sens de la longueur du fil; le fil ne déviendra pas seulement plus long, mais il déviendra en même temps plus mince. Comprimez un cylindre solide dans le sens

(*) Il est supposé, que le milieu de la lame est fixé tandis que ses deux extrémités libres se sont courbées vers en bas.

de son axe, son diamètre s'accroîtra. Or, lorsqu'une lame se courbe dans le sens indiqué plus haut, les fibres qui sont plus près de sa face supérieure s'alongent, deviennent en même temps plus minces, et se rapprochent entre elles dans le sens perpendiculaire. Le contraire a lieu pour le fibres, qui sont plus rapprochées de la face inférieure de la lame. Les deux cotés de la lame doivent donc s'incliner l'un sur l'autre, la face supérieure former un creux, la face inférieure une convéxité, c'est comme si l'on soudait l'une sur l'autre deux plaques très minces de métaux différens, dont la dilatation par la chaleur est très différente; une telle plaque se courbe, lorsqu'on l'échauffe, du coté du métal le moins dilaté.

La force élastique de la lame fait équilibre au moment du poids de la lame ajouté au moment du poids qu'on a suspendu à l'extrémité libre, tous les deux rapportés aux point fixe; il est donc possible de déterminer la force élastique de la lame, si l'on connaît son angle de flexion, ou sa dépression, c'est à dire, la valeur de ϕ ou de d.

Le moment élastique de la lame est proportionnel à sa flexion, c'est à dire, à l'angle ϕ. Le rapport entre cet angle et le moment de la force est donc toujours constant pour la même lame. Comme nous ne considérons dans ce qui suit que le cas, où la lame est fléchie par l'effet de son propre poids et d'un poids suspendu à l'extrémité libre, le moment de ces deux poids sera toujours composé du moment du poids de la lame par rapport au point fixe (*) et du produit du poids suspendu dans la distance horizontale de ce poids au point fixe. Cette dernière distance, nous la désignerons toujours par L. Pour une lame fixée au milieu et chargée de poids aux deux extrémités, L sera égal à la moitié de la distance horizontale entre les deux points de suspension des poids.

(*) Le poids propre de la lame produit une flexion égale au $\frac{3}{8}$ de celle qui aurait lieu, si le même poids était suspendu à l'extrémité libre de la lame.

EXPÉRIENCES AVEC UNE VERGE, DONT UNE EXTRÉMITÉ EST ENCASTRÉE.

Soit ab (fig. 3) une verge droite élastique fixée horizontalement à l'extrémité a; chargeons l'extrémité b d'un poids p, de sorte que cette extrémité se trouve déprimée de la quantité $bb' = aa' = d$; nous supposerons aussi, pour plus de simplicité, que cette verge n'a point de poids propre, de sorte que, non chargée, elle prend une position parfaitement rectiligne et horizontale; soit $b'c$ une tangente à la courbe élastique ab' menée par le point b'; soit enfin ϕ l'angle compris entre cette tangente et la verge non chargée ab: cet angle, nous l'avons déjà appelé angle de flexion. On demande la relation qui existe entre la valeur de ϕ et de d.

Pour déterminer cette relation, je me suis servi d'une verge d'acier et de l'appareil, représenté fig. 4, 5 et 6. La verge avait environ 1 ligne de rayon et 39 pouces de longueur; il y avait un miroir fixé perpendiculairement à l'axe de la verge à chacune de ses extrémités, une de ses extrémités était encastrée horizontalement dans un étau A, muni de trois vis à caler; l'étau était placé sur une table très solide à trois pieds(*), et lesté suffisamment pour être presque parfaitement immobile. Par le moyen du niveau C, on donnait à l'extrémité encastrée de la verge une position parfaitement horizontale, mais comme ce niveau reposait d'un coté sur une partie de la verge, qui devait nécessairement descendre, lorsque l'extrémité D de la verge était fortement chargée, il était nécessaire de s'assurer encore par un autre moyen de la stabilité de l'étau: c'est pour cette raison qu'on avait fixé le miroir E (fig. 5) à l'extrémité encastrée de la verge; une lunette fixe, K, dirigée sur ce miroir, laissait voir dans son champ l'image réfléchie de l'échelle verticale HG(**), placée à une distance de 12 pieds environ du miroir: on faisait coincider le fil

(*) Cet appareil, qui a été employé souvent dans le cours de mes expériences, est représenté en entier par la fig. 11.

(**) Cette échelle a été représentée en face par la fig. 9a.

horizontal de la lunette avec un trait quelconque de l'image réfléchie de l'échelle: cette coïncidence cessait aussitôt que la position de l'extrémité encastrée de la verge avait subi le moindre changement.

Au commencement de l'expérience, l'extrémité libre de la verge s'appuye sur le support *F*, qu'on peut faire monter ou descendre par le moyen d'une vis micromètrique; la verge est ainsi maintenue dans une telle position, qu'elle forme une ligne droite et horizontale, comme cela est représenté par les fig. 5 et 6; le niveau *N*, placé sur l'extrémité de la verge, sert à vérifier cette position. On établit ensuite en face du miroir *D* (fig. 6) un cercle vertical dont on dirige la lunette sur le miroir, de sorte que l'axe optique de la lunette soit normal au plan du miroir. Dans cette position, les fils sroisés, tendus dans le foyer principal de la lunette, sont réfléchis par le miroir et il se forme dans le foyer principal une image de ces fils, qui coincide avec les fils croisés mêmes, si l'axe optique de la lunette est réellement normal au plan du miroir; pour que cette image réflechie soit très distincte, il faut changer les fils ordinaires de la lunette contre des fils plus gros, des fils de coton blanc par exemple, et faire une ouverture latérale dans le tuyeau de l'oculaire, pour que ces fils soient bien éclairés par le jour ou par une lampe. Un des cercles verticaux, qui ont été employés dans toutes nos expériences, est représenté fig. 7.

Si l'on enlève le support *F* et le niveau *N*, l'extrémité de la verge s'incline et le miroir prend la position représentée par la fig. 4; pour recevoir dans le champ de la lunette l'image réfléchie des fils croisés, il faut descendre le cercle vertical de toute la quantité, dont l'extrémité de la verge s'est abaissée, et tourner la lunette d'un certain angle: on fait coincider les fils croisés avec leur image réfléchie et on fait la lecture du cercle vertical; la différence de cette lecture et de celle, qu'on a faite, lorsque la verge était dans la position représentée fig. 5 et 6, donne l'angle compris entre les deux tangentes menées à l'extrémité de la verge dans ses deux positions, ou bien son angle de flexion. Il sentend de soi-même, que le cercle vertical doit avoir rigoureusement la même position dans les deux observations successives, ce qu'on obtient facilement par le moyen d'un niveau *V*, serré contre le sommet du cercle divisé, dont la bulle doit toujours rester à la même place pendant tout le cours des observations, (voyez fig. 7).

Pour pouvoir observer les flexions de la verge produites par un poids déterminé, on a accroché au point *p* de la verge, immédiatement derrière le miroir, un plateau de balance *M*, qu'on peut charger de poids; on voit dans la coupe transversale du crochet annulaire, que ce crochet serre la verge dans deux points opposés et placés sur la même ligne horizontale, passant par l'axe de la verge, entre deux pointes, qui laissent une marque sur la surface de la verge, de sorte qu'on peut facilement retrouver, après l'observation, le point de suspension du poids. Le point fixe de la verge, c'est à dire, le point, où son extrémité encastrée sort de l'étau, peut aussi être marqué par un instrument tranchant très effilé (un ciseau ou une pointe d'acier): on peut donc facilement déterminer la distance du point de suspension du poids à l'extrémité encastrée de la verge, aprés avoir sorti la verge de l'étau et ôté le miroir et le crochet avec le plateau.

La dépression de la verge est mesurée par l'échelle *N* (fig. 4.), divisée en pouces et lignes, et intercalée entre le crochet *p* et le plateau *M*. On dirige le microscope(*) d'un ca thétomètre sur le trait le plus bas de cette échelle (marqué d'un zéro), lorsque la verge est encore sans charge, et on fait coincider le fil horizontal du microscope avec ce trait; on met ensuite des poids dans le plateau *M*, jusqu'à ce que l'échelle soit abaissée exactement d'un pouce, c'est à dire, jusqu'à ce que le fil horizontal du microscope coïncide avec le second trait de l'échelle, marquée d'un 1, et ainsi de suite pour les hauteurs de 2, 3, 4 pouces. Comme l'échelle ne reste pas pendant cette opération sur la même ligne verticale, il est indispensable de tourner successivement le microscope autour de l'axe vertical du cathétomètre pour suivre le mouvement de l'échelle, et de s'assurer en même temps à chaque instant, que l'axe du microscope est toujours resté rigoureusement horizontal, ce qui sera facile de vérifier par le moyen du niveau *h* du microscope. Il est très important de

(*) Le cathétomètre, qui m'a servi dans ces expériences, n'a pas de lunette proprement dite, mais un microscope à micromètre; il n'a point d'échelle et son microscope est invariablement fixé sur l'axe vertical de l'instrument, de sorte qu'il reste toujours dans le même plan horizontal en tournant autour de l'axe vertical du cathétomètre. Cet appareil est représenté sur la IV-eme et V-eme planche fig. 14 à 16 des „Travaux de la Commission pour fixer les poids et mesures de Russie" publiés par moi en 1841. Comme cet ouvrage, qui n'a été distribué qu'en un petit nombre d'exemplaires, ne se trouve peut-être pas entre les mains du lecteur, j'ai donné dans la fig. 8, une nouvelle représentation de cet appareil, dans laquelle tous les détails inutiles à nôtre but ont eté omis.

faire ces expériences très rapidement, parceque la verge, soumise à des charges plus ou moins fortes, cède peu à peu, de sorte que la dépression produite par un poids déterminé s'augmente avec le temps et assez rapidement, lorsque la charge est forte: dans ce cas la verge ne revient plus à sa première position, lorsqu'on a ôté la charge. Pour éviter cette source d'erreur, on détermine par plusieurs essais préalables et rapidement exécutés la charge nécessaire pour produire une certaine dépression; on peut se servir du support *F* pour arrêter aussi vîte que possible les oscillations de la verge. Si, malgré ces précautions, l'extrémité de la verge, après avoir éprouvé une forte dépression, ne revient pas exactement à la même hauteur, on peut facilement déterminer ce qui y manque par le micromètre du cathétomètre, et retrancher cette valeur de la dépression observée.

Voici maintenant les observations mêmes:

Longueur de la verge du point de suspension jusqu'à l'extrémité encastrée l = 33,9532.

№ de l'observation.	Point de l'échelle N sur lequel le microscope du cathétomètre est dirigé. Pouces.	Poids suspendu à l'extrémite inf. de l'échelle *N*. Livres.	Lecture du cercle vertical.	Lecture de la lunette *K*.
1	0	0	71° 53′ 12″	0,0
	1,0	0,22726	69° 22′ 9″	0,25
2	0	0	71° 53′ 12″	0,0
	2,0	0,45617	66° 50′ 39″	0,5
3	0	0	71° 51′ 39″	0,0
	4,0	0,93175	61° 45′ 0″	1,0

Les lectures de la lunette *K* nous font voir, que l'appareil a fléchi un peu sous les fortes charges; mais il est facile de déterminer les erreurs produites par cette circonstance. La valeur de chaque partie de l'échelle, vue par reflexion par la lunette *K*, a été trouvée égale à 1′32″; nous aurons donc les corrections: 0,25 = 23″, 0,5 = 46″ et 1,0 = 1′32″,

à retrancher des lectures faites sur le cercle vertical. En même temps, l'extrémité chargée de la verge descend, par l'effet de l'inclinaison de l'appareil, d'une quantité égale au produit de sa longueur l et de la tangente de l'angle de flexion, ou bien de:

0,003786
0,007572
0,015144

valeurs, qu'ils faut retrancher des dépressions observées.

Aprés avoir appliqué ces corrections aux valeurs contenues dans le tableau précédent, on a:

Une flexion de		$2^\circ\ 30'\ 40''$	pour	une	dépression	de	0,996214
»	»	»	$5^\circ\ 1'\ 47''$	»	»	»	»	1,992428
»	»	»	$10^\circ\ 5'\ 7''$	»	»	»	»	3,984856

On voit par ce tableau que, dans les limites de nos observations, les flexions sont proportionnelles aux dépressions; on trouve par la combinaison des toutes les observations:

$$\phi = 151',75236 \,.\, d$$

$$\log. \frac{\phi}{d} = 2,18113$$

La sous-tangente de l'angle de flexion ou la ligne horizontale a'b' (fig. 3) peut être mesurée, en remplaçant l'échelle N par un fil de fer très délié, au bout du quel on suspend le plateau avec les poids, et en dirigeant sur ce fil un microscope micrométrique(*), qui glisse le long d'une division horizontale et parallèle au plan vertical, passant par la verge. Par le moyen de ce microscope, on mesure le déplacement bb'' (fig. 3) que le fil éprouve dans le sens horizontal, lorsque la verge passe de la position horizontale à une dépression quelconque. En retranchant la ligne bb'' de la longueur ab de la verge, on obtient visiblement la longueur $a'b'$, ou la sous-tangente de l'angle ϕ. Mes expériences m'ont donnée les valeurs suivantes:

(*) Le microscope micrométrique, que nous employerons encore souvent, a été représenté dans la fig. 11.

Dépression d.	Valeur observée de $b''b$.
1,7398	0,0732
2,3398	0,1555
3,7398	0,2764

On voit que la valeur de $b''b$, que nous désignerons par x, est à peu près proportionnelle au carré de la valeur de d; soit donc:

$$x = \alpha d + \beta^2.$$

La combinaison de la 1re et de la 3me observation donne immédiatement:

$$\log. \alpha = 8{,}15836 - 10,$$
$$\log. \beta = 8{,}20157 - 10,$$

les valeurs de α et β donnent pour la 2me observation.

$$x = 0{,}1589$$

au lieu de 0,1555; la différence est assez petite pour pouvoir admettre, que la formule est exacte dans les limites des observations. Maintenant, j'ai mesuré la dépression éprouvée par la verge, en passant de la position horizontale à la position qu'elle prend, n'étant chargée que de son propre poids, de celui du miroir et de l'échelle N (le poids du plateau a toujours été compris dans l'évaluation des charges indiquées dans notre premier tableau), j'ai trouvé qu'elle était égale à 1,4272; d'après les expériences précédentes, la flexion qui correspond à cette dépression, est égale à 3° 36',5. De là il suit, que la flexion totale de la verge, à partir de sa position horizontale, fut

de 6° 7',1 dans l'expérience № 1,
de 8° 38',3 » » № 2,
et de 13° 41',6 » » № 3,

et la dépression:

2,4234 dans l'expérience № 1,
3,4196 » » № 2,
5,4121 » » № 3.

Ces dernières valeurs substituées dans la formule:

$$x = \alpha d + \beta d^2$$

donnent successivement les valeurs de x correspandantes aux dépressions, et ces valeurs, retranchées de la longueur l de la verge, donnent les valeurs successives de L ou de la sous-tangente des angles de flexion. On obtient de cette manière les valeurs contenues dans la tableau suivant:

№	d.	ϕ	x	L.
0.	1,4272	3° 36,5	0,0530	33,9002
1.	2,4234	6° 7,1	0,1283	33,8249
2.	3,4196	8° 38,3	0,2350	33,7179
3.	5,4121	13° 41,6	0,5438	33,4094

De là, il est facile de trouver les valeurs de $a'c = L$ tg. ϕ (fig. 3), et de les comparer aux valeurs correspondantes de d. On aura:

$$d = \tfrac{2}{3} L. \text{ tang. } \phi \text{ (*)},$$

comme on peut voir dans le tableau suivant:

№	Valeur de $\frac{2}{3}$ L. tang. ϕ.	Valeur de d.	Différence.
0.	1,4258	1,4272	+ 0,0014
1.	2,4185	2,4234	+ 0,0049
2.	3,4156	3,4196	+ 0,0040
3.	5,4276	5,4121	— 0,0155

La dernière observation seule présente une divergence assez considérable, pour ne pas pouvoir être attribuée à une erreur d'observation; on peut l'expliquer ou par une erreur dans la détermination de x, dont la valeur dépasse déjà les limites pour lesquelles la formule empirique citée plus haut a été calculée, ou par les difficultés que présente l'observation de la valeur de ϕ pour de très grandes flexions, à cause de la rapidité avec

(*) Poisson est arrivé par l'analyse à la même équation; voyez son traité de Mécanique, 2me éd., tome I, pag. 642.

laquelle la verge prend un autre état d'équilibre ; une erreur de 1'5 serait suffisante, pour expliquer la différence entre le calcul et l'observation.

Si la propriété de la courbe élastique de la verge, dont nous venons de démontrer l'existence, ne se rapporte pas seulement au point, où elle a été chargée, mais à tous ses points, on peut la traduire par l'équation suivante:

$$y^3 = ax^2$$

en comptant les ordonnées du point fixe a, les x parallèlement aux dépressions, et les y parallèlement à la verge droite. C'est l'équation très connue de la seconde parabole cubique à deux branches, qui est représentée par la fig. 3a, dans la position, dans laquelle on la considère ordinairement en géométrie, c'est-à-dire, si l'on place l'axe des abscisses x horizontalement. Effectivement, si l'on différentie cette équation, on obtient:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2ax}{3y^2}$$

ou bien, comme $\frac{x}{y^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{y}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{3} \cdot \frac{y}{x}$$

ou pour

$$y = a'b' = L$$

et $x = d$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{3} \cdot \frac{L}{d} = \text{cotang. } \phi.$$

Donc:

$$d = \tfrac{2}{3} L. \text{ tang. } \phi.$$

Le paramètre de cette courbe est

$$a = \frac{L^3}{d^2} \text{ (*)}.$$

Quant à la relation qui existe entre les charges et les flexions, il est facile de la déduire des données précédentes. Admettons d'abord comme simple supposition très

(*) La valeur de a est inversément proportionnelle à pd, ou à la force qu'il faut employer pour élever le poids p suspendu à l'extrémité libre de la verge à la hauteur de d, ou, ce qui revient au même, la valeur de $\frac{1}{a}$ est proportionnelle au travail élastique de la verge.

probable, que les flexions soient proportionnelles aux moments des charges, c'est-à-dire à Lp; désignons par p' le poids, qu'il faudrait suspendre à l'extrémité libre de la verge, pour produire une flexion égale a celle produite par le poids de la verge, du miroir et de l'échelle N, et appelons p'' les poids suspendus successivement à l'extrémité inférieure de la même échelle; les expériences précédentes nous donneront alors les équations de condition suivantes:

$$216{,}5 = C.\,p'.\,33{,}90020$$
$$367{,}1 = C.\,(p' + 0{,}22726).\,33{,}8249,$$
$$518{,}3 = C.\,(p' + 0{,}45618).\,33{,}7179,$$
$$821{,}6 = C.\,(p' + 0{,}93175).\,33{,}4094,$$

où C est une constante.

La combinaison de la première équation avec l'avant-dernière (*), donne:

$$p' = 0{,}32425,$$
$$C = 19{,}695.$$

En substituant ces valeurs dans les équations précédentes, on trouve:

	№ 0	№ 1	№ 2	№ 3
Valeurs calculées de ϕ =	216,5	367,4	518,3	826,5,
Valeurs observées de ϕ =	216,5	367,1	518,3	821,6.

Il n'y a que la dernière observation, qui donne une valeur un peu différente de la valeur calculée.

Quand je n'avais pas encore pris en considération, que le moment du poids suspendu à l'extrémité libre de la verge diminue avec la dépression de celle-ci, je croyais, que le poids devait être multiplié avec le cosinus de l'angle de flexion, puisqu'il n'agissait pas perpendiculairement à la verge, mais sous un angle égal à la flexion (**). Il est facile de se convaincre, que cette hypothèse représente aussi assez bien les observations. Une expérience, dont je rapporterai plus tard les détails, m'a prouvé, que l'angle de flexion

(*) Je n'ai pas pris la dernière, parce qu'elle ne me paraît pas tout-à-fait certaine.

(**) Voyez mon „Compte-rendu" pour l'année 1850.

est le même, si le moment du poids ne change pas, quelque soit d'ailleurs l'angle, sous lequel le poids agit sur la verge. En fixant l'extrémité de la verge dans un étau mobile autour d'une axe horizontal, on parvient facilement, après avoir suspendu un poids à l'extrémité libre, de donner à la verge successivement les deux positions suivantes (*): dans la 1re, c'est l'extrémité encastrée, qui est horizontale, et l'extrémité libre et chargée, qui est inclinée vers en bas; dans la deuxième, c'est au contraire l'extrémité libre qui est horizontale, tandis que l'extrémité encastrée est inclinée sur l'horizon; dans les deux cas, la distance horizontale de la charge au point fixe est la même, et par conséquent aussi le moment de la charge; dans les deux cas, on trouve que l'angle de flexion est le même, quoique dans le premier, la charge agit sous un angle oblique sur l'extrémité libre de la verge, tandis que dans le dernier elle agit sous un angle droit.

Pour avoir la relation qui existe entre la longueur de la verge l, sa dépression d, sa flexion ϕ et le poids p, qui a produit cette flexion, j'ai encore fait les expériences suivantes avec la même verge, après avoir suspendu le poids dans un point plus approché de l'extrémité encastrée de la verge. — Longueur de la verge entre le point fixe et le point de suspension du poids: $l' = 25,6496$.

№	Dépression d.	Poids p.	Sous-tangente de ϕ L.	Lecture de la lunette K.
0.	0,5202	p'	25,6431	0'0
1.	1,5202	$p' + 0,51964$	25,5846	18'4
2.	2,5202	$p' + 1,04666$	25,4972	73'6
3.	3,5202	$p' + 1,58464$	25,3520	92'0

p' est le poids correspondant à la dépression initiale, lorsque la verge est seulement chargée de la règle N avec son crochet.

(*) Voyez fig. 4 et 4a.

Il faut avant tout corriger les erreurs de la valeur de d, produites par l'instabilité de l'extrémité fixe de la verge, et accusées par la lunette K; ces erreurs sont:

pour le № 1. . . . l' tang. $18'' = 0{,}002294$
» » 2. . . . l' tang. $1'13{,}''6 = 0{,}00915$
» » 3. . . . l' tang. $1'32'' = 0{,}01144$.

Il faut donc mettre: 1,5179 au lieu de 1,5202
2,5110 au lieu de 2,5202
3,5088 au lieu de 3,5202.

Nous avons vu, que les dépressions sont proportionnelles aux flexions, dans les limites de toutes nos observations, nous pouvons donc mettre:

$$\begin{aligned} 0{,}5202 &= c.\ p'.\quad 25{,}6431, \\ 1{,}5179 &= c.\ (p' + 0{,}51964).\ 25{,}5846, \\ 2{,}5110 &= c.\ (p' + 1{,}04666).\ 25{,}4972, \\ 3{,}5088 &= c.\ (p' + 1{,}58464).\ 25{,}3520, \end{aligned}$$

où c est aussi une constante, qu'il faut éliminer.

La 1re et la dernière équation donnent:

$$p' = 0{,}27215$$
$$c = 0{,}074540$$

et de là successivement:

pour le № 1. . . . $d = 1{,}5100$
» » 2. . . . $d = 2{,}5060$

valeurs, qui ne diffèrent que fort peu des valeurs observées; de sorte que les valeurs trouvées pour p' et pour c sont certainement très exactes.

Pour avoir les valeurs de ϕ dans les quatre expériences, nous n'avons qu'à nous servir de la formule, que nous avons démontrée plus haut, savoir:

$$\text{tang.}\ \phi = \frac{3}{2}\frac{L}{d}.$$

qui nous donnera:

pour le № 0. . . . $\phi = 104'{,}5$
» » 1. . . . $\phi = 305'{,}0$
» » 2. . . . $\phi = 504'{,}2$
» » 3. . . . $\phi = 703'{,}7$.

Ces valeurs sont encore dans un rapport constant avec les valeurs correspondantes de d.

On a successivement:

pour le № 0. . . . log. $\frac{\phi}{d} = 2{,}30295$
» » 1. . . . log. $\frac{\phi}{d} = 2{,}30303$
» » 2. . . . log. $\frac{\phi}{d} = 2{,}30275$
» » 3. . . . log. $\frac{\phi}{d} = 2{,}30224$

Moyenne $= 2{,}30274$

ou bien:

$$\phi = 200{,}790 \,.\, d$$

pour $l = 25{,}6496$ dont le logarithme est: 1,40709.

Pour $l = 33{,}9532$ dont le logarithme est: 2,53088 nous avons trouvé précédement:

$$\phi = 151{,}75236 \,.\, d$$

$$\text{et log. } \frac{\phi}{d} = 2{,}18113$$

On voit donc, que le rapport de $\frac{\phi}{d}$ est inversément proportionnel aux longueurs; ou bien, en désignant par ϕ, d, l l'angle de flexion, la dépression et la longueur dans les premières expériences, et par ϕ', d', l' les mêmes choses dans les dernières, on a:

$$\frac{\phi' l'}{d'} = \frac{\phi l}{d}.$$

Nous avons aussi:

$$\tfrac{2}{3}\, d = L \,.\, \text{tang.}\, \phi$$

et comme pour de très petites valeurs de ϕ, par exemple pour $\phi = 1'$, on a $L = l$, nous aurons:

$$\frac{\phi l}{d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\text{tang. } 1'} = \frac{16200}{\pi} = 5156{,}6 \text{ dont le logarithme} = 3{,}71236.$$

Les valeurs de ϕ sont aussi dans un rapport constant avec les valeurs successives de Lp ou du moment du poids suspendu à l'extrémité de la verge; si nous désignons ce rapport par c', comme nous l'avons désigné par c dans nos premières expériences, nous aurons:

pour le № 0. . . . log. $c' = 1{,}17534$
» » 1. . . . log. $c' = 1{,}17774$
» » 2. . . . log. $c' = 1{,}17593$
» » 3. . . . log. $c' = 1{,}17462$
Moyenne $= 1{,}17590$.

Nous devrions encore avoir ici:

$$\frac{c}{c'} = \frac{l}{l'}$$

mais il y a une petite différence entre ces deux valeurs; et quoiqu'une erreur de 5′ dans l'évaluation de la plus forte flexion serait suffisante pour expliquer cette divergence, j'ai cru nécessaire, de faire encore quelques expériences sur cet objet.

Après avoir fixé une extrémité de la même verge dans l'étau *A* (fig. 4), on a donné à cette extrémité de la verge une position parfaitement horizontale, par le moyen d'un niveau *C* et des vis à caler, dont l'étau est muni. Le crochet *p* fut attaché aussi près que possible de l'extrémité libre et le miroir *D* à cette extrémité même.

Pour obtenir la valeur de la flexion, que la verge éprouve par son propre poids et par ceux du crochet et du miroir, je déterminai d'abord l'inclinaison du miroir sur l'horizon par le moyen suivant: après avoir calé convenablement le cercle vertical, on fait coïncider le zéro du cercle-alidade sur lequel la lunette est fixée avec le zéro du cercle divisé, et on serre les deux cercles l'un contre l'autre, de sorte qu'ils peuvent bien tourner ensemble, mais pas séparément; ensuite, on donne à l'axe optique de la lunette une position exactement verticale; cela se fait en dirigeant la lunette sur une surface de mercure, placée au

dessous du cercle; la surface du mercure produira dans le foyer de la lunette une image réfléchie des fils croisés, qui coïncidera avec les fils mêmes, si l'axe optique de la lunette est normal à la surface du mercure. — On fixe le cercle divisé dans cette position et on dégage le cercle-alidade, pour diriger la lunette sur le miroir fixé à l'extrémité de la verge: on obtiendra de nouveau, dans le foyer de la lunette, une image réfléchie des fils croisés, qu'on fait encore coïncider avec les fils mêmes; la lecture du cercle divisé donnera immédiatement l'inclinaison du miroir sur l'horizon, ou bien 90° + φ, si le miroir est perpendiculaire à l'extrémité de la verge.

Pour éliminer l'erreur, qui est produite, lorsque le miroir n'est pas perpendiculaire à l'extrémité de la verge, on n'a qu'à retourner la verge de 180° autour de son axe, là où elle est encastrée dans l'étau, et à répéter la même opération; la moyenne des deux valeurs obtenues est la véritable valeur de φ.

On peut varier la longueur de la verge, en la serrant dans l'étau en des points de plus en plus rapprochés de l'extrémité libre.

Après avoir déterminé la flexion, que la verge éprouvait par le seul effet de son propre poids avec celui du crochet et du miroir (*), flexion que nous désignerons par φ', on a suspendu au crochet un plateau de balance, avec le poids d'une livre, qui pesaient ensemble 1,0509, et on a déterminé la flexion φ'' dûe à ce nouveau poids. On a répété les deux mesures après avoir retourné la verge, et on a pris les moyennes des valeurs données par les deux observations successives. Les résultats de ces expériences sont contenus dans le tableau suivant:

№	l	φ	φ''	$\varphi = \varphi' + \varphi''$
1	28,003	2° 26′ 49″	8° 7′ 12″	10° 34′ 1″
2	24,003	1° 43′ 57″	6° 3′ 36″	7° 47′ 33″
3	20,003	1° 12′ 54″	4° 13′ 21″	5° 26′ 15″
4	16,003	0° 46′ 57″	2° 43′ 54″	3° 30′ 51″

(*) Pour ces expériences, on avait ôté l'échelle N, qui devenait inutile, lorsqu'on n'avait pas l'intention d'observer les dépressions.

Nous avons vu, dans ce qui précède, que $\frac{\phi l}{d}$ est une grandeur constante, dont la valeur est égale à 5156,6, or, nous avons aussi:

$$L = \tfrac{3}{2}\, d.\ \text{cotang.}\ \phi.$$

$$\text{donc: log. } L = \text{log. } \phi + \text{log. } l + \text{log. cotang. } \phi - 3{,}53627.$$

Avec cette formule on trouve facilement les valeurs successives de L pour les observations précédentes; les voici:

№ 1.	Valeur de L correspondant à la flexion ϕ'....	27,980.
	Valeur de L » » » ϕ....	27,685.
№ 2.	Valeur de L correspondant à la flexion ϕ'....	23,995.
	Valeur de L » » » ϕ....	23,855.
№ 3.	Valeur de L correspondant à la flexion ϕ'....	20,000.
	Valeur de L » » » ϕ....	19,944.
№ 4.	Valeur de L correspondant à la flexion ϕ'....	16,002.
	Valeur de L » » » ϕ....	15,984.

De là, nous obtiendrons les équations suivantes, en désignant par p^{I}, p^{II}, p^{III}, p^{IV}, les poids correspondants aux flexions ϕ', dans les quatre expériences successives:

par le № 1 ..... $\frac{146{,}8}{634{,}0} = \frac{27{,}980 \,.\, p^{\text{I}}}{27{,}685\,(1{,}0509 + p^{\text{I}})}$

par le № 2 ..... $\frac{104{,}0}{467{,}6} = \frac{23{,}995 \,.\, p^{\text{II}}}{23{,}855\,(1{,}0509 + p^{\text{II}})}$

par le № 3 ..... $\frac{72{,}9}{326{,}25} = \frac{20{,}000 \,.\, p^{\text{III}}}{19{,}444\,(1{,}0509 + p^{\text{III}})}$

par le № 4 ..... $\frac{46{,}95}{210{,}85} = \frac{16{,}002 \,.\, p^{\text{IV}}}{15{,}984\,(1{,}0509 + p^{\text{IV}})}$

et de là:

$$p^{\text{I}} = 0{,}31232$$
$$p^{\text{II}} = 0{,}29833$$
$$p^{\text{III}} = 0{,}30127$$
$$p^{\text{IV}} = 0{,}30058.$$

Nous ayons donc pour le poids, qui a agi à l'extrémité de la verge:

par le № 1. . . . $p = 1,0509 + p' = 1,3632$
par le № 2. . . . $p = 1,0509 + p'' = 1,3492$
par le № 3. . . . $p = 1,0509 + p''' = 1,3522$
par le № 4. . . . $p = 1,0009 + p^{IV} = 1,3515$.

On peut facilement se convaincre, que ces valeurs donnent une constante, lorsqu'on les substitue dans la formule:

$$\frac{\phi}{l.L.p}$$

savoir, on trouve:

par le № 1 . . . . $\frac{\phi}{l.L.p} = 0,59990$
par le № 2 . . . . $\frac{\phi}{l.L.p} = 0,60530$
par le № 3 . . . . $\frac{\phi}{l.L.p} = 0,60480$
par le № 4 . . . . $\frac{\phi}{l.L.p} = 0,61013$

Moyenne $= 0,605033$.

Cette loi est confirmée par toutes les expériences, qui vont suivre, et je crois qu'il serait inutile d'en donner ici des preuves plus complètes.

Lorsqu'on désigne par $\frac{1}{\delta'}$ ce que l'on appelle ordinairement le coefficient d'élasticité (*), nous aurons nécessairement:

$$\delta' = \frac{1}{2} \rho^4 . \frac{\phi \tang 1'}{l. L. p.}$$

où ρ désigne le rayon de la verge; c'est la seule de toutes les combinaisons entre les valeurs de ϕ, l et Lp, qui donne une valeur constante pour δ'.

La verge d'acier, que nous avons soumise aux expériences, avait un rayon de 0,10453, de là on trouve: $\delta' = 0,000000010506$.

(*) Si l'on se réprésente un fil à section circulaire, dont la longueur et le rayon sont égaux à l'unité, fixée à sa base supérieure, et chargée à sa base inférieure d'un poids égal à l'unité, la longueur de ce fil deviendra $1 + \delta'$. Si c'est un cube, dont le coté est égal à l'unité, et qui est également chargé d'un poids égal à l'unité, les cotés, sur lesquels s'exerce l'action du poids, deviendront $1 + \delta$; nous aurons donc $\pi\delta' = \delta$.

EXPÉRIENCES AVEC UNE VERGE, DONT LES DEUX EXTRÉMITÉS SONT LIBREMENT APPUYÉES SUR DEUX SUPPORTS.

La même verge d'acier, qui a servi dans les expériences précédentes, fut placée horizontalement sur deux supports *A, A* (fig. 9) munis de poulies horizontales, sur lesquelles reposaient les extrémités de la verge; ces poulis tournaient avec une grande facilité autour de leurs axes, et la verge, lestée au milieu d'un poids quelconque à une distance égale des deux supports, fléchissait librement, en faisant tourner les poulies, de sorte que rien ne l'empêchait de prendre la courbure qu'elle devait avoir selon les poids, qu'elle portait. Pour que la verge ne puisse tourner autour d'elle-même, une de ses extrémités est fixée sur la poulie sur laquelle elle repose, comme on peut voir dans la figure. Aux deux extrémités de la verge, qui dépassaient d'un pouce environ les points de contact avec les poulies, on avait fixé les deux miroirs *c, c*; à une certaine distance de ces miroirs et à leur hauteur, on avait établi les deux lunettes immobiles ***d, d***, dirigées sur les miroirs. Les deux échelles verticales *f, f*, étaient placées de sorte immédiatement devant les lunettes, qu'on pouvait voir par les lunettes leurs images refléchies par les miroirs. La figure 9a réprésente une des ces échelles vue en face. On comprend facilement, qu'à chaque changement dans l'inclinaison du miroir, le fil horizontal des lunettes coupait un autre chiffre sur l'image réfléchie de l'échelle; on n'avait qu'à faire la lecture de ces chiffres, pour obtenir par un calcul très simple les changements des inclinaisons des miroirs. Soit D la distance de l'échelle au miroir exprimée en parties de l'échelle f, et n le nombre de divisions, que le fil horizontal dans le foyer de la lunette a parcouru, lorsque la verge a été chargée d'un poids quelconque, il est clair, que nous aurons d'après les lois de la réflexion de la lumière:

$$\frac{n}{D} = \text{tang. } 2\phi,$$

si l'on désigne par ϕ, la flexion que la verge a éprouvée du coté de la lunette, dans la supposition, qu'elle était tout-à-fait droite avant d'être fléchie.

Pour mesurer en même temps les dépressions du milieu de la verge, je me suis servi d'un microscope horizontal, qui courait le long d'une échelle verticale, divisée en centièmes de millimètres, et qui fut établi très solidement devant le milieu de la verge, de sorte qu'on pouvait voir très distinctement la limite supérieure de la verge, dont l'image, formée dans le foyer du microscope, servait de repère pour le fil horizontal du microscope. Le microscope a été omis dans la figure 9me, mais il a été représenté dans la figure 10me.

Ier TABLEAU.

Distance entre les deux points d'appui (entre les axes des deux poulies)... 37,55.
Distance moyenné entre les échelles et les miroirs 2858,3, parties de l'échelle.

№	Charge.	1re échelle.	Microscope vertical. mm.	2me échelle.	Remarques.
1.	0	1186,0	11,37	1579,0	
2.	1,0	1017,5	20,81	1409,8	
3.	0,0	1185,0	11,41	1578,0	
4.	0,0	1185,5	11,41	1578,8	plus tard.
5.	0,0	1185,8	11,37	1579,0	après avoir un peu soulevé
6.	2,0	847,0	30,30	1238,5	le milieu de la verge.
7.	0,0	1184,0	11,47	1577,4	
8.	0,0	1185,0	11,45	1578,0	plus tard.
9.	0,0	1185,0	11,45	1578,2	encore plus tard.
10.	3,00	670,5	40,02	1061,0	
11.		669,4	40,09	1060,0	plus tard.
12.		669,0	40,11	1059,8	plus tard.
13.		669,0	40,11	1059,5	encore plus tard.
14.	0,0	1182,0	11,55	1575,0	

№	Charge.	1re échelle.	Microscope vertical.	2me échelle.	Remarques.
15.		1183,0	11,54	1576,0	plus tard.
16.		1183,0	11,54	1576,0	encore plus tard.
17.	5,00	301,0	59,71	689,5	
18.		298,5	59,81	687,2	plus tard.
19.		297,0	59,87	686,0	plus tard.
20.		296,0	59,90	684,2	plus tard.
21.		295,0	60,00	684,0	plus tard.
22.		294,0	60,01	683,2	plus tard.
23.	0,0	1179,0	11,90	1572,0	
24.		1180,0	11,75	1573,0	plus tard.
25.		1185,0	11,48	1577,8	le lendemain.

On voit, par l'inspection de ce tableau, que la verge, après chaque flexion, met un temps plus ou moins long pour revenir à sa forme initiale, mais qu'elle y revient, lorsque la charge ne dépasse pas cinq livres. Avec une charge de deux livres tout au plus, sa flexion s'arrête assez vîte, et la verge prend une courbure déterminée; mais lorsque la charge est de cinq livres, la verge continue long-temps à fléchir, et il faut plus d'un jour, pour qu'elle s'arrête définitivement. Nous communiquerons dans une autre partie de cet ouvrage des expériences plus complètes sur cet objet; nous nous contenterons ici de remarquer, qu'une charge de cinq livres est trop grande pour notre verge, pour que les expériences puissent servir à calculer le coëfficient d'élasticité.

Lorsqu'on retranche l'observation № 25 de l'observation № 22, on a pour la plus forte charge, celle de cinq livres:

par la 1re échelle 891,0
par la 2me échelle 894,6

Moyenne: 892,8

par le microscope . . . . . $\overset{mm.}{48,53} = 1,9106$ pouces.

Or on a. . . . tang. $2\phi = \frac{892,8}{2858,3}$

donc: $\phi = 8° \, 40',4.$

Si l'on désigne par $2L$, la distance entre les deux points d'appui, ou la longueur de la verge non chargée, qui est égale à 37,55 pouces, on trouve:

$$L.\,\text{tang.}\,\phi = 2,8641$$

mais:

$$2,8641 = \tfrac{3}{2}\,(1,9106)$$

ou

$$L.\,\text{tang.}\,\phi = \tfrac{3}{2}\,d$$

si l'on désigne par d la dépression de la verge. C'est le même rapport, que nous avons déjà trouvé plus haut. Les autres observations établissent cette rélation avec un peu moins d'exactitude, comme on peut voir dans le tableau suivant:

Charge.	ϕ	d Calculé. Pouces.	d Observé. Pouces.	d Différence.
1,00	1° 41',6	0,3699	0,3716	+ 0,0017
2,00	3° 23',0	0,7400	0,7421	+ 0,0021
3,0	5° 6',6	1,1192	1,1249	+ 0,0057
5,0	8° 40',4	1,9094	1,9106	+ 0,0012

mais lorsqu'on considère, que les poulies tournent toujours un peu à chaque nouvelle charge, et que les points d'appui descendent toujours davantage, on doit s'attendre à trouver par l'observation des valeurs de d un peu plus grandes, que par le calcul. Dans la troisième observation, par exemple, celle ou les deux valeurs diffèrent le plus, les points d'appui sont descendus de $(1 - \cos.\,\phi)$. 0,5 où 0,5 est le rayon de la poulie, c'est-à-dire de 0,0020, ce qui réduit presqu'à la moitié la différence entre le calcul et l'observation.

On voit par ce qui précède, que le dernier appareil, dont nous nous sommes servis, présente l'inconvénient, que la longueur de la verge varie avec la charge; il a été évité dans la construction représentée (fig. 10). Les traverses *ab* sont invariablement fixées aux deux extrémités de la verge, l'une d'elle porte les pointes *c*, l'autre la poulie *d*; les pointes tournées vers en bas entrent dans deux petites cavités du support *B*, la poulie roule librement sur le support *A*: de cette manière, la verge prend librement la forme, que l'action du poids *P* lui donne, et la longueur de la verge reste toujours la même; il n'y a que la distance entre les deux points d'appui, qui change, et qui devient d'autant plus petite, que le poids devient plus grand: cette distance a été mesurée avec exactitude par le moyen de deux appareils micrométriques à microscopes, qu'il serait inutile de décrire ici, mais qui sont représentés dans la fig. 10.

Voici une série d'observations faites avec cet appareil, avec la même verge d'acier

IIme TABLEAU.

№	Poids livres $2p$.	Demi-distance entre les points d'appui (l). Pouces.	1re échelle.	2me échelle.	Depressions d. mm.	Distance moyenne des miroirs aux échelles.
1.	0	17,802	364,5	292,2	0,00	3045,5
2.	2	17,771	699,5	625,0	16,50	3046,1
3.	0	17,802	364,0	291,2	0,02	3045,5
4.	5	17,669	1238,0	1154,2	41,85	3048,1
5.	0	17,802	367,5	294,5	0,24	3045,5

Il y a toujours eu un intervalle de 3 à 4 jours entre deux observations successives. De là, on trouve:

$l = 17{,}802.$

$2p$	L	φ	d calculé. Pouces.	d observé. Pouces.	Différence.
2	17,710	3° 7′ 40″	0,6474	0,6488	+ 0,0014
		3° 8′ 17″	0,6491	0,6480	— 0,0011
5	17,669	7° 57′ 7″	1,6454	1,6421	— 0,0033
		7° 55′ 20″	1,6392	1,6334	— 0,0058

On voit, que les valeurs de d, calculées d'après la formule

$$d = \tfrac{2}{3} L . \text{tang.} \varphi$$

repondent encore exactement aux valeurs observées.

Si l'on prend les moyennes entre les valeurs de φ, on a :

$$\text{pour } 2p = 2 \ldots \varphi = 3° \; 7' \; 53'',5 = 187',93$$
$$\text{pour } 2p = 5 \ldots \varphi = 7° \; 56' \; 13'',5 = 476',22.$$

Ces valeurs substituées successivement dans la formule :

$$\delta = \tfrac{1}{2} \rho^4 \frac{\varphi \, \text{tang.} \, 1'}{l L p}$$

en faisant $l = 17{,}802$ et successivement $L = 17{,}771$ et $L = 17{,}669$, donnent :

$$\text{pour } 2p = 2 \ldots \delta = 0{,}000000010314$$
$$\text{pour } 2p = 5 \ldots \delta = 0{,}000000010516.$$

La deuxième valeur est tout à fait la même, que nous avons trouvée plus haut, la première s'en écarte considérablement ; mais comme nous avons négligé de déterminer l'influence du poids de la verge ajouté à celui des miroirs sur le résultat final de l'expérience, nous devions nous attendre à un résultat peu certain, surtout pour les petites charges, où la friction entre les parties de l'appareil peut encore diminuer considérablement sa mobilité.

J'ai encore fait avec cet appareil une série d'expériences pour déterminer le

coëfficient d'élasticité des fils de fer, pour lesquels j'avais déterminé, il y avait quelque temps. ce coëfficient par des oscillations tournantes (*).

Pour que le poids de la verge n'influe en rien sur les expériences, j'ai pris premièrement une longueur de la verge double de celle, que je me proposais de mettre entre les deux points d'appui; la verge fut ensuite serrée dans les appuis *cd* au premier et au troisième quart de sa longueur. De cette manière les deux quarts de la verge, compris entre les deux points d'appui, se trouvent contrebalancés par les deux autres quarts au dehors de ces points. Il s'agissait maintenant de conserver cet état d'équilibre, après avoir fixé les miroirs, ce qui fût fait de la manière suivante: après avoir fixé au dessus des deux points, où la verge est engagée dans les appuis, les deux microscopes micrométriques, on fit coincider leurs fils avec des points de repère marqués sur les appuis; on coupa les deux extrémités de la verge en dehors des deux points d'appui, ne laissant que les bouts nécessaires pour fixer les deux miroirs. Après cette opération, les deux points de repère f et g se trouvaient toujours un peu plus éloignés l'un de l'autre, parceque les moments des miroirs étaient plus grands que ceux des bouts de verge qu'on avait coupés; pour contrebalancer cet effet, on suspendit quelques poids au milieu de la verge, jusqu'à ce que les deux points fussent revenus à leur distance initiale, ce dont on s'appercevait de suite par les microscopes, dont les fils devaient couper les points de repère f et g. Je n'ai pas besoin de dire, que la distance entre ces deux fils donne la véritable longueur de la verge entre les deux points d'appui, que nous avons designée par $2l$, et qu'on peut facilement l'évaluer, en plaçant une échelle divisée en pouces et fractions de pouce sous les microscopes, après avoir ôté la verge avec ses appuis.

Il faut encore remarquer, que la distance entre les deux points de repère donne immédiatement la longueur de la verge entre les deux points d'appui, lorsque celle-ci est droite, c'est-à-dire, lorsque le poids des miroirs et le poids de la verge même ont été contrebalancés, comme je l'ai dit; mais lorsque la verge est courbée, la distance

---

(*) Voyez Mém. de l'Académie des sciences de S^t. Pétersbourg. Sc. math. et phys. Tome V.

entre ces deux points est un peu moindre, que la distance entre les deux points d'appui, parceque le point de repère, étant marqué sur l'appui, est un peu au dessus de l'axe de la verge; mais comme la distance des points de repère à l'axe de la verge est connue, et l'inclinaison des extrémités de la verge aussi, il est facile de calculer la correction, qu'il faut faire à la distance observée entre les deux points d'appui, ou la valeur de $2L$.

Fil de fer № 1.

$\rho = 0,047947.$

$2l = 20,9838.$

Distance moyenne des miroirs aux échelles $= 3185,0$.

1er TABLEAU.

№	Date de l'expérience.	Poids $2p$.	L	1re échelle.	2me échelle.
1.	14 juillet	0,00		213,5	409,2
2.	—	0,25	10,4847	564,0	764,5
3.	16 juillet	0,25 (*)		569,5	770,5
4.	—	0,0		215,0	412,0
5.	18 juillet	0,0		214,5	411,0
6.	—	0,50	10,4589	939,0	1149,0
7.	21 juillet	0,50		951,0	1163,0
8.	—	0,00		230,5	427,5
9.	23 juillet	0,00		219,0	416,0

On voit que l'équilibre ne s'établit pas tout de suite après avoir suspendu le poids, mais qu'il y a un équilibre initial et un équilibre final, ce qui donne deux valeurs de δ'. Nous designérons la valeur initiale par δ' et la valeur finale par δ'_1; les observations

(*) Le poids est resté suspendu du 14 au 16 juillet.

aites consécutivement, aussi près que possible, nous donnerons les valeurs initiales; les observations faites à deux ou trois jours de distance donneront les valeurs finales.

Valeurs initiales:

pour le poids 0,25.... $\phi = 3° \; 9' \; 41''$ (par les № 1 et 2).
$\phi = 3° \; 11' \; 30''$ (par les № 3 et 4).

Moyenne: $\phi = 3° \; 10' \; 36'' = 190'{,}6$.

pour le poids 0,50.... $\phi = 6° \; 27' \; 57''$ (par les № 5 et 6).
$\phi = 6° \; 26' \; 15''$ (par les № 7 et 8).

Moyenne: $\phi = 6° \; 27' \; 6'' = 387'{,}1$.

De là on trouve par la formule citée plus-haut:

$\delta' = 0{,}0000000106548$ pour le poids 0,25.
$\delta' = 0{,}0000000108464$ pour le poids 0,50.

Valeurs finales:

pour le poids 0,25.... $\phi = 3° \; 12' \; 46''$ (par les № 1 et 3).
$\phi = 3° \; 12' \; 00''$ (par les № 3 et 4).

Moyenne: $\phi = 3° \; 12' \; 23'' = 192'{,}4$.

pour le poids 0,50.... $\phi = 6° \; 34' \; 35''$ (par les № 5 et 7).
$\phi = 6° \; 32' \; 10''$ (par les № 7 et 9).

Moyenne: $\phi = 6° \; 33' \; 23'' = 393'{,}4$.

$\delta'_1 = 0{,}0000000107556$.
$\delta'_1 = 0{,}0000000110229$.

2me TABLEAU.

№	Date.	Poids $2p$	$L.$	1re échelle verticale.	2me échelle verticale.	Température.
1.	24 juillet	0,0	10,4919	217,0	433,5	18°,2
2.	—	0,75	10,4145	1335,0	1579,0	
3.	25 juillet	0,75	—	1356,0	1599,0	20°,6
4.	—	0,0	10,4919	236,0	453,0	
5.	28 juillet	0,0	—	223,0	440,2	22°,0

Ces expériences donnent, pour une charge de 0,75:

par le № 1 et 2 . . . . $\phi = 9° \, 46',9$

par le № 3 et 4 . . . . $\phi = 9° \, 47',5$

Moyenne: $\phi = 9° \, 47',2 = 587',2.$

par le № 1 et 3 . . . . $\phi = 9° \, 56',5$

par le № 3 et 5 . . . . $\phi = 9° \, 53',7$

Moyenne: $\phi = 9° \, 55',1 = 595',1.$

Nous avons aussi:

$$l = 10{,}4919$$

$$L = 10{,}4145.$$

Ces valeurs substituées dans la formule:

$$\delta' = \tfrac{1}{2} \rho^4 \frac{\phi \text{ tang. } 1'}{l. L. p.}$$

donnent:

$$\delta' = 0{,}000000011016$$

$$\delta'_1 = 0{,}000000011163.$$

Dans les expériences où l'élasticité des fils métalliques a été déterminée par la durée de leurs oscillations tournantes (voyez le mémoire inséré dans le tome V des Mémoires de l'Académie des Sciences de S^t. Pétersbourg), la propriété des fils métalliques, de se

détendre peu à peu, n'a pas sans doute pu avoir son effet, puisque les fils reviennent immédiatement à leur état initial d'équilibre, après s'être écarté à droite et à gauche. Il est donc indispensable, pour avoir une comparaison juste entre les forces, qui sont en jeu dans le phénomène des oscillations et dans celui de la flexion, de déterminer l'effet instantané de la flexion, sans attendre, qu'il s'y joigne l'effet permanent d'une tension prolongée. J'ai donc institué des expériences dans le seul but, de déterminer cet effet instantané; mais avant de les communiquer, je dois remarquer, que le fil, qui vient d'être fléchi par un poids quelconque suspendu au milieu du fil (comme nous avons toujours fait), oscille pendant quelque temps malgré toutes les précautions qu'on prenne, de sorte qu'il est impossible de faire l'observation immédiatement après avoir suspendu le poids, mais qu'il faut attendre un instant, jusqu'à ce que le fil soit en repos. — Cet instant n'est pas long, ordinairement de quelques secondes seulement, quelque fois d'une demi-minute; mais pour les plus grands poids, ce temps est suffisant pour augmenter la valeur de ϕ d'une ou de deux minutes. Pour éliminer cet effet autant qu'il est possible, j'ai mis un intervalle de temps constant entre le moment de la suspension du poids et l'observation à une des échelles verticales, j'ai laissé passer le même intervalle, avant d'observer à la deuxième échelle verticale, et j'ai observé encore une fois à la première échelle, après le même intervalle. La différence entre la première et la troisième observation faites à la même échelle (à la première) m'a donné l'augmentation, que la valeur de ϕ (exprimée en divisions de l'échelle) avait éprouvée dans le double intervalle de temps; cette différence divisée par 2 me donnait ce qu'il fallait retrancher de la première observation pour avoir la valeur de ϕ dans l'instant même de la suspension du poids; et en retranchant la différence totale de la deuxième observation, je réduisais celle-ci également à l'instant de la suspension du poids.

(*) La propriété remarquable des métaux, dont je viens de parler, sera étudiée avec détail dans une autre partie de cet ouvrage.

3me TABLEAU.

Date.	Poids livres.	*L.*	1re échelle verticale.	2me échelle verticale.	Tempé-rature R.	№
28 juillet	0,00		223,0	440,2	22°,2	1.
	0,50	10,4589	946,5	1175,5		2.
	0,00		223,0	440,0		3.
	0,25	10,4847	578,0	798,8		4.
	0,00		222,0	439,0		5.
	0,75	10,4115	1342,0	1585,5		6.
	0,00		223,0	440,0		7.
	0,75		1342,5	1585,5		8.

On voit que le fil est toujours revenu exactement, après la flexion, à son état initial d'équilibre; nous verrons cependant plus tard, que cela n'a plus lieu, lorsque les charges deviennent trop fortes.

Le 3me tableau donne les valeurs suivantes de φ.

Charges livres.	φ
0,25	192',3
0,50	387',0
0,75	587',2

Et de là:

$\delta' = 0{,}000000010750$ pour une charge de 0,25;

$\delta' = 0{,}000000010844$ pour une charge de 0,50;

$\delta' = 0{,}000000011019$ pour une charge de 0,75.

Ces valeurs diffèrent très peu des précédentes; elles augmentent aussi avec les charges.

II.

Rayon du fil = 0,047947.

Distance entre les deux points de repère = 11,9890.

Distance moyenne de la face antérieure des miroirs aux échelles verticales = 3275,7

$\frac{2}{3}$ de l'épaisseur des miroirs . . . . . = 2,0

Distance totale . . . . . . = 3277,7.

4me TABLEAU.

Dates.	Poids livres.	L	1re échelle.	2me échelle.	Tempé-rature R.	№
30 juillet	0	5,9945	265,0	364,8	22°,0	1.
	0,25	5,9940	383,0	481,0		2.
	0		265,0	364,5		3.
	0,50	5,9935	498,0	595,0		4.
	0,0		266,5	366,0		5.
	0,75	5,9922	624,4	720,5		6.
	0,00		268,5	367,8		7.
	1,00	5,9890	752,0	846,5		8.
	0		268,0	367,0		9.
	1,25	5,9848	880,0	974,0		10.
	0,0		274,2	372,8		11.
	1,50	5,9800	1014,0	1107,3		12.
	0		279,0	376,5		13.
	1,75	5,9731	1154,0	1245,3		14.
	0		279,0	376,8		15.
	2,00	5,9701	1305,5	1394,5		16.
	0	5,9945	282,0	379,5		17.

Ce tableau donne les valeurs suivantes de φ, L et p.

Charge. 2p.	φ	Log. tg. φ.	L.	№
0,25	61'5	8,25253	5,9940	1 et 2.
0,50	120'6	8,54516	5,9935	4 et 5.
0,75	185'1	8,73151	5,9922	6 et 7.
1,00	250'9	8,86394	5,9890	8 et 9.
1,25	313'0	8,96047	5,9848	10 et 11.
1,50	378'2	9,04320	5,9800	12 et 13.
1,75	446'8	9,11633	5,9731	14 et 15.
2,00	518'3	9,18143	5,9701.	16 et 17.

De là, on trouve les valeurs suivantes de α:

№ 1 et 2; charge de 0,25..... $\delta' = 0{,}000000010526$.
№ 4 et 5; charge de 0,50..... $\delta' = 0{,}000000010321$.
№ 6 et 7; charge de 0,75..... $\delta' = 0{,}000000010563$.
№ 8 et 9; charge de 1,00..... $= 0{,}000000010744$.
№ 10 et 11; charge de 1,25..... $= 0{,}000000010730$.
№ 12 et 13; charge de 1,50..... $= 0{,}000000010813$.
№ 14 et 15; charge de 1,75..... $= 0{,}000000010962$.
№ 16 et 17; charge de 2,00..... $= 0{,}000000011132$.

Encore ici, les valeurs de δ' augmentent avec la tension; mais leur marche présente plusieurs irrégularités, qui en couvrent la loi. En procédant par des différences de 0,50, pour éviter la 2me observation, qui est en contradiction évidente avec la loi, on a :

		Différ.
pour une charge de 0,25	0,000000010525	
pour une charge de 0,75	0,000000010563	38
pour une charge de 1,25	0,000000010730	167
pour une charge de 1,75	0,000000010962	232

On voit, que la réduction de la 1re valeur de δ' à une charge nulle ne peut guère dépasser

0,000000000025,

de sorte, que les observations faites avec le fil raccourci nous donnent définitivement:

$$\delta' = 0,00000001050$$

à une température moyenne de 22°,2.

Une répétition des mêmes observations donna absolument les mêmes valeurs pour les charges de 1 et 2 livres; les autres charges produisirent des valeurs peu différentes, comme on peut voir par le tableau suivant.

5me TABLEAU.

Date.	Charge livres.	1re échelle.	2me échelle.	Tempé-rature R.	№
1 août.	0,00	275,0	377,5	22°,1.	1.
	0,25	399,0	495,0		2.
	0,00	280,5	378,2		3.
	0,50	517,0	612,5		4.
	0,00	280,0	378,0		5.
	0,75	642,5	736,8		6.
	0,00	282,0	380,0		7.
	1,00	786,0	859,5		8.
	0,00	283,0	380,5		9.
	1,25	895,5	988,0		10.
	0,00	283,0	380,8		11.
	1,50	1022,5	1115,0		12.
	0,00	285,0	382,0		13.
	1,75	1160,0	1251,5		14.
	0,00	284,0	381,0		15.
	2,00	1305,5	1395,0		16.
	0,00	282,5	379,5		17.

Les résultats de ces observations se trouvent réunis dans le tableau suivant:

Charge.	φ	δ'	№
0,25	61′,7	0,00000001056	2 et 3.
0,50	123′,4	0,00000001057	4 et 5.
0,75	187′,3	0,00000001069	6 et 7.
1,00	250′,3	0,00000001072	8 et 9.
1,25	316′,1	0,00000001083	10 et 11.
1,50	379′,2	0,00000001083	12 et 13.
1,75	447′,3	0,00000001095	14 et 15.
2,00	518′,0	0,00000001112	16 et 17.

Si l'on choisit entre toutes les valeurs observées celles qui paraissent les plus certaines, parce qu'elles sont les mêmes dans les deux tableaux, et si l'on prend les moyennes, on a:

	Différ.
pour une charge de 0,25 . . . $\delta' = 0{,}00000001054$	
pour une charge de 1,00 . . . $\delta' = 0{,}00000001073$	19.
pour une charge de 2,00 . . . $\delta' = 0{,}00000001112$	39.

La différence entre les deux dernières valeurs est encore à peu près deux fois aussi grande que la différence entre les deux premières.

Les expériences suivantes furent encore faites, pour determiner la valeur de δ', c'est-à-dire, la dilatation du fer doux, produite par une tension constante, qui dure plusieurs jours.

6me TABLEAU.

Date.	Poids.	1re échelle.	2me échelle.	Tempé-rature R.	№
4 août.	0,00	280,0	376,0	22°,0	1.
	1,00	765,0	857,0		2.
6 «	—	770,0	862,0	21°,0	3.
	0,00	288,0	384,5		4.
8 «	0,00	282,0	379,0	21°,7	5.
	2,00	1299,5	1389,5		6.
11 «	—	1313,5	1402,5		7.
	0,00	302,0	398,0	21°,3	8.
13 «	0,00	289,5	384,8		9.
	2,00	1305,0	1394,5		10.

Il résulte de ces observations:

1°. Lorsque le fil reste soumis à une tension constante d'une livre, pendant deux jours (*), la valeur de tang ϕ augmente d'un $\frac{1}{97}^{me}$; lorsque la tension est de deux livres, l'accroissement est d'un $\frac{1}{76}^{me}$; les accroissements que les valeurs de δ' éprouvent par une tension constante, exercée pendant plusieurs jours, suivent donc une progression plus rapide, que les tensions mêmes.

2°. En même temps, l'état d'équilibre du fil change un peu, et il ne revient pas exactement à sa première figure. La différence est pour une livre de 2,5 et pour 2 livres de 6,7 de la division des échelles verticales; c'est-à-dire, les allongements constants, que le fil éprouve par des poids appliqués pendant longtemps, augmentent dans une progression plus rapide, que les poids qui les produisent.

(*) Je dis ici, deux jours, pour indiquer à peu près le temps qu'il faut, pour que le fil arrive à un état d'équilibre définitif. Après deux jours et souvent plutôt encore, la figure du fil ne change plus tant que la charge (et la température) restent toujours les mêmes.

3°. Lorsque le fil, après avoir été chargé pendant deux jours du poids d'une livre, tend à revenir à son premier état, la valeur de tg ϕ diminue, en deux jours, d'un $\frac{1}{83}^{me}$; cette diminution est dun $\frac{1}{79}^{me}$ pour deux livres.

4°. On voit donc, que l'allongement, qu'un fil métallique éprouve par une charge quelconque, est composée de trois valeurs:

a) D'un allongement instantané, qui disparaît, aussitôt que la charge a été ôtée; nous avons désigné cette valeur par δ'.

b) D'un allongement supplémentaire, qui a lieu, lorsque le poids agit pendant longtemps, par exemple pendant plusieurs jours; cet allongement disparaît aussi, après avoir ôté la charge, mais peu-à-peu, dans l'espace de quelques jours.

c) D'un allongement constant qui ne disparaît pas après avoir ôté la charge, même après avoir attendu plusieurs jours (*).

III.

Le même fil, dont le rayon = 0,047947.

Distance entre les deux points de repère = 28,0103.

Distance moyenne des échelles à la face antérieure des miroirs = 3116,6.

$\frac{2}{3}$ de l'épaisseur du miroir = 2,0.

Somme = 3118,6.

Le microscope placé au milieu et dirigé sur le centre du fil a une échelle verticale, et mesure les dépressions du fil.

(*) *Remarque.* La fabrication des mesures et poids normaux, distribués à toutes les villes de l'empire, m'a fourni souvent l'occasion d'observer la propriété singulière des métaux, dont il est ici question. Une mesure de capacité, qui se trouve un peu trop petite, peut facilement être ajustée, en donnant quelques coups de marteaux sur le fond de la mesure, de dédans en dehors; mais dans quelques jours, la mesure revient à sa première capacité, et se trouve de nouveau trop petite. Après avoir enfoncé un cylindre de cuivre jaune dans une plaque du même métal, on a usé la plaque à l'éméril sur un plan de verre, pour produire une surface bien plane et polie : dans quelques jours, la partie de la surface, formée par le cylindre, s'est trouvé un peu élevée au-dessus des parties environnantes.

7[me] TABLEAU.

Date.	Charge.	L	1[re] échelle.	Microscope.	2[me] échelle.	Température R.
15 sept.	0,00	14,0052	2,0	20 30	143,0	13°,8
	0,25	13,9979	619,5	43,11	745,0	
	0,00		2,0		142,5	
	0,50	13,9194	1285,0		1398,0	
	0,00		11,0		150,5	
	0,50					
	0,00		5,0		144,5	
	0,50		1285,0	66,45	1398,0	
	0,00		6,0		146,0	
	0,625		1630,0		1745,0	
	0,00		10,5		149,5	
	0,625	13,8685				
	0,00		8,0	20,49	147,0	
	0,625		1631,0	77,62	1746,0	
	0,00		5,0	20,43	145,0	
	0,50			66,50		
	0,00		7,0	20,54	146,0	
	0,625			77,65		
	0,00		8,5	20,53	146,5	
	0,25		624,0	43,32	747,0	

On voit que, pour une telle longueur, les observations ne marchent plus aussi régulièrement, ce qui tient sans doute à l'effet de la friction aux points d'appui; un fil d'une telle longueur n'est plus assez raide, pour pouvoir vaincre son effet. Nous prendrons donc les moyennes entre toutes les lectures, et nous trouverons ainsi:

Charge.	1re échelle verticale.	Microsc. au milieu.	2me échelle verticale.	φ	L	ϑ
0,00	6,5	20,46	146,1		14,0052	
0,25	621,8	43,22	746,0	330',8	13,9979	0,000000010376
0,50	1285,0	66,48	1398,0	662',5	13,9194	0,000000010449
0,625	1630,5	77,64	1745,5	829',9	13,8685	0,000000010510

IV.

Fil № 2 dont le rayon = 0,0808657.

Distance entre les deux points de repère = 27,9213.

Distance moyenne des échelles verticales aux miroirs (*). . . . . . . 3106,6.

Élévation moyenne des points d'appui (**) . . . . 0,975.

8me TABLEAU.

Dates.	Charge.	L	1re échelle.	Microscope au milieu.	2me échelle.	Tempé-rature R.	№
10 octob.	0,00	13,9607	3,5	29,04	288,0		1.
	1,00	13,9462	301,0	40,38	586,0		2.
	0,00		4,0	29,05	288,5		3.
	2,00	13,9148	600,5	51,86	893,0		4.

*) Les deux tiers de l'épaisseur du miroir compris.

(**) Comme les extrémités du fil sont attachées au-dessus de l'axe des cylindres, sur lesquels elles roulent, ces extrémités ne restent pas toujours à la même hauteur (c'est-à-dire, à 0,975 au-dessus des axes des cylindres), mais descendent un peu, lorsque le milieu du fil est chargé; il fallait donc mesurer l'élévation moyenne des points d'appui des extrémités du fil au-dessus des axes des cylindres, pour pouvoir déduire exactement la valeur de *d* des indications du microscope placé contre le milieu du fil.

Date.	Charge.	*L*	1re échelle.	Microsc. au milieu.	2me échelle.	Température R.	№
	0,00		5,0	29,09	289,0		5.
	3,00	13,8660	908,0	63,33	1216,0		6.
	0,00		7,5	29,25	292,0		7.
	4,00	13,7985	1230,0	75,05	1561,0		8.
	0,00		16,0	29,69	302,0		9.
15 octob.	0,00		15,0	29,68	301,0	13°,8	10.
	4,00		1232,0	75,17	1563,0		11.
	0,00		16,0		302,0		12.
	4,00		1232,0	75,17	1564,0		13.
	0,00		16,0		303,0		14.
	4,00		1232,0	75,18	1565,0		15.
17 octob.	4,00		1247,0	75,75	1582,5		16.
	0,00		30,0		318,0		17.
plus tard.			28,0	30,21	316,0		18.
20 octob.	0,00		24,0		312,0		19.
22 octob.	0,00		23,0	30,00	311,5		20.
	0,0585		40,0	30,71	328,5		21.
	0,1210		58,5	31,39	346,8		22.
	0,1835		77,2	32,12	365,0		23.
	0,2460		95,2	32,82	383,0		24.
	0,3085	13,9526	114,0	33,52	402,0		25.
	0,3710		132,2	34,25	420,0		26.
	0,4335		151,0	34,96	439,0		27.
	0,4960		170,0	35,67	457,8		28.
	0,5585	13,9492	188,2	(36,38)	476,2		29.
	0,8585		40,4		328,8		30.

Date.	Charge.	*L.*	1re échelle.	Microsc. au milieu.	2me échelle.	Température R.	№
22 octob.	0,0000		23,0		311,5		31.
	0,6835		224,9	37,80	513,0		32.
	0,8085		262,5	39,25	551,2		33.
	0,9335		300,2	40,64	588,2		34.
	1,0585	13,9427	338,0	42,10	627,0		35.
	0,0000		23,0	30,00	311,8		36.

Ces observations donnent:

	ϕ	*L.*	$d = \frac{1}{2} L \operatorname{tg}. \phi$.	*d* observé (*).	№
0,00	164',0	13,9462	0,4439	0,4450	2 et 3.
2,00	327',8	13,9148	0,8874	0,8920	4 et 5.
3,00	491',0	13,8660	1,3293	1,3319	6 et 7.
4,00	651',2	13,7985	1,7637	1,7684	8 et 9.
1,0585	173',7	13,9427	0,4702	0,4753	35 et 36.
0,5585	91',2	13,9494	0,2469	0,2508	29 et 31.
0,3085	50',2	13,9526	0,1358	0,1385	25 et 31.

De là, on trouve les valeurs de δ' suivantes:

Charges.	δ'.
1,00	 0,0000000104772,
2,00	 0,0000000104954,
3,00	 0,0000000105163,

(*) Je rappelle ici, que les valeurs de *d*, données par les différences des lectures du microscope placé contre le milieu du fil, ont été diminuées de ce dont les deux points d'appui sur l'axe du fil descendent, lorsque le fil est chargé d'une quantité égale à 0,975 (1 — cos ϕ).

4,00 0,0000000105121,
1,0585 0,0000000104862,
0,5585 0,0000000104298,
0,3085 ..... 0,0000000103908.

V.

Même fil, dont le rayon = 0,0808657.
Distance entre les points de repère = 15,6693.
Distance moyenne des échelles aux miroirs = 3235,2.
Élévation des points de repère au-dessus de l'axe du fil = 0,200.

9me TABLEAU.

Date.	Tempé-rature R.	Charge.	*L.*	1re échelle verticale.	2me échelle verticale.	№
27 octob.	12°,6	0,00	7,835	512,0	336,5	1.
		0,25	7,835	535,0	359,5	2.
		0,00		512,0	336,5	3.
		0,50	7,835	559,2	384,0	4.
		0,00		512,0	336,5	5.
		0,75	7,833	583,8	408,2	6.
		0,00		512,0	336,5	7.
		1,00	7,832	607,5	432,5	8.
		0,00		512,2	337,0	9.
		1,25	7,832	631,5	456,5	10.
		0,00		512,0	336,5	11.
		1,50	7,831	657,0	482,0	12.
		0,00		512,5	337,0	13.

Date.	Tempé-rature R.	Charge.	*L.*	1re échelle verticale.	2me échelle verticale.	№
		1,75	7,830	681,0	506,0	14.
		0,00		512,5	337,0	15.
		2,00	7,830	705,5	530,8	16.
		0,00		512,8	337,0	17.
		2,50	7,829	757,0	582,0	18.
		0,00		512,8	337,0	19.
		3,00	7,829	806,0	631,0	20.
		0,00		512,8	337,0	21.
31 octob.	10°,8	0,00		512,5	336,0	22.
		3,50	7,824	856,0	679,5	23.
		0,00		512,5	336,0	24.
		4,00	7,823	907,0	730,0	25.
		0,00		513,0	336,8	26.
		5,00	7,815	1010,5	832,0	27.
		0,00		513,0	336,5	28.
		5,00		1011,5	833,0	29.
		0,00		513,0	336,5	30.
		5,00		1010,5	832,0	31.
4 novemb.	11°,2	5,00	7,815	1014,0	836,1	32.
		0,00		516,0	340,2	33.
6 —		0,00		513,8	338,0	34.
9 —	11°,7	0,00		513,0	338,0	35.
		5,00		1012,0	834,8	36.
		0,00		513,8	338,8	37.
		0,00		513,5	339,0	38.

Ces observations donnent les résultats suivants :

Charge.	ϕ.	L.	δ'.	№
0,25	12',2	7,835	0,000000009888	1.
0,50	25',2	7,835	0,000000010213	2.
0,75	38',1	7,833	0,000000010296	3.
1,00	50',9	7,832	0,000000010318	4.
1,25	63',1	7,832	0,000000010233	5.
1,50	76',9	7,831	0,000000010393	6.
1,75	89',6	7,830	0,000000010381	7.
2,00	102',5	7,830	0,000000010391	8.
2,50	129',7	7,829	0,000000010521	9.
3,00	155',6	7,829	0,000000010518	10.
3,50	181',8	7,824	0,000000010540	11.
4,00	208',1	7,823	0,000000010558	12.
5,00	261',8	7,815	0,000000010637	13.

Les expériences précédentes nous ont fait voir, que la valeur de δ', que nous appellerons dorénavant le coëfficient de dilatation élastique linéaire, ne saurait être déterminée avec une grande rigueur par la méthode que nous venons de décrire ; non seulement les divergences entre les résultats des expériences sont assez grandes, mais encore est-il évident, que le coëfficient augmente assez rapidement avec la charge, ce qui n'est certainement pas probable. J'ai donc repris mon travail, en me servant d'autres appareils, et je n'ai plus expérimenté avec des verges, mais avec des lames élastiques, qui présentent plus de rigidité, et se plient toujours dans un seul sens, et par conséquent avec plus de régularité.

EXPÉRIENCES FAITES POUR DÉTERMINER, PAR LA FLEXION, LE COËFFICIENT DE DILATATION ÉLASTIQUE DES LAMES.

Si l'on appelle *a* la largeur et *b* l'épaisseur d'une lame ou d'un barreau élastique, on a :

$$\delta = \frac{1}{6} \frac{\phi . ab^3}{l L p} \text{ tang. } 1',$$

ou δ est l'allongement d'un cube, dont le coté est égal à un pouce, par la traction d'une livre, appliquée à une de ses bases. Les expériences suivantes offrent la meilleure preuve de l'exactitude de cette formule, qui est la même que celle de la page 19, qui sert à trouver la valeur de δ', par le moyen d'expériences faites avec des verges; il est évident que

$$\delta = \pi . \delta'.$$

L'appareil, dont je me suis servi, est représenté par la fig. 11; ce n'est qu'une modification de l'appareil, que nous avons employé jusqu'ici. On serre la lame (fig. 11a) entre les deux plaques *b*, *c*, qui servent des mâchoires à l'étau *G*; cette pièce porte deux vis d'acier, dont les pointes *a*, *a*, sont placées l'une en face de l'autre; c'est entre les deux pointes qu'on fixe le milieu de la lame élastique, en les faisant entrer dans les cavités *d*, *d*; les cavités *d*, *d* répondent exactement aux deux extrémités de l'axe transversal de la lame, celui qui est parallèle à sa face la plus large, et qui reste toujours horizontal. Les deux autres cavités *c*, *c*, placées près des extrémités de la lame et à une égale distance des cavités *d*, servent à recevoir les pointes des pièces de suspension *f*, *f*, aux quelles on a suspendu les plateaux de balance *m*, *m*. Les pièces de suspension *f*, *f*, ainsi que les miroirs fixés aux deux extrémités de la lame, ont été représentés fig. 11b et 11c, et n'ont pas besoin d'être décrits. *H* et *H* sont des cercles

verticaux, dont les lunettes sont dirigées sur les miroirs; un d'eux a été représenté séparément, et sur une plus grande échelle, dans la figure 7. Lorsque l'image du fil horizontal dans le foyer de la lunette, réfléchie par le miroir, coïncide avec le même fil vu directement par l'oculaire, le miroir est normal à l'axe optique de la lunette. Pour connaître l'inclinaison du miroir sur l'horizon, on n'a qu'à donner au cercle divisé une telle position, que le vernier de la lunette se place sur le zéro de la division, lorsque l'axe optique de la lunette est verticale; ce qu'on peut facilement obtenir par l'opération suivante. On donne à la lunette une direction approximativement verticale, l'objectif étant en bas, et au cercle divisé une telle position, que le zéro du vernier de la lunette coïncide avec le zéro du cercle divisé (*); ensuite on place sous l'objectif de la lunette une capsule remplie de mercure. La surface du mercure, qui agit comme un miroir, réfléchit l'image des fils croisés de la lunette; on fait coïncider cette image avec les fils croisés vus directement par l'oculaire; on serre le niveau *V* qui est attaché au cercle divisé, de sorte, que sa bulle d'air passe au milieu de sa division; on n'aura alors, dans la suite, qu'à caler le cercle vertical de sorte, que la bulle d'air du niveau reste au milieu de sa division, pour être sûr que l'axe optique de la lunette est vertical, lorsque le zéro du vernier de la lunette est placé sur le zéro de la division du cercle vertical. Il est évident, que la division du cercle vertical indiquera toujours l'inclinaison du miroir sur l'horizon, lorsque l'image réfléchie du fil horizontal de la lunette coïncidera avec le même fil vu directement.

Pour que l'image du fil de la lunette soit réfléchie par le miroir de sorte, qu'elle tombe dans le plan du foyer, il faut que les rayons de lumière, émanés du fil, sortent parallélement de l'objectif; c'est-à-dire, il faut que le fil de la lunette soit effectivement au foyer principal de la lunette; cela s'obtient aisément, si, après avoir donné à l'oculaire une telle distance des fils croisés, pour qu'ils soient visibles distinctement, on dirige la

(*) Le cercle vertical, représenté fig. 7, a une telle construction, que les deux cercles, celui qui porte la division, et celui qui porte les quatres verniers, peuvent être tournés et fixés indépendement l'un de l'autre.

lunette sur un objet très éloigné et fixe ensuite le tuyeau de l'oculaire de sorte, que l'image de cet objet soit aussi très distinctement visible.

Pour déterminer la distance horizontale entre les deux points de suspension des poids, ou bien la valeur de $2L$, on a intercalé entre les pièces de suspension *ff* et les plateaux *m, m,* des fils très déliés *n, n,* qui passent devant les microscopes des appareils micrométriques *K, K* munis d'échelles horizontales et parallèles au plan de la flexion; ces appareils sont solidement établis sur des trépieds, comme on voit dans la figure 11. Ces appareils micrométriques sont représentés sur une plus grande échelle dans la fig. 13. En tournant les vis micrométriques *v, v,* les microscopes dirigés horizontalement et perpendiculairement au plan de la flexion, sur les fils *n, n,* se déplacent à droite ou à gauche et suivent ces fils, qui, par la flexion de la lame, s'approchent toujours davantage l'un de l'autre: les échelles, le long desquels courent les microscopes, indiquent de combien ils se sont déplacés. Pour déterminer la distance absolue entre les deux microscopes, on n'a placer devant eux, après avoir fini l'opération et oté les fils *n, n,* avec leurs plateaux *m, m,* une règle à division, assez longue, pour que les deux extrémités puissent être vues à la fois l'une par l'un, l'autre par l'autre microscope; les divisions, coupées par les fils verticaux des deux microscopes, donneront la distance horizontale comprise entre les deux microscopes; en notant en même temps les lectures des échelles des microscopes pour cette distance; on aura la distance d'un microscope à l'autre pour toute autre lecture.

On comprend facilement, que les lames doivent être travaillées très exactement, c'est-à-dire, que leurs cotés soient de véritables plans, que ces plans soient parfaitement parallèles entre eux, et que leurs arrêtes soient formées par des angles droits. Les lames, qui ont été employées dans les expériences suivantes (excepté quelques cas où le contraire est dit expressément) ont été confectionnées avec le plus grand soin par MM^rs^ Repsold à Hambourg. Des mesures micrométriques très exactes m'ont appris, que les variations de la longueur ou de l'épaisseur de chaque lame ne dépassent jamais $\frac{1}{1000}$ de pouce; tous les angles sont parfaitement droits, et les petites cavités, dont nous avons parlé tout-à-l'heure, ont été placés avec un grand soin. Je saisis cette occasion pour remercier

MM[rs] Repsold de leur travail consciencieux, qui a beaucoup contribué à l'exactitude des résultats que j'ai obtenus.

Pour mesurer exactement la longueur et l'épaisseur de ces lames, je me suis servi d'un appareil représenté par la fig. 12 (*).

A, *A*, sont deux pyramides, qui s'élèvent sur un plan horizontal *BB*; pyramides et plan sont faits d'une seule pièce de marbre gris granuleux. Dans le plan *BB*, qui dépasse considérablement les bases des pyramides, sont insérés deux colonnes en cuivre jaune *C*, *C*, dont les extrémités supérieures finissent en supports en forme de fourchettes, chaque support porte deux fourchettes : ces fourchettes sont déstinées a recevoir deux cylindres d'acier très régulièrement travaillés. Ces cylindres glissent horizontalement sur leurs supports, et on peut les rapprocher ou éloigner l'un de l'autre; ils sont d'un diamètre exactement égal, et placés de sorte, que l'un fait exactement le prolongement de l'autre, ce qu'on a obtenu, en usant les supports avec un cylindre du même diamètre, mais beaucoup plus long, avec un peu d'éméril, jusqu'à ce que ce cylindre se trouve partout en contact parfait avec les supports. Chaque cylindre d'acier est muni d'une règle *a a* en cuivre jaune divisée en dixièmes de linge; cette règle est fixée invariablement sur le cylindre par une extrémité *b* : à l'autre extrémité, la vis, qui fixe la règle sur le cylindre, passe par un trou elliptique de la règle, de sorte que celle-ci peut librement se raccourcir ou se dilater de ce coté en suivant les changements de température.

Deux microscopes micrométriques *F*, *F*, sont fixés sur les deux pyramides de marbre, de manière, que les divisions des cylindres d'acier se trouvent exactement au dessous d'eux et puissent être vues par eux.

Pour mesurer une des dimensions de la lame, par exemple sa largeur, on rapproche les deux cylindres d'acier jusqu'au contact; on fait coïncider les fils tendus dans le foyer de chaque microscope micrométrique avec un trait quelconque de la division, sur laquelle il est dirigé : on fait la lecture de la division tracée sur la circonférence de la vis micro-

(*) Cet appareil, avec quelques additions, a été déjà employé et décrit par moi, voyez : Travaux de la Commission pour fixer les mesures et les poids de l'Empire de Russie. S[t].-Pétersbourg 1851.

métrique. Puis on sépare les deux cylindres, et on place entre eux la largeur de la lame, ayant bien soin, que l'axe longitudinal de la lame soit bien perpendiculaire et l'axe transversal bien parallèle aux axes des cylindres; il est clair, que la somme des longueurs, dont les cylindres ont réculé, donne la largeur qu'on veut déterminer; ces longueurs sont mesurées par les divisions des deux règles fixées sur les cylindres, et par les micromètres, qu'on est obligé de faire marcher, pour produire une nouvelle coïncidence entre les fils et les traits, qui se présentent dans les champs des deux microscopes.

Les extrémités des cylindres sont sphériques pour qu'elles ne se touchent que par un seul point, et toujours par le même point. Les sommités de ces surfaces sphériques (d'un très grand rayon d'ailleurs) se trouvent exactement sur l'axe des cylindres, de sorte que le point de contact est situé sur cet axe même.

Pendant cette opération, la lame repose sur le support *G*, qu'on peut monter et descendre à volonté par le moyen de la vis *L*; la division verticale *m* sert à évaluer, de combien on l'a fait monter ou descendre. Le support *G* glisse avec tant de régularité entre les deux colonnes *M*, *M*, qu'il reste toujours paralléle à lui même; sa partie la plus élevée, sur laquelle repose la lame, forme une surface cylindrique, dont l'axe reste toujours paralléle aux axes des cylindres d'acier. Pour que la lame ne puisse sortir de sa position, lorsqu'on mesure son épaisseur, on l'assujetit convenablement à l'extrémité opposée.

La détermination de la longueur de la lame n'exige pas une si grande exactitude, et on peut la mesurer tout simplement, on appliquent la lame contre une échelle divisée en pouces, dont le dernier pouce est divisée en dixièmes de lignes.

Quatre observations suffisent, pour trouver le coëfficient de dilatation élastique de la lame; la première observation se fait avant d'avoir jetté des poids dans les plateaux, la deuxième, après y avoir placé des poids déterminés; les deux dernières sont les répétitions des deux premières, apres avoir renversé la lame.

La moyenne des deux observations faites sans poids (1re et 3me) donne la flexion de la lame dûe à son propre poids et au poids des miroirs, des crochets, auxquels les plateaux sont suspendus, et de ces plateaux, destinés à recevoir les poids, soit ϕ.

La moyenne des deux observations faites avec des poids (2me et 4me) donne la flexion de la lame dûe à son propre poids, aux poids des miroirs, des crochets et des plateaux, et aux poids, qu'on a mis dans les plateaux, soit ϕ'.

Soit p' le poids de la moitié de la lame avec son miroir, son crochet et son plateau, rapporté au point de suspension du plateau.

Soit p'' le poids qu'on a mis dans chaque plateau, dans la deuxième et quatrième observation.

Soit $2l$ la longueur de la lame entre les deux points de suspension.

Soit L, L', la distance horizontale entre le point fixe (au milieu de la lame, là où elle est serrée entre deux pointes) et le point de suspension de chaque poids, ou bien la longueur du bras du levier, au bout duquel agit chaque poids, de sorte que Lp', $L'(p' + p'')$, soient les moments des poids p', et $(p' + p'')$.

Soient a et b la largeur et l'épaisseur de la lame, et

ε son coëfficient d'élasticité, c'est-à-dire le poids, qu'il faudrait employer, pour doubler la longueur d'une lame semblable, dont la section est égale à l'unité, par une traction dans le sens de l'axe longitudinal de la lame.

Soit enfin δ le coëfficient de dilatation élastique de la lame, c'est-à-dire, la dilatation, qu'un cube formé de la même substance, et dont le coté serait égal à l'unité, éprouverait par la traction de l'unité de poids.

Et nous aurons :

$$\delta = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{6} \frac{\phi' . ab^3}{l . L'(p' + p'')} \cdot \text{tang. } 1' \ldots (1).$$

Pour déterminer la valeur de p', nous avons aussi :

$$\delta = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{6} \frac{\phi . ab^3}{l . Lp'} \cdot \text{tang. } 1'.$$

ou bien :

$$\frac{p' + p''}{p'} = \frac{L\phi'}{\phi\, L'}$$

et

$$p' = p'' \cdot \frac{\phi L'}{\phi' L - \phi L'} \dots (2).$$

Pour calculer avec ces formules, ϕ doit être exprimé en minutes.

On calcule premièrement la valeur de p' par la formule (2) et ensuite la valeur de δ par la formule (1).

Comme on a toujours fait plus que deux observations, avec les poids $p' + p''$, $p' + p'''$, $p' + p^{\text{iv}}$ etc., nous désignerons tous ces poids par p et la distance horizontale du point de suspension au point fixe, qui se rapporte à ce poids, par L.

ACIER.

Lame d'acier № 5, fondu et laminé.

Largeur de la barre	0,99885.
Épaisseur de la barre	0,10208.
Longueur totale de la barre	52,3700.
Distance entre les deux points de suspension	51,8800 ($2l$).
Poids total de la barre	1,67123.
Pesanteur spécifique (calculée d'après les dimensions)	7,83032 (*).

№	Charge de chaque coté p''.	Distance horizontale entre les points de suspension $2L$	Angle de flexion ϕ.
1.	0	51,7532	306',5
2.	0,25	51,6828	402',5
3.	0,50	51,5702	498',0
4.	1,00	51,3080	686',5
5.	2,00	50,5544	1050',5
6.	3,00	49,5543	1398',5

(*) Poids de la lame, plongée dans de l'eau (de 14°,8 R.): 1,45823; de là pes. spec. = 7,8348.

De là on trouve:

1) Si l'on substitue dans la formule

$$\frac{p'' + p'}{p'} = \frac{\phi' L}{\phi L'}$$

les valeurs données par les observations № 1 et 4, on trouve:

$$p' = 0,7941.$$

2) Si l'on substitue dans la même formule les valeurs données par les expériences № 1 et 3, on trouve:

$$p' = 0,7930.$$

3) Les valeurs № 1 et 2 donnent:

$$p' = 0,7874.$$

De ces trois valeurs, chacune mérite une confiance d'autant plus grande, qu'elle a été trouvée par un poids plus considérable : et si on les combine, après avoir multiplié chacune par le carré du poids, avec lequel elle a été trouvée, on obtient pour la valeur la plus exacte de p'

$$p' = 0,7936.$$

Nous aurons maintenant, pour les poids qui répondent aux différentes flexions observées:

№	Log. p.	Log. ϕ.	Log. L.
1.	9,89960	2,48643	1,41290
2.	0,01853	2,60477	1,41232
3.	0,11180	2,69723	1,41137
4.	0,25372	2,83664	1,40915
5.	0,44616	3,02140	1,40273
6.	0,57905	3,14567	1,39405

Ces valeurs substituées dans la formule:

$$\delta = \frac{1}{6} \cdot \frac{\phi}{l} \cdot \frac{ab^3}{Lp} \cdot \text{tang. } 1'$$

donnent pour δ:

№ 1 . . . . . . $\delta = 0,000000029634.$

№ 2 . . . . . . $\delta = 0,000000029633.$

№ 3 . . . . . . $\delta = 0,000000029643.$

№ 4 . . . . . . $\delta = 0,000000029623.$

№ 5 . . . . . . $\delta = 0,000000029537.$

№ 6 . . . . . . $\delta = 0,000000029541.$

Moyenne $\delta = 0,000000029602.$

LAME D'ACIER № 6, FONDU NON TREMPÉ.

Largeur de la barre	0,99430.
Épaisseur de la barre	0,09583.
Longueur totale de la barre.	52,345.
Distance entre les deux points de suspension	51,8500.
Poids de la barre	1,558475.
Pesanteur spécifique calculée d'après les dimensions.	7,8176.

№	Charge de chaque coté. p''.	Demi-distance horizontale entre les points de suspension. L.	Angle de flexion. ϕ.
1.	0	25,834	395',38
2.	0,25	25,774	513',01
3.	0,50	25,696	629',63
4.	1,00	25,498	857',38

On trouve:

1°. En combinant les № 1 et 2.

$$p' = 0,831861$$

2°. En combinant les № 1 et 3.

$$p' = 0,831920$$

3°. En combinant les № 1 et 4.

$$p' = 0,804376.$$

On voit, que les deux premièrs valeurs s'accordent fort bien, mais que la dernière est trop petite, ce qui prouve que la barre avait déjà depassé la limite de son élasticité, étant chargée d'une livre. Mettons donc:

$$p' = 0,83186.$$

Cette valeur, substituée dans la formule citée tout-à-l'heure, donne:

$\delta = 0,0000000301058$ pour le № 1.

$\delta = 0,0000000301058$ pour le № 2.

$\delta = 0,0000000301050$ pour le № 3.

$\delta = 0,0000000306670$ pour le № 4.

La dernière détermination doit être rejettée, puisque, comme nous l'avons déjà dit, la barre avait été fléchie au delà des limites de son élasticité.

La moyenne des trois valeurs, est

$$\delta = 0,0000000301055.$$

Dans les tableaux suivants, on a donné les résultats complets dés observations, c'est-à-dire, non seulement les moyennes, mais separément les observations faites avant et après avoir retourné le barreau.

Voici les dimensions, les pesanteurs spécifiques et les poids des lames.

	№ 7.	№ 14.	№ 15.
Longueur.	51,968	52,3330	52,322
Largeur.	0,99021	0,99183	0,99119
Epaisseur.	0,17790	0,10760	0,19203
Poids	2,864665	1,745235	3,112685
Pesanteur spécifique	7,8423	7,8348	7,8323

LAME № 7. ACIER FONDU DOUX.

$l = 25{,}749.$

1°. Avant d'avoir retourné le barreau.

№	p''.	L.	$\phi + \eta$ (*).
1.	0,0	25,734	1° 39′ 15″
2.	1,0	25,717	2° 52′ 15″
3.	0,0	25,730	1° 39′ 20″
4.	2,00	25,695	4° 5′ 10″
5.	0,00	25,731	1° 39′ 25″
6.	3,00	25,680	5° 18′ 10″
7.	0,00	25,733	1° 39′ 55″

2°. Après avoir retourné le barreau.

№	p'.	L.	$\phi - \eta$.
8.	0,0	25,732	0° 51′ 25″
9.	1,00	25,728	2° 4′ 0″
10.	0,0	25,735	0° 51′ 15″
11.	2,00	25,709	3° 16′ 35″
12.	0,00	25,739	0° 51′ 30″
13.	3,00	25,687	4° 29′ 45″
14.	0,00	25,736	0° 51′ 25″

De là : 1°. Avant d'avoir retourné la lame:

(*) J'ai désigné ici par η l'erreur du miroir, c'est-à-dire, ce dont son angle à l'axe de la lame diffère d'un angle droit.

№ 1, 3, 5, 7 .... $p'' = 0 \ldots L = 25{,}732 \ldots \phi + \eta = 1^\circ\ 39'\ 30''$
№ . ... 2 ...... $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}717 \ldots \phi' + \eta = 2^\circ\ 52'\ 15''$
№ ..... 3 ...... $p'' = 2 \ldots L'' = 25{,}695 \ldots \phi'' + \eta = 4^\circ\ 5'\ 10''$
№ ..... 6 ...... $p'' = 3 \ldots L''' = 25{,}680 \ldots \phi''' + \eta = 5^\circ\ 18'\ 10''$.

2°. Après avoir retourné la lame:

№ 8, 10, 12 et 14... $p'' = 0 \ldots L = 25{,}736 \ldots \phi - \eta = 0^\circ\ 51'\ 20''$
№ .... 9 ...... $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}728 \ldots \phi' - \eta = 2^\circ\ 4'\ 0''$
№ .... 11 ...... $p'' = 2 \ldots L'' = 25{,}709 \ldots \phi'' - \eta = 3^\circ\ 16'\ 35''$
№ .... 13 ...... $p'' = 3 \ldots L''' = 25{,}687 \ldots \phi''' - \eta = 4^\circ\ 29'\ 45''$.

Moyennes:

$$p'' = 0 \ldots L = 25{,}734 \ldots \phi = 1^\circ\ 15'\ 25'' = 75'{,}43$$
$$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}723 \ldots \phi' = 2^\circ\ 28'\ 7''{,}5 = 148'{,}13$$
$$p'' = 2 \ldots L'' = 25{,}702 \ldots \phi'' = 3^\circ\ 40'\ 52''{,}5 = 220'{,}88$$
$$p'' = 3 \ldots L''' = 25{,}684 \ldots \phi''' = 4^\circ\ 53'\ 57''{,}5 = 293'{,}96.$$

Ces valeurs substituées dans la formule donnent:

$$\left.\begin{array}{l} p' = 1{,}03665 \ldots\ldots\ldots \\ \delta' = 0{,}0000000296807 \end{array}\right\} \ldots \text{pour } p'' = 1.$$

$$\left.\begin{array}{l} p' = 1{,}03524 \ldots\ldots\ldots \\ \delta' = 0{,}0000000297212 \end{array}\right\} \ldots \text{pour } p'' = 2.$$

$$\left.\begin{array}{l} p' = 1{,}03281 \ldots\ldots\ldots \\ \delta' = 0{,}0000000297911 \end{array}\right\} \ldots \text{pour } p'' = 3.$$

On verra plus tard, que les oscillations transversales ont donné, par une seule expérience, avec un poids de 15,816

$$\delta = 0{,}0000000297506.$$

Quelques jours plus tard, on fit encore une expérience avec une charge supplémentaire de 5 livres.

1. Avant d'avoir retourné le barreau.

№	p''.	L.	$\varphi + \eta$.
1.	0,0	25,733	0° 51′ 25″
2.	5,0	25,608	6° 54′ 30″
3.	0,0	25,736	0° 51′ 45″

2. Après avoir retourné le barreau.

№	p''.	L.	$-\eta$.
4.	0,0	25,731	1° 39′ 5″
5.	5,0	25,617	7° 41′ 50″
6.	0,0	25,734	1° 39′ 25″

Si l'on retranche le № 3 du № 2, et le № 6 du № 5, et si l'on prend la moyenne des deux différences, on trouve :

$$\varphi' - \varphi = 6°\ 2'\ 35'' = 362'{,}58,$$

ou bien, comme $\varphi = 75'{,}43$

$$\varphi' = 438'{,}01.$$

Le même tableau donne les valeurs moyennes suivantes pour L et L'.

$$L = 25{,}734$$
$$L' = 25{,}613.$$

En substituant ces valeurs dans la formule, on trouve :

$$p' = 1{,}03427.$$
$$\delta = 0{,}0000000297487.$$

Lame № 15. Acier forgé anglais.

$l' = 25{,}912.$

1. Avant d'avoir retourné le barreau.

№	p″.	L.	φ + η.
1.	0,0	25,910	1° 23′ 15″
2.	1,0	25,905	2° 22′ 5″
3	0,0	25,910	1° 23′ 00″
4.	2,0	25,891	3° 21′ 20″
5.	0,0	25,905	1° 23′ 15″
6.	3,0	25,875	4° 21′ 5″
7.	0,0	25,905	1° 22′ 50″
8.	5,0	25,832	6° 19′ 10″
9.	0,0	25,904	1° 22′ 55″

2. Après avoir retourné le barreau.

. №	p″.	L.	φ — η.
10.	0,0	25,914	0° 44′ 35″
11.	1,0	25,901	1° 43′ 55″
12.	0,0	25,908	0° 44′ 5″
13.	2,0	25,892	2° 43′ 20″
14.	0,0	25,897	0° 44′ 20″
15.	3,0	25,875	3° 43′ 0″
16.	0,0	25,909	0° 44′ 55″
17.	5,0	25,831	5° 41′ 0″
18.	0,0	29,901	0° 45′ 20″

De là on trouve les moyennes suivantes :

$$p'' = 0\ldots\ L\ = 25{,}906\ldots\ \mathcal{G} = \ 63{,}85,$$
$$p'' = 1\ldots\ L^{\text{I}} = 25{,}903\ldots\ \mathcal{G}^{\text{I}} = 123{,}00,$$
$$p'' = 2\ldots\ L^{\text{II}} = 25{,}892\ldots\ \mathcal{G}^{\text{II}} = 182{,}33,$$
$$p'' = 3\ldots\ L^{\text{III}} = 25{,}875\ldots\ \mathcal{G}^{\text{III}} = 242{,}04,$$
$$p'' = 5\ldots\ L^{\text{V}} = 25{,}832\ldots\ \mathcal{G}^{\text{V}} = 360{,}09,$$

et ensuite :

a) Pour la charge d'une livre :

$$p' = 1{,}07920$$
$$\delta = 0{,}0000000299914.$$

b) Pour la charge de deux livres :

$$p' = 1{,}07693$$
$$\delta = 0{,}0000000300547.$$

c) Pour une charge de trois livres :

$$p' = 1{,}07323$$
$$\delta = 0{,}0000000301582.$$

d) Pour une charge de cinq livres :

$$p' = 1{,}07394$$
$$\delta' = 0{,}0000000301384.$$

Les oscillations transversales ont donné :

$$\delta' = 0{,}0000000301229.$$

Lame № 14. Acier forgé anglais.

$$l = 25{,}908.$$

1. Avant d'avoir retourné le barreau.

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
1.	0,0	25,878	4° 31′ 15″
2.	0,25	25,840	5° 54′ 50″
3.	0,0	25,878	4° 31′ 5″
4.	0,50	25,798	7° 19′ 20″
5.	0,0	25,878	4° 31′ 50″
6.	1,00	25,699	10° 4′ 20″
7.	0,0	25,878	4° 31′ 45″

2. Après avoir retourné le barreau.

№	p''.	L.	$\phi - \eta$.
8.	0,00	25,869	4° 56′ 20″
9.	0,25	25,829	6° 20′ 10″
10.	0,00	25,869	4° 56′ 55″
11.	0,50	25,785	7° 42′ 50″
12.	0,00	25,869	4° 56′ 50″
13.	1,00	25,680	10° 28′ 50″
14.	0,00	25,869	4° 56′ 40″

De là, on trouve les moyennes suivantes:

$$p'' = 0 \;\ldots\; L = 25{,}874 \ldots \phi = 4^\circ\, 44'\, 5'' = 284{,}08.$$
$$p'' = 0{,}25 \ldots L' = 25{,}835 \ldots \phi' = 6^\circ\, 7'\, 30'' = 367{,}50.$$
$$p'' = 0{,}50 \ldots L'' = 25{,}792 \ldots \phi'' = 7^\circ\, 31'\, 5''' = 451{,}08.$$
$$p'' = 1{,}00 \ldots L''' = 25{,}690 \ldots \phi''' = 10^\circ\, 16'\, 35'' = 616{,}58.$$

Et ensuite:

1) Pour la charge de 0,25

$$p' = 0,845737$$
$$\delta = 0,0000000300163.$$

2) Pour la charge de 0,50

$$p' = 0,843298$$
$$\delta = 0,0000000301031.$$

3) Pour la charge de 1,00

$$p' = 0,843178$$
$$\delta = 0,0000000301074.$$

Les oscillations transversales ont donné:

$$\delta' = 0,0000000300946.$$

CUIVRE JAUNE.

Les lames de cuivre jaune, dont j'ai déterminé le coëfficient de dilatation élastique par la flexion, et qui m'ont servi a déterminer le même coëfficient par des oscillations transversales, comme on verra plus tard, étaient marquées des № 1 à 9; leurs dimensions, leurs poids et leurs pesanteurs spécifiques sont indiqués dans le tableau suivant:

Tableau comparatif des dimensions, des poids, et des pesanteurs spécifiques des lames de cuivre jaune, qui ont servi dans les expériences suivantes:

№ 1 et 3. Cuivre jaune martelé.
№ 2 et 4. Cuivre jaune fondu.
№ 5 et 6. Cuivre jaune anglais laminé dur.
№ 7 . . . Cuivre jaune fondu doux de la fabrique des frères Hesse à Lübek (deux parties de cuivre sur une partie de zinc).
№ 8 . . . Le même métal, fortement martelé.
№ 9 . . . Le même métal, fortement laminé.

	№ 1.	№ 2.	№ 3.	№ 4.	№ 5.	№ 6.	№ 7.	№ 8.	№ 9.
Longeur......	51,4340	51,4330	51,4370	51,4390	52,3320	52,3140	51,2500	51,2500	51,2500
Largueur.....	0,99742	0,99729	0,99964	0,99917	0,98954	0,98100	0,99137	0,99137	0,99137
Epaisseur.....	0,09713	0,09642	0,18648	0,19029	0,18224	0,09332	0,19109	0,19109	0,19109
Poids........	1,701454	1,62363	3,25684	3,21612	3,18696	1,62564	3,22428	3,34104	3,33062
Pesanteur spécifique......	8,5600	8,2169	8,4978	8,2676	8,4465	8,4930	8,3089	8,6045	8,5746

Lame № 1.

$l = 25,476.$

№	Charge de chaque coté. p''.	Distance horizontale entre les points de suspension. L.	Angle de flexion. ϕ.
1.	0	50,366	680',9
2.	0,25	50,026	877',4

De là on trouve:

$$p' = 0,840336$$
$$\delta = 0,0000000562686.$$

Par des oscillations transversales, nous avons trouvé:

$$\delta = 0,0000000562083.$$

Lorsque les charges dans les plateaux furent portées à une demi-livre, ou à une livre entière, la lame ne revenait plus exactement à sa première position.

Lame № 2.

Le barreau № 2 est d'un cuivre jaune fondu si mou, que la charge des miroirs et des plateaux seule le faisait déjà sortir des limites de son élasticité, et que sa courbure

augmentait lentement, sans qu'on ajoutât aucun poids. Ce n'est qu'après beaucoup de temps, que le barreau s'arrêta; en plaçant la 16me partie d'une livre dans chaque plateau, les deux extrémités du barreau s'inclinèrent toujours davantage, et ne s'arretèrent qu'après plusieures heures; le barreau ne revenait plus à sa première position, lorsqu'on avait enlevé les poids. Le barreau n'était donc pas dans les conditions nécessaires pour donner des résultats exactes; on a eu approximativement:

$$\phi = 16° \ 32'{,}0 = \ 992'{,}0$$
$$\phi' = 17° \ 36'{,}3 = 1056'{,}3.$$
$$L = 24{,}874,$$
$$L' = 24{,}771,$$
$$p'' = 0{,}0625,$$

et comme nous avons:

$$l = 25{,}473$$
$$a = 0{,}99729$$
$$b = 0{,}09642.$$

On trouve facilement:

$$p' = 0{,}92785$$
$$p' + p'' = 0{,}99035$$
$$\delta' = 0{,}000000070606.$$

Les oscillations transversales ont donné:

0,0000000719097 pour une longueur de 48,209 de la partie vibrante de la barre.
0,0000000739550 pour une longueur de 35,548.
0,0000000750211 pour une longueur de 25,7925.

On ne peut pas exiger une approximation plus grande pour un métal aussi doux, pour lequel les expériences présentent beaucoup de difficulté à cause des limites étroites de son élasticité.

Lame № 3.

$2l = 50,943.$

№	Charge de chaque coté. p''.	Distance horizontale entre les points de suspension. $2L$.	Angle de flexion ϕ.
1.	0	50,914	130,25
2.	0,25	50,907	160,42
3.	0,50	50,905	189,55

Lorsqu'on combine les deux observations extrèmes, on trouve:

$$p' = 1,09690$$

et de là

$$\delta = 0,000000057557 \text{ pour les № 1 et 3}$$

$$\delta = 0,000000057670 \text{ pour le № 2.}$$

Les oscillations transversales ont donné:

$$\delta' = 0,000000057313.$$

Ces observations furent continuées avec de plus fortes charges; je les donne ici avec plus de détails.

1) Avant d'avoir retourné le barreau.

№	Charge de chaque coté. p''.	Distance horizontale entre les points de suspension. $2L$.	Angle de flexion observé. $\phi + \eta$.
1.	0,00	50,912	3° 35′ 50″
2.	1,00	50,887	5° 35′ 0″
3.	0,00	50,933	3° 36′ 5″
4.	2,00	50,799	7° 32′ 30″
5.	0,00	50,924	3° 36′ 5″
6.	3,00	50,686	9° 30′ 50″
7.	0,00	50,939	3° 37′ 20″

2) Après avoir retourné le barreau.

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.
8.	0,00	50,910	0° 44′ 0″
9.	1,00	50,869	2° 43′ 15″
10.	0,00	50,910	0° 44′ 25″
11.	2,00	50,784	4° 41′ 30″
12.	0,00	50,925	0° 45′ 15″
13.	3,00	50,661	6° 39′ 10″
14.	0,00	50,935	0° 46′ 0″

On voit, que le barreau n'est pas exactement revenu à son état initial d'équilibre, après avoir supporté une charge de 3 livres de chaque côté, et même de 2 livres seulement, dans la position renversée; nous allons donc prendre pour les véritables flexions, répondant aux charges employées, les différences des flexions observées pendant et après la charge.

On obtient de cette manière les valeurs suivantes:

A) *Pour une charge supplémentaire d'une livre:*

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

$$p'' = 0, \quad \ldots L = 25,466 \ldots \phi + \eta = 3° \; 36' \; 5''$$
$$p'' = 1,00 \ldots L' = 25,444 \ldots \phi' + \eta = 5° \; 35' \; 0''.$$

2) Après avoir retourné le barreau:

$$p'' = 0, \quad \ldots L = 25,455 \ldots \phi - \eta = 0° \; 44' \; 25''$$
$$p'' = 1,00 \ldots L' = 25,435 \ldots \phi' - \eta = 2° \; 43' \; 15''.$$

Moyennes:

$$p'' = 0, \quad \ldots L = 25,461 \ldots \phi = 2° \; 10' \; 15'' = 130',25$$
$$p'' = 1,00 \ldots L' = 25,440 \ldots \phi' = 4° \; 9' \; 7'',5 = 249',13.$$

Et de là :

$$p'' = 1{,}09376$$
$$\delta = 0{,}0000000577402.$$

B) *Pour une charge supplémentaire de deux livres :*

1) Avant d'avoir retourné le barreau :

$$p'' = 0 \quad \ldots L = 25{,}462 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\ 36'\ \ 5''$$
$$p'' = 2{,}00 \ldots L' = 25{,}400 \ldots \phi' + \eta = 7^\circ\ 32'\ 30''.$$

2) Après avoir retourné le barreau :

$$p'' = 0 \quad \ldots L = 25{,}463 \ldots \phi - \eta = 0^\circ\ 45'\ 15''$$
$$p'' = 2{,}00 \ldots L' = 25{,}392 \ldots \phi' - \eta = 4^\circ\ 41'\ 30''.$$

Moyennes :

$$p'' = 0 \quad \ldots L = 25{,}463 \ldots \phi = 2^\circ\ 10'\ 40'' = 130'{,}67$$
$$p'' = 2{,}00 \ldots L' = 25{,}396 \ldots \phi' = 6^\circ\ \ 7'\ \ 0'' = 367'{,}0.$$

de là

$$p' = 1{,}10132$$
$$\delta = 0{,}0000000575105.$$

C) *Pour une charge supplémentaire de trois livres.*

1) Avant d'avoir retourné le barreau :

$$p'' = 0 \quad \ldots L = 25{,}470 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\ 37'\ 20''$$
$$p'' = 3{,}00 \ldots L' = 25{,}343 \ldots \phi' + \eta = 9^\circ\ 30'\ 50''.$$

2) Après avoir retourné le barreau :

$$p'' = 0 \quad \ldots L = 25{,}468 \ldots \phi - \eta = 0^\circ\ 46'\ \ 0''$$
$$p'' = 3{,}00 \ldots L' = 25{,}331 \ldots \phi' - \eta = 6^\circ\ 39'\ 10''.$$

Moyennes :

$$p'' = 0 \quad \ldots L = 25{,}469 \ldots \phi = 2^\circ\ 11'\ 40'' = 131'{,}67$$
$$p'' = 3{,}00 \ldots L' = 25{,}337 \ldots \phi' = 8^\circ\ \ 5'\ \ 0'{,}0 = 485'{,}00.$$

de là:

$$p' = 1{,}11003$$
$$= 0{,}0000000574823.$$

On voit, que les deux dernières observations, faites avec des charges de 2 et de 3 livres, donnent presque exactement le même résultat, tandis que celle faite avec une charge d'une livre donne un résultat un peu trop fort.

Lame № 4.

$$2l = 50{,}945.$$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\varphi + \eta$.
1.	0,00	50,897	2° 55′ 40″
2.	1,00	50,809	5° 32′ 40″
3.	0,00	50,894	2° 59′ 25″
4.	1,00	50,810	5° 32′ 50″
5.	0,00	50,891	2° 59′ 30″
6.	2,00	50,607	8° 24′ 30″
7.	0,00	50,905	3° 18′ 25″
8.	2,00	50,650	8° 26′ 45″
9.	0,00	50,896	3° 19′ 50″
10.	2,00	50,645	8° 27′ 5″
11.	0,00	50,898	3° 20′ 35″
12.	2,00	50,646	8° 27′ 45″
13.	0,00	50,886	3° 21′ 5″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.
14.	0,00	50,906	2° 29′ 30″
15.	1,00	50,834	5° 12′ 10″
16.	0,00	50,912	2° 38′ 30″
17.	1,00	50,811	5° 12′ 30″
18.	0,00	50,893	2° 38′ 55″
19.	2,00	50,663	8° 13′ 45″
20.	0,00	50,910	3° 7′ 30″
21.	1,00	50,819	5° 41′ 50″
22.	2,00	50,688	8° 15′ 30″
23.	0,00	50,893	3° 9′ 35″

On voit, que le barreau ne revient à la même position, qu'après avoir été chargé plusieurs fois du même poids, lorsque ce poids n'excède pas celui d'une livre; la charge de deux livres produit chaque fois une nouvelle courbure constante, quoique très peu différente de la première courbure. Les observations n'ont pas été poussées assez loin, pour savoir, si elle ne s'arrête enfin.

Ces observations donnent:

A) *Pour une charge d'une livre:*

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№ 3 . . . . $p'' = 0 \ldots L = 25{,}447 \ldots \phi + \eta = 2° \, 59' \, 25''$

№ 2 . . . . $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}405 \ldots \phi' + \eta = 5° \, 32' \, 40''$

№ 5 . . . . $p'' = 0 \ldots L = 25{,}446 \ldots \phi + \eta = 2° \, 59' \, 30''$

№ 4 . . . . $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}405 \ldots \phi' + \eta = 5° \, 32' \, 50''$

Moyennes . $\begin{cases} p'' = 0 \ldots L = 25{,}447 \ldots \phi + \eta = 2° \, 59' \, 27''{,}5 \\ p'' = 1 \ldots L' = 25{,}405 \ldots \phi' + \eta = 5° \, 32' \, 45''{,}0. \end{cases}$

2) Après avoir retourné le barreau:

№ 16 . . . $p'' = 0 \ldots L = 25{,}451 \ldots \phi - \eta = 2^\circ\, 38'\, 30''$

№ 15 . . . $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}417 \ldots \phi' - \eta = 5^\circ\, 12'\, 0''$

№ 18 . . . $p'' = 0 \ldots L = 25{,}447 \ldots \phi - \eta = 2^\circ\, 38'\, 55''$

№ 17 . . . $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}406 \ldots \phi' - \eta = 5^\circ\, 12'\, 30''$

Moyennes . $\begin{cases} p'' = 0 \ldots L = 25{,}449 \ldots \phi - \eta = 2\;\; 38'\, 42'',5 \\ p'' = 1 \ldots L' = 25{,}412 \ldots \phi' - \eta = 5\;\; 12'\, 15'',0. \end{cases}$

Moyennes des observations faites avant et après avoir retourné le barreau.

$$p'' = 0 \ldots L = 25{,}448 \ldots \phi = 2^\circ\, 49'\, 5'' = 169'',09$$
$$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}409 \ldots \phi' = 5^\circ\, 22'\, 30'' = 322'',5.$$

De là on trouve:

$$p' = 1{,}09866$$
$$\delta = 0{,}0000000792484.$$

B) *Pour une charge de deux livres:*

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№ 7 . . . $p'' = 0 \ldots 2L = 50{,}905 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\, 18'\, 25''$

№ 6 . . . $p'' = 2 \ldots 2L' = 50{,}607 \ldots \phi' + \eta = 8^\circ\, 24'\, 30''$

№ 9 . . . $p'' = 0 \ldots 2L = 50{,}896 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\, 19'\, 50''$

№ 8 . . . $p'' = 2 \ldots 2L' = 50{,}650 \ldots \phi' + \eta = 8^\circ\, 26'\, 45''$

№ 11 . . . $p'' = 0 \ldots 2L = 50{,}898 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\, 20'\, 35''$

№ 10 . . . $p'' = 2 \ldots 2L' = 50{,}645 \ldots \phi' + \eta = 8^\circ\, 27'\, 5''$

№ 13 . . . $p'' = 0 \ldots 2L = 50{,}886 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\, 21'\, 5''$

№ 12 . . . $p'' = 2 \ldots 2L' = 50{,}646 \ldots \phi' + \eta = 8^\circ\, 27'\, 45''.$

Moyennes . $\begin{cases} p'' = 0 \ldots 2L = 50{,}896 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\, 19'\, 59'' \\ p'' = 2 \ldots 2L' = 50{,}637 \ldots \phi' + \eta = 8^\circ\, 26'\, 31'',3. \end{cases}$

2) Après avoir retourné le barreau:

№ 20 . . . $p'' = 0 \ldots 2L' = 50{,}910 \ldots \phi - n = 3^\circ\ 7'\ 30''$

№ 19 . . . $p'' = 2 \ldots 2L' = 50.663 \ldots \phi' - n = 8^\circ\ 13'\ 45''$

№ 23 . . . $p'' = 0 \ldots 1L = 50.893 \ldots \phi - n = 3^\circ\ 9'\ 35''$

№ 22 . . . $p'' = 2 \ldots 2L' = 50{,}688 \ldots \phi' - n = 8^\circ\ 15'\ 30''$.

Moyennes.. $\begin{cases} p'' = 0 \ldots 2L = 50{,}902 \ldots \phi - n = 3^\circ\ 8'\ 32''{,}5 \\ p'' = 2 \ldots 2L' = 50{,}676 \ldots \phi' - n = 8^\circ\ 14'\ 37''{,}5. \end{cases}$

Moyennes des observations faites avant et après le retournement.

$$p'' = 0 \ldots L = 25{,}450 \ldots \phi = 3^\circ\ 14'\ 45''{,}8 = 194''{,}76$$
$$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}328 \ldots \phi' = 8^\circ\ 20'\ 34''{,}4 = 500''{,}57.$$

De là on trouve:

$$p' = 1{,}26377$$
$$\delta' = 0{,}0000000793480.$$

On comprend facilement, pourquoi la valeur de p' a été beaucoup plus grande pour la charge de deux livres, que pour celle d'une seule; c'est que la charge de deux livres a donné au barreau une courbure constante, de sorte que la valeur de ϕ, qui exprime l'angle de flexion produit par le poids des miroirs et des plateaux, était augmentée de cette courbure, et répondait par conséquent à un poids plus considérable, que celui, qui aurait produit la flexion ϕ, sans cette circonstance.

La méthode des oscillations transversales nous a donné les valeurs suivantes de δ:

$$\delta = 0{,}0000000774053$$
$$\delta = 0{,}0000000790946$$
$$\delta = 0{,}0000000797368$$

Moyenne: 784122.

LAME № 5.

$2l = 51,830.$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\varphi - \eta$.
1.	0,00	51,789	2° 12′ 5″
2.	1,00	51,729	4° 58′ 50″
3.	0,00	51,783	2° 12′ 15″
4.	2,00	51,651	7° 15′ 25″
5.	0,00	51,788	2° 12′ 5″
6.	3,00	51,453	9° 29′ 40″
7.	0,00	51,784	2° 12′ 20″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\varphi + \eta$.
8.	0,00	51,789	2° 17′ 5″
9.	1,00	51,733	4° 34′ 20″
10.	0,00	51,788	2° 17′ 10″
11.	2,00	51,628	6° 50′ 0″
12.	0,00	51,788	2° 17′ 0″
13.	3,00	51,473	9° 4′ 30″
14.	0,00	51,788	2° 17′ 25″

La lame revient toujours très exactement à son premier état d'équilibre, même après une charge de trois livres; c'est que le cuivre jaune, dont la lame est faite, a été fortement laminé.

Les observations contenues dans ce tableau donnent:

1) Avant d'avoir retourné le barreau :

№ 1 et 3... $p'' = 0$....... $L = 25{,}893$... $\varphi + \eta = 2^\circ\ 42'\ 10''$
№ 2 ..... $p'' = 1{,}00$... $L' = 25{,}865$... $\varphi' + \eta = 4^\circ\ 58'\ 50''$
№ 3 et 5... $p'' = 0$....... $L = 25{,}893$... $\varphi + \eta = 2^\circ\ 42'\ 10''$
№ 4 ...... $p'' = 2{,}00$... $L' = 25{,}826$... $\varphi' + \eta = 7^\circ\ 15'\ 25''$
№ 5 et 7... $p'' = 0$....... $L = 25{,}893$... $\varphi = \eta = 2^\circ\ 42'\ 12'',5$
№ 6 ...... $p'' = 1$....... $L' = 25{,}727$... $\varphi' + \eta = 9^\circ\ 29'\ 40''$.

2) Après avoir retourné le barreau :

№ 8 et 10... $p'' = 0$....... $L = 25{,}894$... $\varphi - \eta = 2^\circ\ 17'\ 7'',5$
№ 9 ...... $p'' = 1$....... $L' = 25{,}867$... $\varphi' - \eta = 4^\circ\ 34'\ 20''$
№ 10 et 12... $p'' = 0$....... $L = 25{,}894$... $\varphi - \eta = 2^\circ\ 17'\ 5''$
№ 11 ...... $p'' = 2$....... $L' = 25{,}814$... $\varphi' - \eta = 6^\circ\ 50'\ 0''$
№ 12 et 14... $p'' = 0$....... $L = 25{,}894$... $\varphi - \eta = 2^\circ\ 17'\ 12'',5$
№ 13 ..... $p'' = 3$....... $L' = 25{,}737$... $\varphi' - \eta = 9^\circ\ 4'\ 30''$.

Moyennes :

$p'' = 0$... $L = 25{,}894$... $\varphi = 2^\circ\ 29'\ 38'',8 = 149',65$
$p'' = 1$... $L' = 25{,}866$... $\varphi' = 4^\circ\ 46'\ 35'' = 286',60$
$p'' = 0$... $L = 25{,}894$... $\varphi = 2^\circ\ 29'\ 37'',5 = 149',63$
$p'' = 2$... $L' = 25{,}820$... $\varphi' = 7^\circ\ 2'\ 42'',5 = 422',70$

$p'' = 0$... $L = 25{,}894$... $\varphi = 2^\circ\ 29'\ 44'',5 = 149',70$
$p'' = 3$... $L' = 25{,}732$... $\varphi' = 9^\circ\ 17'\ 5'' = 557',09$.

De là :

a) ***Pour la charge d'une livre :***

$p' = 1{,}09026$
$\delta = 0{,}0000000593930$.

b) *Pour la charge de deux livres:*

$$p' = 1{,}09107$$
$$\delta = 0{,}0000000593412.$$

c) *Pour la charge de trois livres:*

$$p' = 1{,}09297$$
$$\delta = 0{,}0000000592654.$$

Les oscillations transversales ont donné:

$$\delta = 0{,}0000000588655.$$

BARREAU № 6,

$$2l = 51{,}834$$
$$l = 25{,}917.$$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.
1.	0,00	50,986	13° 12′ 20″
2.	0,25	50,452	17° 12′ 35″
3.	0,00	50,988	13° 12′ 45″
4.	0,50	49,808	21° 1′ 20″
5.	0,00	50,978	13° 13′ 5″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\varphi + \eta$.
6.	0,00	50,938	14° 40′ 10″
7.	0,25	50,396	18° 39′ 55″
8.	0,00	50,941	14° 40′ 40″
9.	0,50	49,745	22° 27′ 25″
10.	0,00	50,933	14° 40′ 50″

De là:

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

$$\begin{cases} \text{№ } 3 \ldots p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}494 \ldots \varphi - \eta = 13°\ 12'\ 45'' \\ \text{№ } 2 \ldots p'' = 0{,}25 \ldots L' = 25{,}226 \ldots \varphi' - \eta = 17°\ 12'\ 35'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{№ } 5 \ldots p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}489 \ldots \varphi - \eta = 13°\ 13'\ 5'' \\ \text{№ } 4 \ldots p'' = 0{,}50 \ldots L' = 24{,}904 \ldots \varphi' - \eta = 21°\ 1'\ 20'' \end{cases}$$

2) Après avoir retourné le barreau:

$$\begin{cases} \text{№ } 8 \ldots p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}471 \ldots \varphi + \eta = 14°\ 40'\ 40'' \\ \text{№ } 7 \ldots p'' = 0{,}25 \ldots L' = 25{,}198 \ldots \varphi' + \eta = 18°\ 39'\ 55'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{№} 10 \ldots p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}467 \ldots \varphi + \eta = 14°\ 40'\ 50'' \\ \text{№ } 9 \ldots p'' = 0{,}50 \ldots L' = 24{,}873 \ldots \varphi' + \eta = 22°\ 27'\ 25'' \end{cases}$$

Moyennes:

$$\begin{cases} p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}483 \ldots \varphi = 13°\ 56'\ 42{,}5'' = 836{,}71' \\ p'' = 0{,}25 \ldots L' = 25{,}212 \ldots \varphi' = 17°\ 56'\ 15'' = 1076{,}25' \end{cases}$$

$$\begin{cases} p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}889 \ldots \varphi = 13°\ 56'\ 57{,}5'' = 836{,}96' \\ p'' = 0{,}50 \ldots L' = 24{,}889 \ldots \varphi' = 21°\ 44'\ 22{,}5'' = 1304{,}38'. \end{cases}$$

Et de là:

1) *Pour la charge de 0,25:*

$p' = 0,83300$
$\delta = 0,0000000548574.$

2) *Pour la charge de 0,50:*

$p' = 0,839842$
$\delta = 0,0000000544371.$

La méthode des oscillations transversales a donné les valeurs suivantes:

$\delta = 0,0000000553820$
$\delta = 0,0000000554861$
$\delta = 0,0000000568941$
$\delta = 0,0000000545609.$

dont la dernière a été trouvée dans les conditions les plus favorables à l'exactitude.

BARREAU № 7.

$l = 25,326.$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
1.	0,00	25,307	2° 20' 15''
2.	1,00	25,286	4° 19' 10''
3.	0,00	55,307	2° 20' 25''
4.	2,00	25,249	6° 19' 10''
5.	0,00	25,307	2° 21' 00''

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p'.	L.	$\phi - \eta$.
6.	0,00	25,322	2° 0′ 50″
7.	1,00	25,295	4° 0′ 0″
8.	0,00	25,322	2° 0′ 50″
9.	2,00	25,256	6° 0′ 0″
10.	0,00	25,322	2° 1′ 45″

De là:

1) *Pour la charge d'une livre:*

№ 1 et 3.. $p'' = 0 \ldots L = 25{,}307 \ldots \phi + \eta = 2°\,20'\,20''$
№ 6 et 8.. $p'' = 0 \ldots L = 25{,}322 \ldots \phi - \eta = 2°\;\;0'\,50''$

Moyenne: $p'' = 0 \ldots L = 25{,}315 \ldots \quad \phi = 2°\,10'\,35'' = 130'{,}58.$

№ 2 . . . $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}286 \ldots \phi' + \eta = 4°\,19'\,10''$
№ 7 . . . $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}295 \ldots \phi' - \eta = 4°\;\;0'\;\;0''$

Moyenne: $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}291 \ldots \quad \phi' = 4°\;\;9'\,35'' = 249'{,}58.$

De là:

$$p' = 1{,}09513$$
$$\delta = 0{,}0000000623721.$$

2) *Pour une charge de deux livres:*

№ 5 . . . $p'' = 0 \ldots L = 25{,}307 \ldots \phi + \eta = 2°\,21'\,00''$
№10 . . . $p'' = 0 \ldots L = 25{,}322 \ldots \phi - \eta = 2°\;\;1'\,45''$

Moyenne: $p'' = 0 \ldots L = 25{,}315 \ldots \quad \phi = 2°\,11'\,22'',5 = 131'{,}38.$

№ 4 . . . $p'' = 2{,}00\,L' = 25{,}249 \ldots \phi + \eta = 6°\,19'\,10''$
№ 9 . . . $p'' = 2{,}00\,L' = 25{,}256 \ldots \phi' - \eta = 6°\;\;0'\;\;0''$

Moyenne: $p'' = 2{,}00\,L' = 25{,}253 \ldots \quad \phi' = 6°\;\;9'\,35'' = 369'{,}58.$

De là:

$$p' = 1{,}09664$$
$$\delta = 0{,}0000000625840.$$

Les oscillations transversales ont donné:

Valeur moyenne: $\delta = 0{,}000000062095.$

Valeurs trouvées dans les conditions les plus favorables à l'exactitude:

$$\delta = 0{,}000000062357.$$
$$\delta = 0{,}000000062541.$$

BARREAU № 8.

$$l = 25{,}326.$$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.
1.	0,0	50,638	0° 21′ 40″
2.	1,0	50,614	2° 6′ 30″
3	0,0	50, 638	0° 21′ 30″
4.	2,0	50,543	3° 51′ 55″
5.	0,0	50,638	0° 20′ 20″
6.	3,0	50,449	5° 36′ 25″
7.	0,0	50,638	0° 21′ 45″
8.	5,0	50,191	9° 3′ 10″
9.	0,0	50,638	0° 22′ 20″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\phi + \eta$.
10.	0,0	50,638	3° 35′ 5″
11.	1,0	50,607	5° 20′ 20″
12.	0,0	50,638	3° 35′ 15″
13.	2,0	50,539	7° 5′ 55″
14.	0,0	50,638	3° 35′ 35″
15.	3,0	50,449	8° 50′ 35″
16.	0,0	50,638	3° 36′ 0″
17.	5,0	50,308	12° 17′ 25″
18.	0,0	50,638	3° 37′ 00″

De là:

1) *Pour la charge d'une livre:*

$p'' = 0 \ldots L = 25{,}319 \ldots \phi - \eta = 0°\ 21'\ 30''$

$p'' = 0 \ldots L = 25{,}319 \ldots \phi + \eta = 3°\ 35'\ 15''$

Moyenne: $p'' = 0 \ldots L = 25{,}319 \ldots \phi = 1°\ 58'\ 22''{,}5 = 118'{,}38.$

$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}307 \ldots \phi' - \eta = 2°\ 6'\ 30''$

$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}304 \ldots \phi' + \eta = 5°\ 20'\ 20''$

Moyenne: $p'' = 1 \ldots L' = 25{,}306 \ldots \phi' = 3°\ 43'\ 25'' = 223'{,}42.$

De là:

$p' = 1{,}120825$

$\delta = 0{,}0000000551254.$

2) *Pour une charge de deux livres:*

$p'' = 0 \ldots L = 25{,}319 \ldots \phi - \eta = 0°\ 21'\ 20''$

$p'' = 0 \ldots L = 25{,}319 \ldots \phi + \eta = 3°\ 35'\ 35''$

Moyenne: $p'' = 0 \ldots L = 25{,}319 \ldots \phi = 1°\ 58'\ 27''{,}5 = 118'{,}46.$

$$p'' = 2{,}0 \ldots L' = 25{,}272 \ldots \phi' - \eta = 3^\circ\, 51'\, 55''$$
$$p'' = 2{,}0 \ldots L' = 25{,}270 \ldots \phi' + \eta = 7^\circ\, 5'\, 55''$$

Moyenne: $p'' = 2{,}0 \ldots L' = 25{,}271 \ldots \phi' = 5^\circ\, 28'\, 55'' = 328',92.$

De là:

$$p' = 1{,}12239$$
$$\delta = 0{,}0000000551990.$$

3) *Pour une charge de trois livres:*

$$p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}319 \ldots \phi - \eta = 0^\circ\, 21'\, 45''$$
$$p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}319 \ldots \phi' + \eta = 3^\circ\, 36'\, 00''$$

Moyenne: $p'' = 0 \ldots\ldots L' = 25{,}319 \ldots \phi = 1^\circ\, 58'\, 52'',5 = 118',88$

$$p'' = 3{,}0 \ldots L' = 25{,}225 \ldots \phi' - \eta = 5^\circ\, 36'\, 25''$$
$$p'' = 3{,}0 \ldots L' = 25{,}225 \ldots \phi' + \eta = 8^\circ\, 50'\, 35''$$

Moyenne: $p'' = 3{,}0 \ldots L' = 25{,}225 \ldots \phi' = 7^\circ\, 13'\, 30'' = 433',5.$

De là:

$$p' = 1{,}12777$$
$$\delta = 0{,}0000000551306.$$

4) *Pour une charge de cinq livres:*

$$p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}319 \ldots \phi - \eta = 0^\circ\, 22'\, 20''$$
$$p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}319 \ldots \phi + \eta = 3^\circ\, 37'\, 00''$$

Moyenne: $p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}319 \ldots \phi = 1^\circ\, 59'\, 40'' = 119',67.$

$$p'' = 5{,}0 \ldots L' = 25{,}096 \ldots \phi' - \eta = 9^\circ\, 3'\, 10''$$
$$p'' = 5{,}0 \ldots L' = 25{,}154 \ldots \phi' + \eta = 12^\circ\, 17'\, 25''$$

Moyenne: $p'' = 5{,}0 \ldots L' = 25{,}125 \ldots \phi' = 10^\circ\, 40'\, 17'',5 = 640',29.$

De là:

$$p' = 1,13849$$
$$\delta = 0,0000000549742.$$

Les oscillations transversales ont donné:

$$\delta' = 0,0000000546431.$$

Barreau № 9.

$$l = 25,326.$$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.
1.	0,0	50,647	1° 58′ 45″
2.	1,0	50,602	3° 47′ 50″
3.	0,0	50,647	1° 59′ 10″
4.	2,0	50,531	5° 37′ 40″
5.	0,0	50,646	1° 58′ 45″
6.	3,0	50,430	7° 25′ 55″
7.	0,0	50,646	1° 59′ 20″
8.	5,0	50,156	10° 59′ 50″
9.	0,0	50,648	2° 0′ 5″

2) Après avoir retourné le barreau.

№	p''.	$2L$.	$\phi + \eta$.
10.	0,0	50,643	2° 6′ 10″
11.	1,0	50,600	3° 55′ 45″
12.	0,0	50,648	2° 6′ 20″
13.	2,0	50,528	5° 44′ 55″
14.	0,0	50,641	2° 6′ 30″
15.	3,0	50,427	7° 33′ 40″
16.	0,0	50,641	2° 7′ 5″
17.	5,0	50,153	11° 7′ 25″
18.	0,0	50,648	2° 8′ 25″

De là:

1) *Pour la charge d'une livre:*

$$p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}323 \ldots \phi = 2°\ 2'\ 36'' = 122{,}60$$
$$p'' = 1 \ldots\ldots L' = 25{,}301 \ldots \phi' = 3°\ 51'\ 48'' = 231{,}80.$$

$$p' = 1{,}12064$$
$$\delta = 0{,}0000000572082.$$

2) *Pour la charge de deux livres:*

$$p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}323 \ldots \phi = 2°\ 2'\ 38{,}0 = 122{,}63$$
$$p'' = 2 \ldots\ldots L' = 25{,}265 \ldots \phi' = 5°\ 41'\ 18{,}0 = 341{,}30.$$

$$p' = 1{,}11759$$
$$\delta = 0{,}0000000573784.$$

3) *Pour la charge de trois livres:*

$p'' = 0{,}0..\ L = 25{,}323...\ \phi = 2°\ 3'\ 12''{,}5 = 12321$

$p'' = 3{,}0..\ L' = 25{,}214...\ \phi' = 7°\ 29'\ 47''{,}5 = 449''{,}79.$

$p' = 1{,}12621$

$\delta = 0{,}0000000572488.$

4) *Pour la charge de cinq livres:*

$p'' = 0{,}0..\ L = 25{,}323...\ \phi = 2°\ 4'\ 15'' = 124''{,}25$

$p'' = 5{,}0..\ L' = 25{,}077...\ \phi' = 11°\ 3'\ 37''{,}5 = 663''{,}63.$

$p' = 1{,}13805$

$\delta = 0{,}0000000570913.$

Les oscillations transversales ont donné:

$\delta = 0{,}0000000574401.$

pour une longueur de 47,8 pouces, et

$\delta = 0{,}0000000567373$

pour une longueur de 25,7 pouces.

FONTE DE FER.

Il y a deux lames:

	Fonte № 3.	Fonte № 4.
Longueur. . .	51,4370	51,4340.
Épaisseur. . .	0,10612	0,20675.
Largeur. . . .	0,99708	0,99662.
Poids.	1,544567	3,0496941.
Pesanteur spécifique. .	7,1242	7,1302.

BARREAU № 4 (FONTE TRÈS DOUCE).

$2l = 50,945.$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.	Remarques.
1.	0,0	50,913	2° 6′ 30″	
2.	1,0	50,892	3° 46′ 0″	
3.	id.		3° 47′ 40″	Une demi-heure plus tard.
4.	id.		id.	Une heure plus tard.
5.	0,0		2° 16′ 5″	Immédiatement après l'observation précédente.
6.	id.		2° 15′ 5″	Le lendemain.
7.	1,0	50,891	3° 47′ 50″	
8.	id.		3° 48′ 55″	Une heure plus tard.
9	0,0	50,920	2° 15′ 35″	
10.	2,0	50,819	5° 34′ 55″	
11.	id.	50,813	5° 37′ 45″	Une heure plus tard.
12.	0,0		2° 27′ 5″	
13.	id.	50,909	2° 25′ 45″	Six heures plus tard.
14.	id.		2° 25′ 15″	Le lendemain.
15.	3,0	50,707	7° 30′ 5″	
16.	id.		7° 33′ 20″	Une heure plus tard.
17.	id.		7° 35′ 0″	Plusieurs heures plus tard.
18.	3,0	50,696	7° 35′ 0″	Une heure plus tard.
19.	0,0		2° 41′ 45″	Immédiatement après l'observation précédente.
20,	0,0	50,904	2° 39′ 55″	Quatre heures plus tard.
21.	0,0		2° 39′ 30″	Le lendemain.

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''	$2L.$	$\phi - \eta.$	Remarques.
22.	0,0	50,943	1° 5′ 50′	
23.	1,0	50,905	2° 53′ 40″	
24.	id.		2° 55′ 15″	Une heure plus tard.
25.	0,0	50,936	1° 20′ 20″	
26.	0,0		1° 19′ 50″	Une heure plus tard.
27.	2,0	50,863	4° 47′ 0″	
28.	id.		4° 49′ 25″	Plus tard.
29.	0,0	50,939	1° 33′ 15″	
30.	3,0	50,747	6° 47′ 25″	
31.	0,0	50,922	1° 48′ 10″	

On voit, que la flexion du barreau de fonte, produite par une certaine charge invariable, augmente avec le temps, même lorsque cette charge ne dépasse pas celle d'une livre, et qu'après avoir ôté la charge, le barreau ne revient pas à son premier état d'équilibre : il s'en approche lentement, sans jamais l'atteindre.

La valeur de δ se trouve, comme il suit.

1) *Pour la charge d'une livre:*

№ 5 et 25... $p'' = 0$..... $L = 25{,}462$... $\phi = 1° \, 48' \, 12''{,}5 = 108'{,}21$

№ 4 et 24... $p'' = 1{,}0$.. $L' = 25{,}449$... $\phi' = 3° \, 21' \, 27''{,}5 = 201'{,}46$.

$$p' = 1{,}15927$$
$$\delta = 0{,}000000061462.$$

2) *Pour une charge de deux livres:*

$$№ 12 \text{ et } 29 \ldots p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}474 \ldots \phi = 2° \; 0' \; 10'' = 120'',17$$
$$№ 11 \text{ et } 28 \ldots p'' = 2{,}0 \ldots L' = 25{,}419 \ldots \phi' = 5° \; 13' \; 35'' = 313'',60.$$
$$p' = 1{,}23817$$
$$\delta = 0{,}0000000638686.$$

3) *Pour une charge de trois livres:*

$$№ 19 \text{ et } 31 \ldots p'' = 0 \ldots\ldots L = 25{,}457 \ldots \phi = 2° \; 14' \; 57'',5 = 134'',96$$
$$№ 18 \text{ et } 30 \ldots p'' = 3{,}0 \ldots L' = 25{,}361 \ldots \phi' = 7° \; 11' \; 12'',5 = 431'',21.$$
$$p' = 1{,}35919$$
$$\delta = 0{,}0000000653862.$$

On voit que pour la fonte, les flexions sont loin d'être proportionnelles aux moments des charges, et que la valeur de $\frac{\phi'}{L'(p'+p'')}$, qui est constante pour le cuivre jaune, au moins jusqu'à de certaines limites, augmente avec la charge.

Nous avons vu plus haut, qu'en désignant par $2l'$ la longueur totale du barreau, par $2l$ sa longueur entre les deux points de suspension des charges, par P le poids total du barreau, par A le poids des deux miroirs, et par B le poids des deux plateaux, dans lesquels les charges ont été placées, avec leurs fils de suspension et les anneaux, par le moyen desquels les plateaux sont suspendus au barreau, on a:

$$p' = \frac{l'}{l} \left(\tfrac{1}{2} A + \tfrac{3}{16} P\right) + \tfrac{1}{2} B.$$

Pour les expériences précédentes avec le barreau № 4 nous avons:

$$\tfrac{1}{2} A = 0{,}28912$$
$$\tfrac{1}{2} B = 0{,}28874.$$

$$P = 3,01968$$
$$2l' = 51,4340$$
$$2l = 50,9450.$$

Si l'on substitue ces valeurs dans la formule ci dessus, on obtient:

$$p' = 1,15226.$$

Cette valeur ne diffère que de 0,007 de la valeur que nous avons trouvée par le calcul, pour une charge d'une livre, en supposant que les flexions sont proportionnelles aux moments des charges; mais les valeurs de p', qu'on a trouvées avec la même supposition pour des charges plus grandes, en diffèrent considérablement; ce qui prouve de nouveau, que les flexions ne sont pas, pour la fonte, proportionnelles aux moments des charges. Pour calculer les observations précédentes avec cette valeur de p', trouvée directement, il faut avant tout les débarasser des flexions permanentes, auxquelles l'élasticité n'a aucune part.

Comme le barreau avait éprouvé une flexion permanente considérable, avant d'être retourné (comparez le № 1 avec le № 21), et que par conséquent la moyenne des valeurs № 1 et 22 ne saurait donner la véritable valeur de la flexion pour une charge supplémentaire nulle, j'ai répété cette expérience, c'est-à-dire, j'ai observé la flexion de la barre, sans charge supplémentaire, de sorte que l'observation après le renversement du barreau suivait immédiatement celle, qui avait été faite avant le renversement; j'ai obtenu de cette manière:

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

$$p'' = 0 \ldots L = 25,459 \ldots \phi - \eta = 1^\circ\, 16'\, 55'' \text{ (*)}.$$

(*) Après avoir terminé la série des observations № 1 à 32, les miroirs avaient été ôtés; ils furent replacés pour répéter les observations sans charge supplémentaire; la position des miroirs rélativement à l'axe du barreau avait donc changé et les dernières observations ne sont comparables aux précédentes, que lorsqu'on prend les moyennes entre les angles trouvés avant et après le renversement du barreau.

2) Après avoir retourné le barreau:

$$p'' = 0 \ldots L = 25{,}459 \ldots \phi + \eta = 2^\circ\, 9'\, 45''.$$

Moyenne:

$$L = 25{,}459 \ldots \phi = 1^\circ\, 43'\, 20'' = 103{,}33.$$

Pour trouver les flexions correspondantes aux charges supplémentaires de 1, 2, 3 livres, il faut prendre la flexion produite par la charge supplémentaire, moins la flexion qui a eu lieu immédiatement après l'avoir ôtée, et ajouter cette différence à la flexion initiale de 103,33 que nous venons de trouver. On obtient ainsi les moyennes suivantes:

$$\text{pour } p'' = 1 \ldots L' = 25{,}449 \ldots \phi' = 196{,}58$$
$$p'' = 2 \ldots L' = 25{,}419 \ldots \phi' = 396{,}76$$
$$p'' = 3 \ldots L' = 25{,}361 \ldots \phi' = 399{,}58.$$

et de là:

$$\text{pour } p'' = 0 \ldots \delta = 0{,}000000058910$$
$$p'' = 1 \ldots \delta = 0{,}000000060165$$
$$p'' = 2 \ldots \delta = 0{,}000000062086$$
$$p'' = 3 \ldots \delta = 0{,}000000063698.$$

On voit, que la valeur de δ augmente avec la charge et assez rapidement.

La méthode des oscillations transversales a donné:

$$\delta = 0{,}0000000564137.$$

Barreau № 3, (fonte très douce).

$2l = 50,957.$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p″.	2L.	φ + η.	Remarques.
1.	0	50,405	10° 34′ 50″	
2.	0		10° 36′ 35″	Deux heures plus tard.
3.	0		10° 37′ 20″	Une heure plus tard.

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p″.	2L.	φ − η.	Remarques.
4.	0	50,552	10° 1′ 5″	
5.	0	50,508	10° 6′ 55″	Une heure et ½ plus tard.
6.	0	50,496	10° 15′ 25″	Après deux jours.
7.	0		10° 17′ 0″	Après deux jours encore.
8.	0		10° 17′ 20″	Après 36 heures encore.
9.	0		10° 19′ 10″	Après plusieurs jours.
10.	0	50,489	10° 20′ 50″	Après plusieurs jours encore.
11.	0,125	50,367	11° 51′ 30″	
12.	0	50,479	10° 27′ 0″	Reste ainsi pendant une heure.
13.	0,25	50,187	13° 30′ 5″	
14.	0	50,463	10° 39′ 50″	
15.	0,5	49,707	16° 53′ 10″	
16.	0		11° 8′ 30″	
17.	0	50,412	11° 7′ 20″	Une heure plus tard.
18.	0		11° 6′ 15″	Le lendemain.

3) Le barreau fut encore une fois renversé:

№	p''.	$2L$	$\phi + \eta$.	Remarques.
19.	0	50,434	10° 32′ 15″	
20.	0,125	50,281	12° 4′ 40″	
21.	0,0	50,430	10° 40′ 30″	Reste ainsi jusqu'au lendemain.
22.	0,25	50,086	13° 47′ 0″	
23.	0	50,399	10° 53′ 55″	
24.	0,5	49,635	17° 13′ 0″	
25.	0,5		17° 15′ 10″	Plus tard.
26.	0	50,339	11° 24′ 0″	

On voit par ce tableau, que le barreau № 3 cède, comme le barreau № 4, peu à peu à l'action de la charge, et que l'angle de flexion augmente de plus en plus, quoique la charge reste la même; que cet angle est toujours plus grand après avoir ôté la charge et qu'enfin cet angle diminue peu à peu, lorsqu'on a ôté la charge, sans cependant jamais atteindre la valeur, qu'il avait avant la charge (*).

A cause de cette propriété de la fonte, j'ai fait les deux observations sans charge supplémentaire (où $p'' = 0$) immédiatement l'une après l'autre; j'ai pris leur moyenne pour la véritable flexion initiale de la barre, produite par son propre poids et par le poids des miroirs, des crochets de suspension et des plateaux. Donc:

(*) Il ne faut pas oublier que, dans ces expériences, la charge initiale, c'est à dire celle qui se compose du poids du barreau et de celui des miroirs, des crochets de suspension et des plateaux, dépassait déjà celle que le barreau pouvait porter sans sortir des limites de son élasticité. On verra plus tard, que des flexions produites par des charges plus petites disparaissent entièrement, quelque temps après avoir ôté la charge.

№ 1	$p'' = 0$...	$2L = 50{,}405$...	$\phi + n = 10^\circ\ 34'\ 50''$	
№ 4	$p'' = 0$...	$2L = 50{,}552$...	$\phi + n = 10^\circ\ 1'\ 5''$	
Moyenne:	$p'' = 0$...	$2L = 50{,}479$...	$\phi = 10^\circ\ 17'\ 57''{,}5$	$= 617''{,}96$.

L'observation № 19 fait voir, qu'après des flexions assez considérables, la barre est cependant revenue à sa première courbure, lorsqu'on l'a retournée: si la barre cède peu à peu à l'action de la charge, cela n'est probablement que l'effet d'un glissement des molécules les unes sur les autres, qui se fait aussitôt en sens contraire, lorsqu'on retourne la barre, de sorte que celle ci prend de suite la courbure, qui lui revient d'après sa charge.

La différence des valeurs de $\phi + n$ et $\phi - n$ donne:

$$2n = 33'\ 45'' \text{ ou } n = 16'\ 52''{,}5.$$

La différence des valeurs obtenues dans les observations № 18 et 19, donne:

$$2n = 34'\ 0'' \text{ ou } n = 17'\ 0''$$

on a donc terme moyen

$$n = 16'\ 56''{,}25$$

mais l'observation directe n'a donné que 2 ou 3 minutes pour la valeur de n; la barre avait donc originairement une légère courbure. Cette valeur peut être négligée sans inconvénient; nous pouvons donc admettre comme les véritables valeurs de ϕ, ϕ', ϕ'', les valeurs contenues dans les tableaux précédents.

Les observations précédentes peuvent encore être calculées de la manière suivante.

Les valeurs qui suivent la première dans chaque tableau, sont affectées des courbures constantes, que le barreau éprouve premièrement par son propre poids, ajouté à celui des miroirs, des crochets de suspension, et des plateaux, et ensuite par l'effet des charges successives, qu'on a placées dans les plateaux; on voit effectivement ici, comme dans les observations faites avec le barreau № 4, que la barre ne revient pas à son pre-

mier état d'équilibre, lorsqu'on a ôté le poids qui a produit sa flexion. Pour éliminer cette courbure constante, nous allons déterminer les valeurs de φ', φ'' etc. en retranchant de la flexion observée immédiatement après avoir ***suspendu*** la charge, la flexion observée immédiatement après avoir ***ôté*** la charge; ces différences seront ajoutées à la valeur initiale de φ.

On obtient de cette manière par les valeurs contenues dans le 2me tableau:

$$p'' = 0 \ldots\ldots\ldots \; L = 25{,}276 \ldots \; \varphi = 10^\circ\, 1'\, 5'' = 601'{,}08$$

$$p''' = 0{,}125 \ldots \; L' = 25{,}184 \ldots \; \varphi' - \varphi = 1^\circ\, 24'\, 30'' = 84'{,}5$$

$$\varphi' = 11^\circ\, 25'\, 35'' = 685'{,}58.$$

$$p^{\text{IV}} = 0{,}25 \ldots\ldots \; L'' = 50{,}896 \ldots \; \varphi'' - \varphi = 2^\circ\, 50'\, 15'' = 170'{,}25$$

$$\varphi'' = 12^\circ\, 51'\, 20 = 771'{,}33$$

$$p^{\text{V}} = 0{,}50 \ldots\ldots \; L''' = 24{,}854 \ldots \; \varphi''' - \varphi = 5^\circ\, 44'\, 40'' = 344'{,}67$$

$$\varphi''' = 15^\circ\, 45'\, 45'' = 945'{,}75.$$

Les poids supplémentaires sont entre eux, comme 1 : 2 : 4, tandis que les différences des flexions, c'est à dire les valeurs de $\varphi' - \varphi$, $\varphi'' - \varphi$ et $\varphi''' - \varphi$, augmentent dans une proportion un peu plus forte, ce qui prouve, que les flexions ne restent pas exactement proportionnelles aux poids, mais augmentent dans un rapport plus grand. On a effectivement pour les momens des différens poids:

$$\log.\ p'''\ L' = 0{,}4980347$$

$$\log.\ p^{\text{IV}}\ L'' = 0{,}7975099$$

$$\text{lug.}\ p^{\text{V}}\ L''' = 1{,}0943663$$

et pour les différences des flexions produites par ces poids:

$$\log.\ (\varphi' - \varphi) = 1{,}9268567$$

$$\log.\ (\varphi'' - \varphi) = 2{,}2310871$$

$$\log.\ (\varphi''' - \varphi) = 2{,}5374035.$$

De là:

$$\log. \frac{\phi' - \phi}{L \cdot p'''} = 1{,}4288220$$

$$\log. \frac{\phi'' - \phi}{L'' \cdot p^{\text{iv}}} = 1{,}4335772$$

$$\log. \frac{\phi''' - \phi}{L \cdot p^{\text{v}}} = 1{,}4430372.$$

Or les valeurs de $\frac{\phi' - \phi}{L' \cdot p'''}$, $\frac{\phi'' - \phi}{L' \cdot p^{\text{iv}}}$ etc. représentent les accroissements, que la valeur de δ éprouve, lorsqu'on emploie des poids de plus en plus considérables; on obtient ces accroissements exprimés en nombres, lorsqu'on retranche la première des trois équations ci dessus de la 2me et de la troisième, et lorsqu'on cherche les nombres, qui appartiennent à ces différences: on trouve:

Valeur initiale de δ pour $p''' = 0{,}125$ 1,000
Seconde valeur de δ pour $p^{\text{iv}} = 0{,}250$ 1,01101
Troisième valeur de δ pour $p^{\text{v}} = 0{,}50$ . . . . 1,03281.

La valeur de δ augmente donc proportionnellement aux accroissemens des poids, qu'on a employés.

Les observations contenues dans le troisième tableau, traitées de la même manière, donnent:

$p'' = 0$ . . . . $L = 25{,}217$... $\phi = 10° \; 32' \; 15'' = 632'{,}25$
$p''' = 0{,}125$... $L' = 52{,}141$... $\phi' - \phi = 1° \; 24' \; 10'' = 84'{,}17$
$\phi' = 11° \; 56' \; 25'' = 716'{,}42$

$p^{\text{iv}} = 0{,}25$.... $L'' = 52{,}043$... $\phi'' - \phi = 2° \; 53' \; 5'' = 173'{,}09$
$\phi'' = 13° \; 25' \; 20'' = 805'{,}33$

$p^{\text{v}} = 0{,}50$.... $L''' = 24{,}818$... $\phi''' - \phi = 5° \; 51' \; 10'' = 351'{,}17$
$\phi''' = 16° \; 23' \; 25'' = 983'{,}42$

$$\log. \frac{\phi' - \phi}{L' . p^{r}} = 1{,}4278682$$

$$\log. \frac{\phi'' - \phi}{L'' . p^{iv}} = 1{,}4417806$$

$$\log. \frac{\phi''' - \phi}{L''' . p^{v}} = 1{,}4517806$$

et enfin :

Valeur initiale de δ pour $p''' = 0{,}125$ 1,000000
Seconde valeur de δ pour $p^{iv} = 0{,}25$ 1.03222
Troisième valeur de δ pour $p^{v} = 0{,}50$ . . . . 1,05660.

Ici, la valeur de δ augmente aussi avec la valeur de p'' et plus rapidement encore.

Si l'on prend les moyennes entre les valeurs de ϕ, ϕ', ϕ'', ϕ''', L, L', L'' et L''', avant et après avoir retourné le barreau, et si l'on substitue successivement ces valeurs dans la formule :

$$\delta = \frac{1}{6} \cdot \frac{\phi' ab^3}{l . L' (p' + p'')} \cdot \text{tang. } 1'.$$

où $$p' = \frac{p''}{\frac{\phi' L}{\phi L'} - 1}.$$

on trouve :

1) *Pour la charge de 0,125 :*

$p'' = 0$ . . . . $L = 25{,}247$... $\phi = 10° \, 16' \, 40'' = 616{,}67$
$p'' = 0{,}125$... $L' = 25{,}163$... $\phi' = 11° \, 41' \, 00'' = 701{,}00$

et de là :

$$p'' = 0{,}889338$$
$$\delta = 0{,}0000000622724.$$

2) *Pour la charge de 0,25 :*

$p'' = 0$ . . . . $L = 25{,}247$... $\phi = 616{,}67$
$p^{v} = 0{,}25$..... $L' = 25{,}069$... $\phi'' = 788{,}33$

et de là:

$$p' = 0,869738$$
$$\delta = 0,0000000636762.$$

3) *Pour une charge de 0,5:*

$$p'' = 0 \;\ldots.\; L = 25,247 \ldots \wp = 616'67$$
$$p^{v} = 0,5 \ldots L''' = 24,836 \ldots \wp''' = 964'59$$

$$p' = 0,847347$$
$$\delta = 0,0000000653590.$$

Les oscillations transversales ont donné pour le barreau de fonte № 3:

$$\delta' = 0,0000000559288.$$

Pour calculer la valeur de p' par la formule

$$p' = \frac{l'}{l} \left(\tfrac{1}{2} A + \tfrac{3}{16} P\right) + \tfrac{1}{2} B.$$

nous avons:

$$\tfrac{1}{2} A = 0,28912$$
$$\tfrac{1}{2} B = 0,28874$$
$$P = 1,54457$$
$$2l' = 51,4370$$
$$2l = 50,957.$$

de là

$$p' = 0,87293.$$

Cette valeur se rapproche beaucoup de celle, que nous avons trouvée pour la charge de 0,25.

Toutes ces valeurs de δ pour la fonte présentent des dèsaccords considérables; mais elles prouvent incontestablement, que la valeur de δ augmente avec les charges. Les ob-

servations précédentes pourraient servir à déterminer la loi de l'accroissement de la valeur de δ, si elles n'étaient pas considérablement compliquées par cette propriété particulière de quelques corps élastiques, de changer peu à peu et même quelques fois assez vite, sous l'influence de la même force, leur état d'équilibre initial, de sorte que la même charge produit des flexions très différentes selon la durée de son action. Il est impossible de faire l'expérience assez vite, pour que cette action du temps ne se produise pas.

Voilà pourquoi la méthode des oscillations transversales donne des résultats plus concordans; c'est que la barre ne reste courbée qu'un instant, et revient toujours immédiatement à son premier état d'équilibre.

FER.

Les lames de fer, mises en expérience, avaient les dimensions, poids et pesanteurs spécifiques suivantes:

	№ 8. Fer forgé anglais.	№ 9. Fer forgé anglais, autre espèce.	№ 10. Fer forgé suèdois.	№ 11. Fer forgé suèdois.	№ 12. Fer laminé en bandes anglais.	№ 13. Fer laminé en bandes anglais.
Longueur	52,340	52,300	52,325	51,948	52,330	52,330
Largeur	0,99728	0,99183	0,98455	0,99607	0,99242	0,99244
Epaisseur	0,102896	0,193908	0,20302	0,102358	0,18876	0,10898
Poids	1,640408	3,1148546	3,273881	1,649284	2,988465	1,7264757
Pesanteur spécifique.	7,6411	7,7503	7,8315	7,7913	7,6432	7,6467

Barreau № 9.

Fer forgé anglais.

$l = 25,909.$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
1.	0,0	25,899	0° 47′ 25″
2.	1,0	25,886	1° 45′ 50″
3.	0,0	25,897	0° 47′ 30″
4.	2,0	25,874	2° 44′ 35″
5.	0,0	25,896	0° 47′ 45″
6.	3,0	25,861	3° 43′ 35″
7.	0,0	25,900	0° 47′ 50″
8.	5,0	25,819	5° 40′ 30″
9.	0,0	25,900	0° 48′ 45″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi - \eta$.
10.	0,0	25,893	1° 18′ 5″
11.	1,0	25,881	2° 16′ 35″
12.	0,0	25,894	1° 18′ 5″
13.	2,0	25,874	3° 15′ 20″
14.	0,0	25,895	1° 18′ 40″
15.	3,0	25,862	4° 14′ 30″
16.	0,0	25,897	1° 18′ 55″
17.	5,0	25,819	6° 10′ 50″
18.	0,0	25,898	1° 19′ 15″

Comme les valeurs de $\phi + \eta$ et de $\phi - \eta$ sont presque toujours un peu plus grandes après la charge, ce qui prouve, que les limites d'élasticité ont été dépassées, on a calculé la valeur initiale de ϕ, c'est à dire celle, qui a lieu pour $p'' = 0$, en prenant la moyenne entre la flexion du barreau soumis à une charge, et celle qui a eu lieu après l'avoir ôtée; ces différences, ajoutées à la valeur initiale de ϕ, ont donné les valeurs successives de l'angle de flexion pour $p'' = 1$, $p'' = 2$, $p'' = 3$, et $p'' = 5$. On a obtenu de cette manière:

$$p'' = 0 \ldots L = 25{,}896 \ldots \phi = 1^\circ\ 2'\ 45'' = 62'{,}75$$
$$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}883 \ldots \phi' = 2^\circ\ 1'\ 10'' = 121'{,}17$$
$$p'' = 2 \ldots L'' = 25{,}874 \ldots \phi'' = 2^\circ\ 59'\ 30'' = 179'{,}50$$
$$p'' = 3 \ldots L''' = 25{,}862 \ldots \phi''' = 3^\circ\ 58'\ 22''{,}5 = 238'{,}38$$
$$p'' = 5 \ldots L^{v} = 25{,}819 \ldots \phi^{v} = 5^\circ\ 54'\ 20''{,}0 = 354'{,}33.$$

De là:

1) *Pour $p'' = 1{,}0$.*

$$p' = 1{,}07304$$
$$\delta = 0{,}0000000305581.$$

2) *Pour $p'' = 2$.*

$$p' = 1{,}07354$$
$$\delta = 0{,}0000000305430.$$

3) *Pour $p'' = 3$.*

$$p' = 1{,}06994$$
$$\delta = 0{,}0000000306456.$$

4) *Pour $p'' = 5$.*

$$p' = 1{,}07215$$
$$\delta = 0{,}0000000305826.$$

Moyenne des 4 valeurs: $\delta = 0,0000000305823$.

Les oscillations transversales ont donné:

$$\delta' = 0,0000000306967.$$

Barreu № 10.

Fer forgé de Suède.

$l = 25,917$.

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + n$.
1.	0,0	25,912	0° 37′ 10″
2.	1,0	25,908	1° 27′ 25″
3.	0,0	25,911	1° 37′ 0″
4.	2,0	25,900	2° 17′ 45″
5.	0,0	25,910	0° 37′ 20″
6.	3,0	25,891	3° 7′ 40″
7.	0,0	25,915	0° 37′ 20″
8.	5,0	25,860	4° 49′ 20″
9.	0,0	25,909	0° 37′ 55″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi - \eta$.
10.	0,0	25,914	1° 13′ 15″
11.	1,0	52,909	2° 3′ 45″
12.	0,0	25,917	1° 13′ 30″
13.	2,0	25,902	2° 54′ 5″
14.	0,0	25,911	1° 13′ 55″
15.	3,0	25,890	3° 44′ 20″
16.	0,0	25,904	1° 13′ 35″
17.	5,0	25,858	5° 25′ 30″
18.	0,0	25,913	1° 14′ 20″

Ce n'est qu'après une charge de 5 livres, que le barreau n'est pas revenu entièrement à son premier état d'équilibre; nous avons donc, pour avoir la véritable différence entre la flexion pour $p'' = 0$ et la flexion pour $p'' = 5$, pris la différence entre les flexions qui ont eu lieu avec et après la charge.

Nous aurons donc les moyennes suivantes:

$$p'' = 0 \ldots L = 25{,}912 \ldots \phi = 0^\circ\ 55'\ 23'',0 = 55',38$$
$$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}909 \ldots \phi' = 1^\circ\ 45'\ 35'',0 = 105',58$$
$$p'' = 0 \ldots L'' = 25{,}901 \ldots \phi'' = 2^\circ\ 35'\ 35'',0 = 155',92$$
$$p'' = 0 \ldots L''' = 25{,}891 \ldots \phi''' = 3^\circ\ 26'\ 00'',0 = 206',00$$
$$p'' = 1 \ldots L^{v} = 25{,}859 \ldots \phi^{v} = 5^\circ\ 6'\ 50'',5 = 306',84.$$

Et de là:

1) *Pour la charge d'une livre:*

$$p' = 1{,}10292$$
$$\delta = 0{,}0000000298643.$$

2) *Pour la charge de deux livres:*

$p' = 1{,}10093$

$\delta = 0{,}0000000299184.$

3) *Pour la charge de trois livres:*

$p' = 1{,}10182$

$\delta = 0{,}0000000298941.$

4) *Pour la charge de cinq livres:*

$p' = 1{,}09842$

$\delta = 0{,}0000000299866.$

Moyenne de toutes les valeurs de δ trouvées ci dessus:

$\delta = 0{,}0000000299159.$

Les oscillations transversales ont donné:

$\delta' = 0{,}0000000297281.$

BARREAU № 12.

Fer anglais laminé en bandes.

$l = 25{,}914.$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
1.	0,0	25,912	1° 0′ 5″
2.	1,0	25,908	2° 6′ 0″
3.	0,0	25,912	1° 0′ 20″
4.	2,0	25,897	3° 12′ 30″
5.	0,0	25,912	1° 0′ 55″
6.	3,0	25,881	4° 19′ 15″
7.	0,0	25,912	1° 1′ 15″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi - \eta$.
8.	0,0	25,912	1° 18′ 35″
9.	1,0	25,908	2° 24′ 40″
10.	0,0	25,912	1° 19′ 10″
11.	2,0	25,897	3° 31′ 25″
12.	0,0	25,912	1° 19′ 20″
13.	3,0	25,881	4° 38′ 5″
14.	0,0	25,912	1° 19′ 55″

On voit, que les limites d'élasticité de cette espèce de fer sont un peu plus restreintes que pour l'espèce précédente; nous calculerons donc les flexions, en retranchant la flexion qui a eu lieu après avoir ôté la charge, de celle qui a été produite par la charge.

De cette manière on obtient les moyennes suivantes:

$$p'' = 0 \ldots L = 25{,}912 \ldots \phi = 1°\ 9'\ 20'' = 69',33$$
$$p'' = 1 \ldots L' = 25{,}908 \ldots \phi' = 2°\ 14'\ 35'' = 134',58$$
$$p''' = 2 \ldots L'' = 25{,}897 \ldots \phi'' = 3°\ 21'\ 10'' = 201',17$$
$$p^{\text{IV}} = 3 \ldots L''' = 25{,}881 \ldots \phi''' = 4°\ 27'\ 25'' = 267',42.$$

De là:

1) *Pour la charge d'une livre:*

$$p' = 1{,}062146$$
$$\delta = 0{,}0000000314552.$$

2) *Pour la charge de deux livres:*

$$p' = 1{,}05080$$
$$\delta = 0{,}0000000317955.$$

3) *Pour une charge de trois livres:*

$$p' = 1{,}04828$$
$$\delta = 0{,}00000003187190.$$

La moyenne de ces trois valeurs est:

$$\delta = 0{,}0000000317035.$$

Les oscillations transversales ont donné:

$$\delta = 0{,}0000000317225.$$

Barreau № 13.

Fer laminé anglais en bandes.

$$l = 25{,}927.$$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
1.	0,00	25,884	4° 54′ 20″
2.	0,25	25,841	6° 19′ 10″
3	0,00	25,884	4° 55′ 5″
4.	0,50	25,797	7° 43′ 50″
5.	0,00	25,884	4° 55′ 30″
6.	1,00	25,692	10° 32′ 45″
7.	0,00	25,884	4° 56′ 35″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi - \eta$.
8.	0,00	25,873	4° 39′ 55″
9.	0,25	25,836	6° 5′ 15″
10.	0,00	25,873	4° 40′ 45″
11.	0,50	25,797	7° 30′ 5″
12.	0,00	25,873	4° 41′ 30″
13.	1,00	25,692	10° 19′ 10″
14.	0,00	25,873	4° 43′ 25″

Le barreau ne revient pas exactement à sa première position d'équilibre, après avoir ôté la charge; il faut donc, pour avoir la flexion initiale, prendre celle qui est donnée par les observations № 1 et № 8, et pour les flexions subséquentes les différences entre les flexions observées avec la charge et *après* l'avoir ôtée.

De cette manière on obtient les moyennes suivantes:

$$p'' = 0,0 \ldots L = 25,879 \ldots \phi = 4° \, 47' \, 7'',5 = 287'',13$$
$$p'' = 0,25 \ldots L' = 25,839 \ldots \phi' = 6° \, 11' \, 25'' = 371'',42$$
$$p'' = 0,50 \ldots L'' = 25,797 \ldots \phi'' = 7° \, 35' \, 35'' = 455'',58$$
$$p'' = 1,00 \ldots L''' = 25,692 \ldots \phi''' = 10° \, 23' \, 5'' = 623'',08.$$

De là on trouve:

1) *Pour la charge de 0,25.*

$$p' = 0,845852$$
$$\delta = 0,0000000315068.$$

2) *Pour la charge de 0,50.*

$p' = 0{,}845006$
$\delta = 0{,}0000000315383.$

3) *Pour la charge d'une livre:*

$p' = 0{,}843297$
$\delta = 0{,}0000000316022.$

Les oscillations transversales ont donné:

$\delta' = 0{,}0000000316745.$

BARREAU № 11.

Fer forgé suédois.

$l' = 25{,}730.$

1) Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
1.	0,00	25,676	6° 46′ 40″
2.	0,25	25,626	8° 23′ 0″
3.	0,00	25,676	6° 47′ 15″
4.	0,50	25,571	9° 57′ 50″
5.	0,00	25,676	6° 47′ 0″
6.	1,00	25,436	13° 5′ 55″
7.	0,00	25,676	6° 48′ 40″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
8.	0,00	25,669	3° 49′ 40″
9.	0,25	25,631	5° 25′ 00″
10.	0,00	25,669	3° 49′ 20″
11.	0,50	25,582	7° 0′ 40″
12.	0,00	25,669	3° 50′ 50″
13.	1,00	25,449	10° 19′ 55″
14.	0,00	25,669	3° 52′ 35″

Ces observations, calculées comme les observations précédentes, donnent les moyennes suivantes:

$p'' = 0 \ldots\ldots L = 25,673 \ldots \phi = 5°\ 18'\ 10'' = 318'{,}17$

$p'' = 0,25 \ldots L' = 25,629 \ldots \phi' = 6°\ 53'\ 57''{,}5 = 413'{,}96$

$p'' = 0,50 \ldots L'' = 25,577 \ldots \phi'' = 8°\ 28'\ 30''{,}0 = 508'{,}50$

$p'' = 1,00 \ldots L''' = 25,443 \ldots \phi''' = 11°\ 35'\ 27''{,}5 = 695'{,}49$.

De là on trouve:

1) *Pour la charge de 0,25:*

$p' = 0,824267$

$\delta = 0,0000000302625$.

2) *Pour la charge de 0,50:*

$p' = 0,827539$

$\delta = 0,0000000301428$.

3) *Pour la charge de 1,00:*

$p' = 0,829414$

$\delta = 0,0000000300746$.

Les oscillations transversales ont donné:

$$\delta = 0{,}0000000298404.$$

BARREAU № 8.

Fer forgé suédois.

$$l = 25{,}934.$$

Avant d'avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi - \eta$.
1.	0,00	25,878	4° 8′ 25″
2.	0,25	25,823	5° 47′ 50″
3.	0,00	25,878	4° 8′ 30″
4.	0,50	25,769	7° 27′ 30″
5.	0,00	25,878	4° 9′ 0′
6.	1,00	25,618	1° 48′ 25″
7.	0,00	25,878	4° 9′ 55″

2) Après avoir retourné le barreau:

№	p''.	L.	$\phi + \eta$.
8.	0,00	25,860	6° 53′ 10″
9.	0,25	25,811	8° 32′ 50″
10.	0,00	25,860	6° 53′ 40″
11.	0,50	25,751	10° 11′ 35″
12.	0,00	25,860	6° 54′ 15″
13.	1,00	25,604	13° 32′ 30″
14.	0,00	25,860	6° 54′ 50″

Ces observations, calculées comme les observations précédentes, donnent les moyennes suivantes :

$p'' = 0 \ldots\ldots\; L = 25{,}869 \ldots\; \phi = 5^\circ\, 30'\, 47''{,}5 = 330''{,}79$
$p'' = 0{,}25 \ldots\; L' = 25{,}817 \ldots\; \phi' = 7^\circ\, 10'\, 2''{,}5 = 430''{,}04$
$p'' = 0{,}50 \ldots\; L'' = 25{,}760 \ldots\; \phi'' = 8^\circ\, 48'\, 42''{,}5 = 528''{,}71$
$p'' = 1{,}00 \ldots\; L''' = 25{,}611 \ldots\; \phi''' = 12^\circ\, 8'\, 52''{,}5 = 728''{,}88.$

De là, on trouve :

1) *Pour la charge de 0,25 :*

$p' = 0{,}826009$
$\delta = 0{,}0000000314416.$

2) *Pour la charge de 0,50 :*

$p' = 0{,}826323$
$\delta = 0{,}0000000314300.$

3) *Pour la charge de 1,00 :*

$p' = 0{,}815893$
$\delta = 0{,}0000000318315.$

Les oscillations transversales ont donné :

$\delta = 0{,}0000000313736.$

PLATINE.

Barre parallélépipédique de platine.

Longueur totale de la barre.		55,827.
Distance entre les deux points de suspension. . .	$(2l) =$	55,317.
Largeur		0,8752.
Epaisseur		0,1932.
Pesanteur specifique.		21,1220.

№	Charge de chaque côté. p''.	Distance horizontale entre les deux points de suspension. $2L$.	Angle de flexion.
1.	0	55,272	185'8
2.	0,25	55,246	207'8
3.	0,50	55,240	230'5
4.	1,00	55,204	275'5

En substituant les valeurs données par la première et la dernière observation dans la formule:

$$\delta = \frac{1}{6} \frac{\phi . \operatorname{tg}. 1' . ab^3}{l . L (p + p'')}$$

on obtient deux équations de condition, qui suffisent pour déterminer les valeurs inconnues de δ et de p'; on trouve alors:

$$p' = 2,0636$$
$$\delta = 0,000000036065.$$

Maintenant, que la valeur de p' est connue, on peut aussi déterminer la valeur de δ par les observations № 2 et 3; on trouve:

Pour le № 2. . . . . . $\delta = 0,000000035995$

et pour le № 3. . . . . . $\delta = 0,000000036035.$

La barre de platine n'est pas revenue exactement au même état d'équilibre, après avoir porté un poids plus ou moins considérable. Une charge d'un quart de livre de chaque côté (*), a produit une flexion constante de 10″ seulement; une charge d'une demi-livre doublait cette flexion; la charge d'une livre produisit déjà une flexion constante de 1′ 30″, de sorte qu'on ferait peut-être mieux de regarder la quatrième observation, comme étant faite hors des limites de l'élasticité, et d'employer les trois premières observations, pour calculer les valeurs de δ et de p'. On trouve alors:

$$\text{Par les № 1 et 3} \ldots \; p' = 2.0721$$

$$\delta = 0,00000003592$$

$$\text{et par le № 2} \ldots\ldots \; \delta = 0,00000003586.$$

EXPÉRIENCES FAITES POUR DÉTERMINER, PAR LA FLEXION; LE COËFFICIENT DE DILATATION ÉLASTIQUE DES VERGES, OU CYLINDRES A SECTION CIRCULAIRE.

Pour les verges on a :

$$\delta' = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho^4 \cdot \frac{\phi \,.\, \text{tang. } 1'}{l \,.\, L' \,(p' + p''.)}$$

où $$p' = p'' \cdot \frac{\phi \,.\, L'}{\phi' L - \phi L'}$$

et ensuite

$$\delta = \pi \, \delta'.$$

Les expériences ont d'ailleurs été faites de la même manière que celles, qui se rapportent aux lames.

(*) Il faudrait plutôt dire, un surcroît de charge d'un quart de livre; car dans l'état, où nous l'appelons »non chargée«, la barre porte non seulement son propre poids, mais encore les deux miroirs et les deux plateaux, dans lesquels on place les charges.

Fil de cuivre jaune № 2.

Longueur du fil entre les deux points de suspension (l) 23,450
Rayon du fil (ρ) . . . . 0,080703 *)
Pesanteur spéc. . . . . 8,354.

$$p'' = 0 \ldots . L = 23{,}188 \ldots \varphi = 670'6$$
$$p'' = 0{,}25 \,.\,. L' = 22{,}777 \ldots \varphi' = 1085{,}4$$

De là

$$p' = 0{,}3859.$$
$$\delta' = 0{,}000000019717.$$
$$\delta = 0{,}000000061943.$$

Fil de fer № 3.

Longueur du fil entre les deux points de suspension (l) . . . 43,60
Rayon (ρ) . . . . 0,113457 *)
Pesanteur spécifique . . . . 7,6620.

$$№ 1.\ p'' = 0 \ldots L = 21{,}775 \ldots \varphi = 88'{,}9$$
$$№ 2.\ p'' = 0{,}5 \ldots L' = 21{,}730 \ldots \varphi' = 190'{,}7$$
$$№ 3.\ p'' = 1{,}0 \ldots L' = 21{,}715 \ldots \varphi' = 292'{,}6$$
$$№ 4.\ p'' = 2{,}0 \ldots L' = 21{,}635 \ldots \varphi' = 493'{,}5.$$

(*) Cette valeur a été trouvée, en déterminant la densité et le poids d'une longueur déterminée de ce fil (savoir de 182,75). Tous les détails de ce procédé seront communiqués dans les recherches sur l'élasticité de torsion des fils métalliques et sur leurs oscillations tournantes.

(**) Ce résultat a aussi été obtenu par des pesées, d'une longueur déterminée du fil, dans l'air et dans l'eau. Des mesures micrométriques, exécutées avec un excellent micromètre microscopique de Gambey, ont donné: 0,1138.

En combinant les observations № 1 et 4, on trouve.

$$p' = 0{,}4360.$$

Cette valeur substituée dans la formule connue, donne:

$$
\begin{array}{lrl}
 & \text{№ 1} \ldots & \delta' = 0{,}000000010472 \\
 & \text{№ 2} \ldots & \delta' = 0{,}000000010485 \\
 & \text{№ 3} \ldots & \delta' = 0{,}000000010494 \\
 & \text{№ 4} \ldots & \delta' = 0{,}000000010472. \\
\hline
\text{Moyenne:} & \ldots\ldots & \delta' = 0{,}000000010481 \\
 & & \delta\ = 0{,}000000032927.
\end{array}
$$

Verges très fortes de cuivre jaune.

Dans les expériences suivantes, j'ai employé des verges très fortes, ce qui m'a forcé de modifier l'appareil en plusieurs points, à cause des charges plus fortes, qu'il avait à porter : les attaches pour la suspension des poids et les plateaux furent remplacées par des attaches plus fortes et des plateaux plus gros ; au lieu d'intercaler un fil entre les attaches et les plateaux, j'y ait fait mettre une règle, avec une ligne moyenne, tracée verticalement depuis le point, où la règle était accrochée à l'attache, jusqu'au point, où elle portait le crochet du plateau.

Pour avoir une détermination plus exacte de la valeur de L, et pour la rendre indépendante de l'erreur dont elle serait affectée, si les lignes moyennes des échelles verticales, qui réunissent les crochets des attaches aux crochets des plateaux, ne passaient pas exactement par le point de suspension des poids, j'ai observé la distance de ces deux lignes moyennes, lorsque la verge n'avait aucune courbure, c'est-à-dire, après l'avoir appuyée sur le premier et le dernier quart de sa longueur; cette distance, comparée à la distance entre les deux points de suspension, mesurée directement, donnait la valeur de l'erreur, que je viens de signaler.

Verge de cuivre jaune № 3.

Rayon de la verge (ρ) . . . . 0,33622 (*).
Longueur de la verge entre les deux points
de suspension ($2l$) . . . . 67,175.
Pesanteur spécifique à 13°½ R. . . . 8,3891.

$l = 33{,}5875.$

1) Avant d'avoir retourné la verge:

№	p'.	$2L$.	$\phi + \eta$.
1.	0,0	67,170	— 0° 17′ 35″
2.	5,0	67,151	+ 0° 39′ 20″
3.	0,0	67,170	— 0° 17′ 15″
4.	10,0	67,130	+ 1° 37′ 50″
5.	0,0	67,170	— 0° 17′ 10″
6.	20,0	67 046	+ 3° 33′ 15″
7.	0,0	67,170	— 0° 16′ 15″

(*) Ce résultat a été trouvé, en déterminant, par une pesée dans de l'eau pure, le volume $= v$, d'un morceau de 6 pouces $= l$ de longueur par la formule: $\rho = \sqrt{\frac{v}{l\pi}}$. Plus tard j'ai pris le poids de toute la verge dans l'air et dans l'eau; le premier a été trouvé égal à 8,0258517, le second égal à 7,0700955 à la temperature de 12°,7 R. Ces deux poids réduits au vide donnent: $\rho = 0{,}33612$ et $S = 8{,}3891$. Une mesure directe, exécutée avec un microscope micrométrique, a donné 0,671 à 0,672 pour le diamètre: la verge n'était pas tout à fait exactement cylindrique. Dans ces expériences la verge avait une longueur totale de 67,44.

2) Après avoir retourné la verge:

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.
8.	0,0	67,170	1° 44′ 55″
9.	5,0	67,163	2° 41′ 55″
10.	0,0	67,170	1° 44′ 40″
11.	10,0	67,144	3° 39′ 40″
12.	0,0	67,170	1° 45′ 15″
13.	20,0	67,067	5° 34′ 40″
14.	0,0	67,170	1° 46′ 5″

De là on trouve:

1) *Pour les № 1, 2, 3 et 8, 9, 10.*

$$p'' = 0 \ldots L = 33{,}585 \ldots \phi = 0° \, 43' \, 40'' = 43{,}'67$$
$$p'' = 5 \ldots L' = 34{,}579 \ldots \phi' = 1° \, 40' \, 37{,}''5 = 100{,}'63.$$

$$p' = 3{,}83218$$

$$\delta' = 0{,}0000000187763$$
$$\delta = 0{,}000000058975.$$

2) *Pour les № 3, 4, 5 et 10, 11, 12.*

Comme la verge, après avoir été chargée de 10 livres de chaque côté, n'est pas revenue exactement à sa première position, nous prendrons pour la valeur de ϕ celle que nous venons de trouver, et pour la valeur de ϕ' la différence entre les observations 4, 5 et 11, 12 plus la valeur de ϕ; nous aurons de cette manière:

$$p'' = 0 \ldots\ldots L = 33{,}585 \ldots \phi = 0° \, 43' \, 40'' = 43{,}'67$$
$$p'' = 10{,}0 \ldots L' = 33{,}569 \ldots \phi' = 2° \, 38' \, 2{,}''25 = 158{,}'38.$$

$$p' = 3{,}8045.$$

$$\delta' = 0{,}0000000189129$$
$$\delta = 0{,}0000000594167.$$

3) *Les observations № 6, 7 et 13, 14, traitées de la même manière, donnent:*

$$p'' = 0 \ldots L = 33{,}585 \ldots \phi = 0°\ 43'\ 40'' = 43'{,}67$$
$$p^{v} = 20{,}0 \ldots L' = 32{,}528 \ldots \phi' = 4°\ 32'\ 42''{,}5 = 272'{,}71.$$
$$p' = 3{,}8056.$$
$$\delta' = 0{,}0000000189074$$
$$\delta = 0{,}0000000593994.$$

Les valeurs deviennent naturellement d'autant plus exactes, que les charges sont plus grandes.

Chaque plateau avec l'attache et l'échelle, intercalée entre l'attache et le plateau, pesait :

2,05816.

Le poids de chaque miroir est:

0,28472.

Mais le centre de gravité du miroir est éloigné de 1,20 du point de suspension des poids; il faut donc augmenter ce poids, pour le rammener au point de suspension, dans le rapport de:

$$\frac{33{,}588 + 1{,}20}{33\,588}$$

ce qui donne pour le poids du miroir, ainsi rammené ou point de suspension:

0,29489,

on a donc en tout, pour le poids du miroir, de l'attache, de l'échelle et du plateau:

2,35305.

La moitié de la verge avait un poids de

$$4,03733.$$

Nous aurons donc pour le poids p':

$$2,35303 + \tfrac{3}{8} \,.\, 4,03733$$
$$= 3,8710.$$

Le calcul ci dessus a donné:

$$3,8056.$$

Les moyennes entre les deux dernières valeurs de δ sont:

$$\delta' = 0,0000000189102$$
$$\delta = 0,0000000594081.$$

Verge № 4.

Rayon de la verge (ρ)	0,266753(*)
Longueur de la verge entre les deux points de suspension	64,220
Pesanteur spécifique à $13°\tfrac{1}{3}$ R.	8,4155

$$2l = 64,220.$$

(*) Poids de la verge dans l'air = 4,893826, et dans l'eau à 12°,5 = 4,3128526. De là on trouve premièrement, après avoir réduit au vide, $S = 8,41550$ à 13°,3, et ensuite, que le volume de la verge est égal à 14,54914 pouces cubes.

Les avances aux deux bouts de la verge, auquels les miroirs étaient fixés, avaient les deux ensemble un volume de 0,10807. Lorsqu'on retranche ce chiffre du chiffre précédent, on a: 14,44107 pour le volume de la verge dans toute la longueur, où elle avait une forme exactement cylindrique, longueur, qui était égale à 64,60; nous avons donc: $64,60 \,.\, \pi\rho^2 = 14,44107$. De là on trouve $\rho = 0,266753$.

1) Avant d'avoir retourné la verge:

№	p''.	2L.	φ — η.
1.	0,0	64,220	— 1° 0′ 45″
2.	5,0	64,120	+ 1° 10′ 40″
3.	0,0	64,220	— 1° 0′ 40″
4.	10,0	64,000	+ 3° 23′ 50″
5.	0,0	64,220	— 1° 0′ 15″
6.	20,0	63,530	+ 9° 1′ 50″
7.	0,0	64,220	+ 0° 14′ 15″
Le lendemain.	0,0		+ 0° 13′ 45″

La verge avait donc dépassé les limites de son élasticité, et s'était courbée de 1° 14′.

2) La verge fut retournée:

№	p''.	2L.	φ + η.
8.	0,0		+ 1° 28′ 5″

Comme la verge s'était considérablement pliée, j'ai cru nécessaire, de la redresser avant de continuer les observations; j'y suspendis donc encore, mais pour quelques instans seulement, un poids de 20 livres de chaque côté, qui fut immédiatement ôté.

№	p''.	2L.	φ + η.
9.	0,0	64,220	+ 3° 45′ 55″
10.	5,0	64,120	5° 58′ 10″
11.	0,0	64,220	3° 45′ 45″
12.	10,00	64,000	5° 9′ 40″
13.	0,00	64,220	3° 46′ 25″

De là:

Pour les № 1, 3, 9 et 11. $p'' = 0$ . . . $L = 32{,}110$... $\varphi = 1° 22' 35'' = 82'',60$
Pour les № 2 et 10. . . . $p'' = 5{,}0$. . . $L = 32{,}060$... $\varphi' = 3° 34' 35'' = 214'',6$

$$p' = 3{,}12088$$
$$\delta' = 0{,}000000018904$$
$$\delta = 0{,}000000059383.$$

Pour les № 3, 5, 11 et 13. $p'' = 0$ . . . $L = 32{,}110$... $\varphi = 1° 22' 48'' = 82'',80$
Pour les № 4 et 12 . . . . $p'' = 10{,}0$... $L' = 32{,}000$... $\varphi' = 5° 47' 15'' = 347'',25$

$$p' = 3{,}11696$$
$$\delta' = 0{,}0000000189736$$
$$\delta = 0{,}000000059607.$$

Si l'on prend pour la valeur de φ la moyenne des observations №-s 5 et 13, c'est à dire 83'',01, qui ont eu lieu après le chargement de 10 livres, on obtient:

$$p' = 3{,}12734$$
$$\delta' = 0{,}000000018959$$
$$\delta = 0{,}000000059561.$$

Dans les observations suivantes faites avec la même verge, on a observé en même temps les dépressions des extrémités de la verge, correspondantes aux différentes charges.

Charge nulle... $L = 32{,}06$... φ 1° 22′ 35″ = 82'',60... $d = 0{,}514$
$p'' = 5$... $L' = 32{,}02$... φ' 3° 35′ 5″ = 215'',10... $d' = 1{,}337$
$p''' = 10$... $L'' = 32{,}01$... φ'' 5° 46′ 20″ = 346'',33... $d'' = 2{,}159$

L'observation directe a seulement donné les valeurs de $d' - d$, $d'' - d$; mais nous savons, que les dépressions sont entr'elles, lorsqu'elles ne sont pas trop grandes, comme les flexions; dans cette supposition, on trouve $d = 0{,}514$, et de là les valeurs de d'

et d'', en ajoutant successivement à d les valeurs de $d' - d$ et $d'' - d$, trouvées par l'observation directe.

Or, on a :

$$\tfrac{2}{3} \,.\, 32{,}06 \,.\, \text{tang. } 1^\circ\, 22'\, 35'' = 0{,}514$$
$$\tfrac{2}{3} \,.\, 32{,}02 \,.\, \text{tang. } 3^\circ\, 35'\, 5'' = 1{,}331$$
$$\tfrac{2}{3} \,.\, 32{,}01 \,.\, \text{tang. } 5^\circ\, 46'\, 20'' = 2{,}158.$$

Ces valeurs sont si peu différentes des valeurs observées, qu'on peut reconnaître la formule ci-dessus comme parfaitement établie par l'expérience.

Mais ce qui est surtout remarquable, c'est que les différences $d' - d$, $d'' - d$, etc. sont exactement proportionelles aux charges, on a :

$$d' - d = 0{,}823, \quad \text{et}$$
$$d'' - d = 1{,}645.$$

On aurait donc pu trouver la valeur δ' par une seule observation, par exemple, par la dernière, qui donne une dépression de 1,645 pour une charge de 5 livres, en se servant de la formule :

$$\delta' = \tfrac{3}{4}\, \rho^4 \, \frac{d}{l^3 p}.$$

Cette formule donne :

$$\delta' = 0{,}0000000188686.$$

L'observation, où la charge était égale à 5 livres, et la dépression 0,813, donne :

$$\delta' = 0{,}0000000188801.$$

VERGE № 5.

Rayon de la verge	0,197072,
Longueur de la verge entre les deux points de suspension ($2l$) .	69,77,
Longueur totale de la verge, sans les avances.	70,13,
Longueur des avances (*)	0,52,
Epaisseur des avances	0,20,
Pesanteur spécifique.	8,4400,
Poids total de la verge	2,913534.

Il est facile de trouver, que les avances ont un volume de 0,08 du pouce cube, ce qui donne un poids de 0,026988: si l'on déduit ce poids du poids total, on a: 2,886546 pour le poids d'un cylindre de 70,13 de longueur; par là, et par la pesanteur spécifique, on peut trouver le rayon du cylindre. On a effectivement de cette manière:

$$\rho = 0{,}197072,$$

La mesure directe a donnée:

$$\rho = 0{,}197544.$$

1) Avant d'avoir retourné la verge:

№	p''.	$2L$.	$\phi + \eta$.
1.	0,0	69,74	270',5

2) La verge fut retournée:

№	p''.	$2L$.	$\phi - \eta$.	d.
2.	0,0	69,74	38',7	d'
3.	1,0	69,68	140',5	$d' + 0{,}686$
4.	0,0		38',3	
5.	2,0	69,59	242',2	$d' + 1{,}376$

(*) Les avances auxquelles les miroirs étaient fixés, étaient taillées dans les deux extrémités mêmes de la verge; leur section, normale à l'axe de la verge, était formée de deux lignes droites parallèles entre elles et de deux lignes circulaires, faisant partie de la surface cylindrique.

№	p″.	L′	ɸ — η.	d.
6.	0,0		38′,6	
7.	3,0	69,46	343′,3	d′ + 2,055
8.	0,0		38′,8	
9.	5,0	69,13	543′,0	d′ + 3,402
10.	0,0		39′,4	
11.	10,0	67,71	1047′,3	d′ + 6,850
12.	0,0		59′,4	d′ + 0,185
13 (*).	0,0		58′,3	d′ + 0,182

On voit qu'après une charge de 10 livres, la verge ne revient pas à sa première position d'équilibre.

En prenant la somme et la différence des № 1 et 2, on a :

$$\phi = 154',6$$
$$\eta = 115',9$$

et de là :

p″.	L.	ɸ.	d
0,0	34,87	154′,6	d′
1,0	34,84	256′,4	d′ + 0,686
2,0	34,80	358′,1	d′ + 1,376
3,0	34,73	459′,2	d′ + 2,055
5,0	34,57	658′,9	d′ + 3,402
10,0	33,86	1142,5	d′ + 6,665

(*) Cette observation a été faite deux jours plus tard.

Les dernières valeurs de ϕ et de d, qui correspondent à une charge de 10 livres, ont été trouvées en retranchant les valeurs pour $p'' = 0$, données par le № 12, de celles, données par le № 11, et en ajoutant la valeur de ϕ à ces différences.

Nous allons premièrement voir, si la formule:

$$d = \tfrac{2}{3} L \text{ tang. } \phi$$

est verifiée par les observations précédentes. Pour cela il faudra avant tout calculer la valeur de d': quelle qu'elle soit, nous aurons toujours très approximativement:

$$d' = \tfrac{2}{3} \cdot 34{,}87 \cdot \text{tang. } 154{,}6.$$

Cette équation donne:

$$d' = 1{,}043.$$

En substituant cette valeur dans la même formule, on trouve pour les autres valeurs de d:

ϕ	d calculé.	d observé.
154,6	1,043	1,043
256,4	1,736	1,729
358,1	2,426	2,419
459,2	3,111	3,148
658,9	4,472	4,445
1142,5	7,791	7,708

La première et l'avant-dernière observation nous donnent:

$$p'' = 0 \ldots L = 34{,}87 \ldots \phi = 154{,}6$$
$$p'' = 5 \ldots L = 34{,}57 \ldots \phi = 658{,}9.$$
$$p' = 1{,}5156$$
$$\delta' = 0{,}000000018397$$
$$\delta = 0{,}0000000577950.$$

et les autres successivement :

$$p'' = 1{,}0 \ldots \delta' = 0{,}000000018394$$
$$p'' = 2{,}0 \ldots \delta' = 0{,}000000018407$$
$$p'' = 3{,}0 \ldots \delta' = 0{,}000000018415$$
$$p'' = 10{,}0 \ldots \delta' = 0{,}000000018426.$$

Les observations précédentes, dans lesquelles les valeurs successives de d ont été notées avec le même soin, que les valeurs de $\mathcal{G}$, nous prouvent que la proportionalité entre les valeurs de d et les charges continue au delà des limites de l'élasticité.

Pour la charge d'une livre, l'extrémité de la verge est descendue de 0,686 ; deux livres l'ont fait descendre de 1,376, ce qui en est presqu'exactement le double ; enfin, pour 10 livres la dépression a été de 6,850, ce qui est presqu'exactement dix fois autant, et cependant, après avoir supporté une charge de dix livres, la verge n'est plus revenue à sa première position d'équilibre.

Après la dernière expérience, j'ai laissé la verge dans la même position pendant deux jours : la valeur de $\mathcal{G}$ n'avait pas changé. Je suspendis encore une fois un poids de 10 livres, mais pour quelques secondes seulement ; après l'avoir ôté, la verge revint exactement à sa première position d'équilibre ; la répétition de la même expérience eut le même résultat. Lorsque je laissais le poids de 10 livres suspendu pendant une demi-heure, la valeur de $\mathcal{G}$ se trouvait toujours la même. On voit donc que, lorsqu'une certaine charge fait dépasser à la verge la limite de son élasticité, de sorte que la verge ne revient plus, après avoir ôté la charge, à sa première position d'équilibre, cela n'arrive qu'une seule fois ; la même charge employée autant de fois, que l'on veut, et pendant assez long-temps, ne fait plus dépasser à la verge la nouvelle limite de son élasticité et elle revient toujours à sa seconde position d'équilibre.

Lorsque, par l'action répétée de la même charge de 10 livres, la verge était arrivée à cet état, où elle revenait toujours à la même position, après avoir subi cette charge extrême, je mesurais encore une fois les flexions qu'elle éprouvait par différentes charges ; voici ce que j'ai trouvé :

pour $p'' = 10{,}0 \ldots \phi' - \phi = 988'{,}3$
$p'' = 5{,}0 \ldots \phi' - \phi = 504'{,}3$
$p'' = 3{,}0 \ldots \phi' - \phi = 303'{,}8$.

Si, dans notre premier tableau, on retranche:

№ 12 de № 11, on a pour $p'' = 10{,}0 \ldots \phi' - \phi = 987'{,}9$
№ 2 de № 9, on a pour $p'' = 5{,}0 \ldots \phi' - \phi = 504'{,}3$
№ 2 de № 7, on a pour $p'' = 3{,}0 \ldots \phi' - \phi = 304'{,}6$.

c'est à dire sensiblement les mêmes valeurs.

Cela prouve, qu'on peut arriver à des valeurs très exactes de δ', même avec des charges, qui fléchissent la verge un peu au delà des limites de son élasticité, lorsqu'avant de déterminer les valeurs de ϕ, on fait supporter à la verge plusieurs fois la plus grande charge, jusqu'à la quelle on veut pousser l'expérience.

Après toutes ces expériences, qui avaient duré plusieurs jours, la verge fût retournée de nouveau; elle revint donc à la position, où elle avait été tout au commencement, et où la valeur de $\phi + n$ avait été de $270'{,}5$ (voyez notre premier tableau):

Voici les flexions, qui ont été observées:

Immédiatement après avoir retourné la verge. . . .	$\phi + n = 255'{,}3$
Deux heures plus tard	$\phi + n = 256'{,}4$
Après avoir suspendu une charge de 10 livres, qu'on avait ôtée après 2'' d'action	$\phi + n = 372'{,}0$
La charge de 10 livres fut suspendue de nouveau, pendant 2'' seulement.	$\phi + n = 374'{,}3$
Plusieurs heures plus tard	$\phi + n = 373'{,}6$
Après avoir été chargée de nouveau, pour quelques secondes seulement, de 10 livres	$\phi + n = 374'{,}6$

Chargée encore une fois de 10 livres pendant quelques secondes seulement.	$\phi + \eta = 375'{,}1$
Après avoir répété la même expérience	$\phi + \eta = 375'{,}3$
Après un repos de 24 heures	$\phi + \eta = 374'{,}9$

On voit par la première de ces expériences, qu'en tenant compte de la courbure constante, que la verge avait éprouvée la première fois par une charge de 10 livres, elle est à peu près revenue à sa toute première position, mais aussitôt qu'elle a été soumise à l'action d'une charge, qui la faisait sortir de nouveau et dans un sens contraire des limites de sa élasticité, elle s'est courbée considérablement et beaucoup plus que la première fois, quoique la charge fût la même; la première fois, elle ne s'était courbée que de 20'; à présent elle s'est courbée de 115',6; mais cette courbure ne s'est point augmentée en faisant agir la même charge plusieures fois de suite, et momentanément; le nouvel état d'équilibre est donc devenu constant, comme la première fois. Lorsque la verge fût retournée de nouveau, elle à donné $\phi - \eta = -63'{,}5$; on voit l'effet considérable de la courbure constante de 115',0 qu'elle avait éprouvée avant d'avoir été retournée.

Chargée de nouveau, pour quelques instants seulement, de 10 livres, elle a donnée $\phi - \eta = +16'{,}8$ et, après avoir laissé agir la charge de 10 livres plusieurs fois, et une fois même pendant une heure, on a trouvé $\phi - \eta = +24'{,}3$; la verge a donc pris une courbure constante de 78',3, ce qui est plus que 20' mais moins que 115'.

Lorsque la verge avait été retournée de nouveau, la courbure constante, produite par l'action momentanée d'une charge de 10 livres, fût trouvée de 129',2.

Voici donc les différentes courbures constantes, produites par l'action momentanée d'une charge de 10 livres, qui se sont succédées.

	D'un côté.	*De l'autre côté.*
Première courbure	20',0.	115',0
Deuxième courbure	78',3.	139',2

On voit que les courbures augmentent de plus en plus, mais avec une progression plus forte d'un côté que de l'autre.

Les limites de l'élasticité se rétrécissent donc toujours plus, lorsqu'on plie la verge plusieurs fois successivement dans les deux sens opposés.

OSCILLATIONS TRANSVERSALES DES LAMES ET VERGES ÉLASTIQUES.

EXPÉRIENCES FAITES POUR DÉTERMINER PAR DES OSCILLATIONS TRANSVERSALES LE COËFFICIENT DE DILATATION ÉLASTIQUE DES LAMES OU BARREAUX PRISMATIQUES, A SECTION RECTANGULAIRE.

La durée des oscillations transversales des barreaux à section rectangulaire offre un moyen très précis, pour déterminer le coëfficient d'élasticité (*) des métaux, dont ils sont faits.

Lorsque ces oscillations sont assez rapides pour produire un son musical quelconque, il est facile d'en déterminer la durée, en évaluant la place, que ce son occupe dans la gamme musicale, par des procédés très connus, dans lesquels l'oreille de l'observateur joue le principal rôle. Cette méthode n'est ni directe, ni exacte. Pour déterminer directement et exactement la durée des oscillations, il faut les rendre aussi lentes que possible, c'est à dire, il faut employer des barreaux très longs et suffisamment minces, et fixer des poids à leurs extrémités; mais dans ce cas, les effets de l'élasticité se compliquent de ceux de la pesanteur et il faut savoir les séparer. Qu'on s'imagine une lame élastique

(*) Je rappelle ici, que le coëfficient d'élasticité est le poids, exprimée en livres, qui double la longueur d'une barre prismatique ou cylindrique, dont la section est égale à un pouce carré, si l'on désigne ce coëfficient par ϵ on aura: $\epsilon = \frac{1}{\delta}$.

perpendiculaire, fixée à son extrémité supérieure; qu'on écarte son extrémité inférieure et libre de sa position d'équilibre, de sorte qu'elle entre en vibration; la durée des vibrations dépendra autant de la force élastique de la lame, que de sa pesanteur; et si l'on désigne par t la durée des oscillations, en vertu des deux forces réunies, par θ ce que deviendrait t si l'on supprimait l'élasticité de la lame, et par T ce que deviendrait t si l'on supprimait la pesanteur terrestre, nous aurons évidemment:

$$\frac{1}{t^2} = \frac{1}{T^2} + \frac{1}{\theta^2}.$$

Si l'on retourne la lame, de sorte que son extrémité fixée est en bas, et l extrémité libre en haut, l'action de la pesanteur devient négative, et nous aurons, si l'on désigne par t_1 la durée des oscillations de la lame dans cette position inverse:

$$\frac{1}{t_1^2} = \frac{1}{T^2} - \frac{1}{\theta^2}.$$

De là on trouve facilement:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t_1^2}\right) = \frac{1}{T^2}$$

et

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}\right) = \frac{1}{\theta^2}.$$

ou bien aussi:

$$\frac{T^2}{\theta^2} = \frac{t_1^2 + t^2}{t_1^2 - t^2}.$$

Cette formule donne la relation qui existe entre le moment élastique de la lame, et le moment de sa pesanteur: nous verrons plus tard, comment on peut déduire de cette relation le coëfficient d'élasticité du métal, dont la lame est confectionnée, lorsque les dimensions et le poids de la lame sont connus.

Si l'on fixe un poids à l'extrémité libre de la lame, ou dans un point quelconque de sa longueur, ses oscillations deviendront plus lentes, et il sera pus facil de déterminer leur durée; la méthode restera toujours la même; on n'aura changé que le moment d'i-

nertie de la lame, et il sera un peu plus difficile d'arriver de la valeur de T à la valeur du coëfficient d'élasticité.

Pour mettre cette formule à l'épreuve de l'expérience, je me suis servi des appareils représentés par les fig. 14 et suiv.

Fig. 14, est un appareil en fonte très lourd, composé d'une colonne verticale B, établie sur trois pieds à vis. Sur la base supérieure de cette colonne est fixée une pièce annulaire C très forte, traversée horizontalement par un axe A, qui porte d'un côté l'étau G, destiné à serrer l'extrémité de la barre qu'on veut mettre en expérience, et de l'autre le poids cylindrique D, qui contrebalance le poids de l'axe A, de l'étau G, et de la barre, dont l'extrémité est serrée dans l'étau: ce poids D peut glisser sur le prolongement A' de l'axe A, et on peut le fixer de sorte, que l'équilibre entre les pièces nommées s'établisse exactement. Si le poids des pièces serrées dans l'étau devient plus considérable que le poids D, on peut encore suspendre d'autres poids à l'extrémité A' de l'axe.

L'étau G est composé de deux plaques carrées, dont l'une c fait corps avec l'axe A, tandis que l'autre b peut être enlevée; cette dernière plaque a une rainure h, taillée perpendiculairement à la direction de l'axe A; dans le fond de cette rainure il y a trois plaques contiguës, lesquelles portent les vis m, n, k, et dont on voit une en i.

Pour serrer l'extrémité de la barre, on la fait entrer dans l'étau, entre les plaques c et b, et on place la plaque l entre les trois plans contiguës et la lame; on serre d'abord lâchement les vis d, e, f, g; ensuite, on serre aussi fortement qu'on peut les trois vis n, m, k; les trois plaques contiguës, dont il a été question tout à l'heure, qui remplissent le fond de la rainure h, et dont une est visible en i, serrent alors l'extrémité de la barre entre la plaque l et la plaque c, qui forme de ce côté un plan très uni et exactement travaillé. Pour l'assujétir encore plus fermement, on serre encore plus fort la plaque b contre la plaque c, en tournant les vis d, e, f, g; ensuite, on tourne l'axe A, pour donner à la barre une direction verticale, comme cela est représenté par la fig. 14. Pour pouvoir obtenir cette direction avec une grande précision, l'axe A porte un frein H, qui fait corps avec l'axe, lorsque la vis a est serrée:

l'extrémité E de ce frein est placée contre une vis micrométrique (voyez fig. 14a), de sorte que la vis a étant serrée, on peut faire tourner l'axe A autour de lui même. Pour vérifier, si la barre est bien perpendiculaire, on place un instrument de passage portatif p (fig. 16), dans le prolongement du plan vertical, qui passe par l'axe A, et un autre q dans un plan vertical perpendiculaire au premier et passant par la barre. Si, après avoir donné aux axes horizontaux de ces deux instrumens de passage une position parfaitement horizontale, une des arrêtes de la barre reste dans toute sa longueur sur le fil vertical des lunettes, la barre est assurément perpendiculaire. Je n'ai pas besoin de dire, que, pour placer une des arrêtes de la barre dans le plan décrit par la lunette du second instrument de passage, on peut se servir de la vis à caler F, au pied de l'instrument: on fixera la barre de sorte, qu'une de ses arrêtes reste toujours dans le même plan vertical, lorsqu'on tourne l'axe A autour de lui même de 180°, ce qui est aussi facile à vérifier par le moyen du second instrument de passage; la barre sera alors normale à l'axe A, qui sera parfaitement horizontal.

Pour avoir la longueur de la partie vibrante de la barre, on fait, avec une pointe d'acier, un trait très fin sur la barre, juste là, où elle sort de l'étau; à cet effet les deux pièces b et c ont été ajustées très exactement et serrées l'une sur l'autre, de sorte que leurs côtés, avec les côtés de la plaque i, ne forment qu'un seul plan. La distance de ce trait à l'extrémité libre de la barre peut être mesurée avec beaucoup de précision, après l'avoir ôtée de l'étau.

On fait osciller les barres tantôt seules, tantôt avec des poids. Pour fixer les poids à l'extrémité libre des barreaux, on se sert de l'appareil représenté par la fig. 15, dont la seule inspection est suffisante, pour en reconnaître les parties; nous l'appelerons le porte-poids. L'extrémité de la barre est prise entre les pointes a, a, qui terminent les vis b, b; les poids c, c, sont des anneaux exactement circulaires, qu'on assujétit (par le moyen des anneaux à vis e, e) sur les deux tourillons un peu coniques, dont l'axe commun est traversé par les deux vis b, b. Ces anneaux peuvent être changés, de sorte qu'on peut employer successivement des poids de plus en plus forts ; il y a aussi plusieurs petits anneaux, qu'on peut ajouter aux grands, pour en faire augmenter le poids d'une petite quan-

tité. La division *d*, faite sur papier (demi-lignes anglaises) et collée sur la tête d'une des vis *b*, sert à mesurer l'amplitude des oscillations. Les pointes *a*, *a* se logent dans les cavités *c*, qu'on a eu soin de faire aux extrémités de la lame (voyez fig. 11) ; comme la masse du porte-poids avec les anneaux est distribuée symétriquement autour de son axe, qui passe par les deux pointes, leur centre de gravité est situé sur cet axe même ; pour avoir la distance du centre de gravité au point fixe, où la barre est serrée dans l'étau, on n'a qu'à mesurer la distance de l'extrémité libre de la barre aux cavités *c* (distance, qui n'excédait jamais 2 ou 3 lignes) et la retrancher de la longueur totale de la partie oscillante de la barre.

Pour déterminer avec une grande précision la durée des oscillations de la barre, on dirige la lunette de l'instrument de passage *p* (fig. 16) sur la division collée sur la vis *b* (fig. 14 et 17), et on fait coïncider le fil vertical de la lunette avec le trait de la division, qui est marqué d'un zéro; on met la barre en mouvement, et on observe avec un chronomètre, l'instant du passage de ce trait par le fil de la lunette: on compte cent, ou deux cents, ou même mille de ces passages, (on en prend un nombre d'autant plus grand, que les oscillations sont plus rapides), et on observe de nouveau l'instant du centième ou du deux-centième, ou du millième passage; l'intervalle des deux observations, divisé par le nombre des passages, donne la durée d'une oscillation. (*)

(*) Pour qu'un seul observateur puisse en même temps compter les oscillations et marquer les instants du centième, deux centième etc. passage, on détermine d'abord l'instant du premier passage, en comptant les battemens du chronomètre compris entre un nombre rond quelconque de minutes et de secondes, et l'instant du premier passage: ce nombre de battemens, divisé par deux (si le chronomètre bat des demi-secondes), et ajouté au nombre de minutes et de secondes, dont on est parti, et qu'on a noté d'avance, donne l'instant du premier passage : mais ce nombre de battemens, on ne l'écrit pas tout de suite, mais on le garde dans la mémoire, on compte, sans détourner l'oeil de la lunette, les passages consécutifs jusqu'au centième; on compte de nouveau les battemens compris entre ce passage et quelque autre nombre rond de minutes et de secondes; le nombre de ces battemens, divisé par 2, et retranché du nombre rond de minutes et de secondes, donne l'instant du centième passage. De cette manière, en prenant l'intervalle entre les deux passages, on parvient à connaître la durée de cent oscillations; il est donc facile de déterminer d'avance, très approximativement, l'instant du 200-ème passage; cet instant, calculé d'avance, peut être exprimé en un nombre rond de minutes et de secondes, et un certain nombre de battemens; lorsque cet instant approche, on compte de nouveau les battemens compris entre ce nombre rond de minutes et de secondes, et l'instant du 200-ème passage, sur le-

On observe en même temps l'amplitude des oscillations, sur la division *d* (fig. 17) en notant le trait, coupé par le fil vertical de la lunette, à l'instant de la plus grande élongation de l'extrémité de la barre, à droite ou à gauche. Cette élongation se trouve alors exprimée en demi-lignes, et peut facilement être convertie en degrés et minutes, en la divisant par la longueur de la partie vibrante de la barre, exprimée également en demi-lignes, ce qui donnera la tangente de la demi-amplitude, dans l'acception ordinaire de ce mot; cette demi-amplitude, multipliée par 3, donnera l'angle α (fig. 18), compris entre deux tangentes menées à l'extrémité libre de la barre dans ses deux positions extrêmes à droite et à gauche.

Après avoir déterminé la durée des oscillations de la barre dans la position indiquée par la fig. 14, on tourne l'axe *A* de 180°, de sorte que le poids fixé à l'extrémité libre de la barre, se trouve en haut; eta près s'être assuré, que la barre a de nouveau une direction parfaitement verticale, — ce dont on s'assure par le moyen des deux lunettes *p* et *q* (fig. 16); — on observe de nouveau, par la méthode que nous venons de

---

quel il est impossible de se tromper, si la durée de chaque oscillation dépasse 0",5, quoiqu'on n'ait pas compté les passages depuis le centième; le nombre de ces battemens, divisé par deux, et ajouté au nombre rond de minutes et de secondes, dont on est parti, donnera l'instant précis du 200-ème passage; et ainsi de suite pour les autres.

Cette méthode, qui dispense l'observateur de compter les passages au delà du centième, ne peut être employée, lorsque la durée d'une oscillation est moindre qu'une demi-seconde; dans ce cas, on compte effectivement les mille premiers passages, en déterminant leur durée, comme nous avons fait pour les cents premiers passages; ensuite, on laisse passer le temps qu'il faut pour noter l'observation, sans compter les oscillations; mais aussitôt qu'on a fini de noter, on recommence à compter, et on détermine encore une fois la durée de mille oscillations; ensuite, on détermine par le calcul le nombre des oscillations, qui ont eu lieu entre le premier et le second mille, (en le concluant de la durée de l'intervalle et de la durée d'une seule oscillation, déduite de la durée d'un mille): on ajoute de nombre à 2000 et on divise par la somme l'intervalle total depuis le premier jusqu'au dernier passage. Cette dernière méthode est d'autant plus sûre, qu'en observant deux fois la durée de 1000 oscillations véritablement comptées, on voit toute de suite, si l'on s'est trompé en comptant.

On diminuera encore davantage la chance d'une erreur dans l'évaluation du nombre des oscillations, qu'on n'a pas réellement comptées, si l'on distingue les passages de gauche à droite des passages de droite à gauche, en désignant les premiers par les nombres pairs, 0, 2, 4, 6 etc., et les derniers par les nombres impairs, 1, 3, 5, 7 etc.

décrire, la durée de ses oscillations, qu'on trouvera beaucoup plus lentes. Il s'entend de soi même, que le poids fixé à l'extrémité supérieure de la barre ne doit pas être assez grand, pour la faire plier; elle doit se tenir tout à fait droite, et ne pencher ni d'un côté ni de l'autre. Pour obtenir ce dernier résultat, on sera obligé de se servir beaucoup et avec beaucoup de précaution du frein *H*, avec sa vis micrométrique *I* (fig. 14 et fig. 14a).

Les barres, qui ont été employées dans les expériences suivantes, ont été confectionnées avec un grand soin par Mr. Repsold à Hambourg; leurs arrêtes sont exactement parallèles, et par conséquent, leur épaisseur et largeur parfaitement égales dans toute leur longueur, ce sont des parallélépipèdes mathématiquement exacts; ce sont les mêmes, qui ont été employées dans nos expériences relatives à la flexion. Leur largeur et leur épaisseur ont été mesurées avec une grande précision moyennant un appareil micrométrique décrit dans la 1-ère partie de cet ouvrage et représenté fig. 12.

Soient maintenant:

L la longueur totale du barreau.

P le poids total du barreau.

a largeur du barreau.

b épaisseur du barreau.

l la longueur de la partie vibrante du barreau, lorsqu'une de ses extrémités a été serrée dans l'étau, ou bien la distance de l'extrémité libre de la barre au point fixe.

p le poids de cette partie vibrante.

l' la distance du point fixe au centre de gravité du poids, qu'on a attaché à l'extrémité libre par le moyen de l'appareil fig. 15.

p' le poids total de cet appareil, avec les deux poids cylindriques.

i le moment d'inertie du barreau relativement au point fixe.

i' le moment d'inertie de l'appareil fig. 15 avec ses poids, relativement au point fixe.

q le moment d'inertie propre de l'appareil fig. 15, rapporté à son centre de gravité.

I le moment d'inertie total du barreau avec les poids fixés à son extrémité libre, rapporté au point fixe.

m le moment de pesanteur du barreau par rapport au point fixe.

m' le moment de pesanteur de l'appareil fig. 15., avec ses poids, rapporté également au point fixe.

M moment de pesanteur total du barreau avec les poids fixés à son extrémité libre.

λ la longueur du pendule simple, dont les oscillations ont la même durée, que les oscillations du pendule inflexible, formé par le barreau et les poids, qui y sont attachés, dans la supposition, qu'il puisse tourner librement autour de son extrémité fixe.

τ durée des oscillations du pendule λ.

t durée des oscillations du barreau vertical, lorsque l'extrémité libre est en bas.

t_1 durée des oscillations du barreau vertical, lorsque l'extrémité libre est en haut.

T durée des oscillations, qui aurait lieu, si le barreau n'avait point de pesanteur, et si l'élasticité agissait seule.

θ durée des oscillations, qui aurait lieu, si le barreau n'avait point d'élasticité, et si la pesanteur agissait seule

σ longueur du pendule simple, dont les oscillations ont une durée égale à θ.

g la pesanteur terrestre.

π le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un cercle.

$\frac{1}{\delta}$ le coëfficient d'élasticité du métal, dont le barreau est fait, où δ est l'alongement ou la contraction linéaire, qu'un cube de ce métal, dont le côté est égal à l'unité, éprouve par la traction ou la pression de l'unité de poids, lorsque cette traction ou pression agit perpendiculairement à la base du cube.

$\frac{1}{\delta'}$ le même coëfficient d'élasticité rapporté à un cylindre dont l'axe et le rayon sont égaux à l'unité, et sur lequel la traction ou la pression agit aussi perpendiculairement à la base du cylindre.

Nous aurons d'abord:

$$p = \frac{Pl}{L}$$
$$i = \tfrac{1}{3}\, l^2\, p.$$
$$i' = l'^2\, p'\ .$$

$$J = i + i' + q$$
$$M = m + m'$$
$$\lambda = \frac{J}{M}$$
$$\sigma = \frac{g\theta^2}{\pi^2}$$
$$\frac{1}{\delta'} = \frac{\pi}{\delta}$$

et par ce qui précède:

$$T^2 = \frac{2t_1^2 \,.\, t^2}{t_1^2 + t^2}$$
$$\theta^2 = \frac{2t_1^2 \,.\, t^2}{t_1^2 - t^2}$$

Euler a donné la formule suivante pour des barres prismatiques, lorsque la durée de leurs vibrations est T; il n'élimine pas l'influence de la pesanteur, qu'il suppose nulle (*).

$$\frac{1}{\delta} = \frac{\pi^2\, l^3\, p}{ab^3 g\, T^2}$$

mais cette formule ne s'accorde pas avec l'expérience, comme on peut facilement s'en convaincre par les expériences rapportées dans la suite de cet ouvrage; elle ne comprend pas d'ailleurs le cas, où il y a un poids fixé à l'extrémité libre de la barre.

Pour obtenir des valeurs de $\frac{1}{\delta}$, qui ne s'accordent pas seulement entre elles, mais aussi avec les valeurs trouvées par la flexion, il faut multiplier la valeur de $\frac{1}{\delta}$ par $\sqrt{\frac{\sigma}{\lambda}}$ ou $\frac{\theta}{\tau}$; on aura, pour le cas, où le barreau oscille seul:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{\pi^2\, l^3\, p}{ab^3 g \,.\, T^2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\lambda}}$$

On peut généraliser cette formule, en substituant:

$$\frac{9i\lambda}{2p} \text{ à } l^3, \quad \frac{2t_1^2 \,.\, t^2}{t_1^2 + t^2} \text{ à } T^2, \quad \frac{2t_1^2 \,.\, t^2}{(t_1^2 - t^2)\,\sigma} \text{ à } \frac{\pi^2}{g},$$

(*) Cette supposition est rigoureusement vraie pour une barre qui vibre dans un plan horizontal, approximativement vraï pour des vibrations très rapides, dans quel plan qu'elles se fassent, le seul cas, qu'Euler avait en vue.

et mettant enfin I au lieu de i, on obtient :

$$\frac{1}{\delta} = \frac{9}{2} \cdot \frac{I}{ab^2} \frac{(t_1^2 + t^2)}{(t_1^2 - t^2)} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$$

C'est d'après cette formule, que toutes les observations suivantes ont été calculées.

La valeur de q, ou le moment d'inertie du poids p', rapporté à un axe perpendiculaire au plan d'oscillation et passant par le centre du poids, qui est en même temps son centre de gravité, a été calculé d'après la formule :

$$q = \tfrac{1}{2}\, p'\, r^2$$

ou r désigne le rayon des cylindres fig. 15 et p' le poids total de ces cylindres et du porte-poids, sur lequel ils sont fixés, ce dernier étant d'une forme trop compliquée pour pouvoir en calculer séparément le moment d'inertie.

CUIVRE JAUNE.

Les expériences suivantes ont été faites sur les 9 barreaux, décrits dans la première partie de cet ouvrage.

Barreau № 1.

1)	Longueur de la partie vibrante	47,4712.
	Poids de la partie vibrante	2,96847.
	Moment d'inertie	2229,832.
	Moment de pesanteur	70,4585.

A. ***Le barreau oscille sans poids :***

$t_1 = 0{,}31625$ (1000 oscill.)
$t = 0{,}28200$ (1000 oscill.)

De là:

$$\lambda = 31,6475$$
$$\sigma = 30\,4087$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02016$$

$$\delta = 0,0000000767570.$$

B. *Le barreau oscille avec des poids:*

a) $l' = 47,2248$
$p' = 0,68519.$

$$i' = 1528,098$$
$$q = \quad 0,152$$
$$i = 2229,832$$
$$J = 3758,082.$$

$$m = \ 70,4585$$
$$m' = \ 32,3580$$
$$M = 102,8165$$

$t_1 = 0^s,46275$ (1000 oscill.)
$t = 0^s,3790$ (1000 oscill.)

De là:

$$\lambda = 36,5513$$
$$\sigma = 34,1810$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,03420$$

$$\delta = 0,0000000775624.$$

b) $l' = 47{,}2248$
$p' = 1{,}06441.$

$$i' = 2373{,}829$$
$$q = \quad 0{,}431$$
$$i = 2229{,}832$$
$$\overline{J = 4604{,}092.}$$

$$m = \ 70{,}4585$$
$$m' = \ 50{,}2666$$
$$\overline{M = 120{,}7251.}$$

$t_1 = 0;5356$ (1550 oscill.)
$t = 0;4185$ (1000 oscill.)

De là:

$$\lambda = 38{,}1370$$
$$\sigma = 35{,}2290$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}04046$$

$$\delta = 0{,}0000000772340.$$

c) $l' = 47{,}2248$
$p' = 1{,}81730.$

$$i' = 4052{,}900$$
$$q = \quad 1{,}308$$
$$i = 2229{,}832$$
$$\overline{J = 6284{,}050.}$$

$$m = 70{,}4585$$
$$m' = 85{,}8216$$
$$M = 156{,}2801.$$

$t_1 = 0\text{'}{,}6830$ (1000 oscill.)
$t = 0\text{'}{,}48235$ (2000 oscill.)

De là:

$$\lambda = 40{,}2120$$
$$\sigma = 36{,}3623$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05158$$

$$\delta = 0{,}0000000774315.$$

d) $l' = 47{,}2248$
$p' = 3{,}29696.$

$$i' = 7285{,}412$$
$$q = 4{,}764$$
$$i = 2229{,}832$$
$$J = 9520{,}008.$$

$$m = 70{,}4585$$
$$m' = 155{,}6984$$
$$M = 226{,}1569.$$

$t_1 = 1\text{'}{,}0085$ (800 oscill.)
$t = 0\text{'}{,}57013$ (2000 oscill.)

De là:

$$\lambda = 42{,}0947$$
$$\sigma = 37{,}4248$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06056.$$

$$\delta = 0{,}0000000781328.$$

e) $l' = 47{,}2248$
$p' = 4{,}05662$

$$i' = 9047{,}003$$
$$q = 8{,}113$$
$$i = 2229{,}832$$
$$J = 11284{,}947.$$

$$m = 70{,}4585$$
$$m' = 191{,}5730$$
$$M = 262{,}0315.$$

$t_1 = 1{,}2240.$
$t = 0{,}60375.$

De là:

$$\lambda = 43{,}0671$$
$$\sigma = 37{,}7376$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06828.$$

$$\delta = 0{,}0000000772400.$$

f) $l' = 47{,}2248$
$p' = 6{,}25268.$

$$\begin{aligned} \iota' &= 13944{,}620 \\ q &= 18{,}050 \\ i &= 2229{,}832 \\ \hline J &= 16192{,}502. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 70{,}4585 \\ m' &= 295{,}2816 \\ \hline M &= 365{,}7401. \end{aligned}$$

$t_1 = 2{,}7012$

$t = 0{,}676735.$

De là:

$$\lambda = 44{,}2732$$

$$\sigma = 38{,}2797$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07544$$

$$\delta = 0{,}0000000774791.$$

II) Longueur de la partie vibrante du barreau 40,3168
Poids de cette partie 2,521093
Moment d'inertie 1365,965
Moment de pesanteur . . . . 50,8212.

a) $l' = 40{,}0704$
$p' = 9{,}29767.$

$$\begin{aligned} \iota' &= 14928{,}576 \\ q &= 41{,}840 \\ i &= 1365{,}965 \\ \hline J &= 16336{,}381. \end{aligned}$$

$$m = 50{,}8210$$
$$m' = 372{,}5590$$
$$M = 423{,}3800$$

$t_1 = 3{,}02593$ (270 oscill.)
$t = 0{,}63482$ (3000 oscill.)

De là:

$$\lambda = 38{,}5856$$
$$\sigma = 33{,}0240$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08093.$$
$$\delta = 0{,}0000000793355.$$

b) $l' = 40{,}0704$
$p' = 4{,}05662$

$$i' = 6513{,}460$$
$$q = 8{,}113$$
$$i = 1365{,}965$$
$$J = 7887{,}538$$

$$m = 50{,}8212$$
$$m' = 162{,}5501$$
$$M = 213{,}3712.$$

$t_1 = 0{,}7971$ (1200 oscill.)
$t = 0{,}5006$ (2400 oscill.)

De là :

$$\lambda = 36,9663$$
$$\sigma = 32,4182$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06785$$
$$\delta = 0,0000000788870.$$

c) $l' = 40,0704$
$p' = 6,25268$

$$i' = 10039,535$$
$$q = 18,050$$
$$i = 1365,965$$
$$J = 11423,550.$$

$$m = 50,8212$$
$$m' = 250,5474$$
$$M = 301,2686.$$

$t_1 = 1",2063$ (1000 oscill.)
$t = 0",5699$ (2000 oscill.)

De là :

$$\lambda = 37,9056$$
$$\sigma = 32,7549$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07575.$$
$$\delta = 0,0000000790613.$$

III) Longueur de la partie vibrante 36,5148
Moment d'inertie 41,6797
Moment de pesanteur . . . . 1014,818.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 36,2684$

$p' = 12,42837.$

$$\begin{aligned} i' &= 16348,234 \\ q &= \quad 60,183 \\ i &= \; 1014,818 \\ \hline J &= 17423,235. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= \quad 41,6797 \\ m' &= 450,7570 \\ \hline M &= 492,4367. \end{aligned}$$

$t_1 = 6^s\!,4950$

$t = 0^s\!,6186$

$$\lambda = 35,3817$$

$$\sigma = 30,2526$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08145$$

$$\delta = 0,0000000797368.$$

Résumé des valeurs de δ pour la lame № 4.

	I.	II.	III.
	$l = 47,4712$	$l = 40,3168.$	$l = 36,5148$
Sans poids.	$\delta = 0,0000000767570$		
$p' = 0,68519$	$\delta = 0,0000000775624$		
$p' = 1,06441$	$\delta = 0,0000000772340$		
$p' = 1,81730$	$\delta = 0,0000000774315$		
$p' = 3,29696$	$\delta = 0,0000000781328$		
$p' = 4,05662$	$\delta = 0,0000000772400$	$\delta = 0,0000000788870$	
$p' = 6,25268$	$\delta = 0,0000000774791$	$\delta = 0,0000000790613$	
$p' = 9,29767$		$\delta = 0,0000000793355$	
$p' = 12,42837$			$\delta = 0,0000000797368$
	$\delta = 0,0000000774053$	$\delta = 0,0000000790946$	$\delta = 0,0000000797368$

Valeur moyenne : $\delta = 0,0000000787456$.

Il est à remarquer, que ces expériences ont été des premières, que j'aie faites, et lorsque je n'avais pas encore fait mettre les vis k', k', k' (voyez fig. 14), de sorte, que l'extrémité encastrée du barreau n'était pas suffisamment serrée à la sortie de l'étau, ce qui doit évidemment rendre les oscillations un peu plus lentes et la valeur de δ un peu trop forte.

Barreau № 3.

I) Longueur de la partie vibrante	47,3785.
Poids	2,99986.
Moment d'inertie	2244,620.
Moment de pesanteur	71,0645.

Le barreau oscille avec des poids :

$l' = 47,1316$

$p' = 9,29767$.

$$i' = 20653,600$$
$$q = 41,840$$
$$i = 2244,620$$
$$J = 22940,060.$$

$$m = 71,065$$
$$m' = 438,211$$
$$M = 509,276.$$

$t_1 = 8^s,3898$

$t = 0^s,70197$.

De là :

$$\lambda = 45,0445$$
$$\sigma = 38,8749$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07643$$
$$\delta = 0,0000000575450.$$

II) Longueur de la partie vibrante du barreau . . . . 40,578.
Poids . . . . 2,56928.
Moment d'inertie 1410,170
Moment de pesanteur . . . . 52,1281.

Le barreau oscille avec des poids:

$l' = 40,338$

$p' = 12,08711.$

$$
\begin{aligned}
i' &= 19667,600 \\
q &= 54,392 \\
i &= 1410,170 \\
\hline
J &= 21132,162. \\
m &= 52,1281 \\
m' &= 487,5700 \\
\hline
M &= 539,6981.
\end{aligned}
$$

$t_1 = 2'',9370$

$t = 0'',6375.$

De là:

$$\lambda = 39,1555$$
$$\sigma = 33,5661$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08006$$
$$\delta = 0,0000000574547.$$

III) Longueur de la partie vibrante (l) = 25,880
Poids (p). 1,6386
Moment d'inertie (i) 365,841
Moment de pesanteur (m). . . . 21,204.

La barre oscille avec des poids.

a) $l' = 25,640$

$p' = 15,81611.$

$i' = 10397{,}662$
$q = 95{,}494$
$i = 365{,}841$
$J = 10858{,}997.$

$m = 21{,}204$
$m' = 405{,}525$
$M = 426{,}729.$

$t_1 = 0''{,}6925$
$t = 0''{,}4195$

De là:

$\lambda = 25{,}4471$
$\sigma = 21{,}7780$
$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08096$
$\delta = 0{,}000000568511.$

b) $l' = 25{,}640$
$p' = 25{,}10903$

$i' = 16506{,}920$
$q = 254{,}230$
$i = 365{,}841$
$J = 17126{,}991$

$m = 21{,}204$
$m' = 643{,}795$
$M = 664{,}999$

$t_1 = 1''{,}2396$
$t = 0''{,}4885$

$$\lambda = 25,7549$$
$$\sigma = 22,1313$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07877$$
$$\delta = 0,0000000570257$$

Résumé des valeurs de δ pour la lame № 3.

Poids.	I.	II.	III.
	$l' = 47,3785$	$l = 40,578$	$l = 25,880$
9,29767	$\delta = 0,0000000575450$		
12,087		$\delta = 0,0000000574547$	
15,48409			$\delta = 0,0000000568511$
25,10903			$\delta = 0,0000000570257$
Moyennes:	$\delta = 0,0000000575450$	$\delta = 0,0000000574547$	$\delta = 0,0000000569384$

Valeur moyenne de $\delta = 0,0000000573127$.

BARREAU № 2.

I) Longueur de la partie vibrante. . . 48,209
Poids de la partie vibrante. . . . 1,52186
Moment d'inertie 1178,990
Moment de pesanteur 36,6836

Le barreau oscille sans poids.

$t_1 = 0^s,77917$ (1200 osc.)
$t = 0^s,48725$ (1000 osc.)

De là:

$$\lambda = 32,1393$$
$$\sigma = 30,5427$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,025805$$
$$\delta = 0,0000000719097.$$

II) Longueur de la partie vibrante. . . .	35,548
Poids	1,12218
Moment d'inertie	472,6830
Moment de pesanteur	19,9456.

a) *La barre oscille sans poids.*

$t_1 = 0^s,3550$ (2000 osc.)
$t = 0^s,2960$ (2000 osc.)

De là:

$$\lambda = 23,6987$$
$$\sigma = 22,5210$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,025813$$
$$\delta' = 0,0000000736615.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$l' = 35,304$
$p' = 1,06441$

$$i = 472,683$$
$$i' = 1326,651$$
$$q = 0,431$$
$$J = 1799,765$$

$$m = 19,9456$$
$$m' = 37,5779$$
$$M = 57,5235$$

1) Le poids est en haut:

Bar. = 30,60 à 13°,3 . . . Therm. 16°,4.

Élongation.	Instans des passages succéssifs.	Élongation.	Instans des passages successifs.	
40,0	(0) 5′ 33″,0	3,2	(800) 23′ 15″,0	
25,0	(100) 7′ 46″,0	2,8	(900) 25′ 28″,0	
17,0	(200) 9′ 59″,0	2,0	(1000) 27′ 40″,5	1300 osc. en 28′ 45″,5
12,0	(300) 12′ 11″,5	1,6	(1100) 29′ 53″,5	
9,0	(400) 14′ 24″,5	1,2	(1200) 32′ 6″,0	t_1 = 1″,3173
7,0	(500) 16′ 37″,0	1,0	(1300) 34′ 18″,5	
5,0	(600) 18′ 49″,5			
4,0	(700) 21′ 2″,5			

2) Le poids est en bas:

2000 osc. en 18′ 4″,5, entre les élongations 25,0 et 3,0.

$$t = 0'',54225.$$

De là:

$$\lambda = 31,2875$$
$$\sigma = 27,6493$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06376$$
$$\delta = 0,0000000740855.$$

c) $l' = 35,304$
$p' = 0,68519$

$$i = 472,683$$
$$i' = 854,002$$
$$q = 0,152$$
$$J = 1326,837$$

$$m = 19{,}9456$$
$$m' = 24{,}1899$$
$$M = 44{,}1355$$

1) Le poids est en haut. Barom. le même, Therm. 18°,1.

Élongation.	Passages.	
29,0	(0) 8′ 23″,0	
15,0	(200) 11′ 16″,5	1600 osc. en 23′ 9″,0
10,0	(400) 14′ 10″,0	
6,5	(600) 17′ 3″,5	$t_1 = 0'',868125$.
4,5	(800) 19′ 57″,5	
3,0	(1000) 22′ 51″,0	
2,3	(1200) 25′ 44″,5	
1,9	(1400) 28′ 38″,0	
1,2	(1600) 31′ 32″,0	

2) Le poids est en bas:

2000 osc. en 16′ 13″,5 entre les élongations 25,0 et 2,0.

$$t = 0{,}48675.$$

De là:

$$\lambda = 30{,}0628$$
$$\sigma = 27{,}0085$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05381$$
$$\delta = 0{,}0000000741180.$$

III) Longueur de la partie vibrante 25,7925
Poids 0,814215
Moment d'inertie 180,553
Moment de pesanteur. . . 10,5003.

La barre oscille avec des poids:

a) $l' = 75,5485$
$p' = 1,81730$

$$\begin{aligned} i &= 180,553 \\ i' &= 1208,964 \\ q &= 1,308 \\ \hline J &= 1390,825 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 10,5003 \\ m' &= 46,8727 \\ \hline M &= 57,3730. \end{aligned}$$

1) Le poids est en haut:

Bar. 30,73 à 13°,3. Therm 17°,0.

Élongation.	Passages consécutifs par le fil de la lunette.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
31,0	(0) 8′ 38″,5	4,0	(800) 19′ 45″,0	1,0	(1600) 30′ 51″,0
14,0	(200) 11′ 25″,0	2,8	(1000) 22′ 31″,5		1600 osc. en 22′ 12″,5
8,0	(400) 14′ 11″,5	2,0	(1200) 25′ 18″,0		$t_1 = 0,832812$
5,5	(600) 16′ 58″,5	1,3	(1400) 28′ 4″,5		

2) Le poids est en bas:

3000 osc. en 21′ 53″,5.

$t = 0'',437833.$

De là:

$$\begin{aligned} \lambda &= 24,2418 \\ \sigma &= 20,7536 \\ \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} &= 1,08078 \\ \delta &= 0,0000000749278. \end{aligned}$$

b) $l' = 25,5485$
$p' = 3,29696$

$$\begin{aligned} i &= 180,553 \\ i' &= 2193,312 \\ q &= 4,764 \\ \hline J &= 2378,629 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 10,5003 \\ m' &= 85,0368 \\ \hline M &= 95,5371. \end{aligned}$$

1) Le poids est en haut:

Bar. et Therm. comme auparavant.

Élongation.	Passages.	
25,0	(0) 32′ 31ˢ,5	150 osc. en 12′ 28ˢ,0
4,0	(50) 36′ 42ˢ,5	$t_1 = 4^s{,}98666$
1,2	(100) 40′ 52ˢ,0	
0,8	(150) 44′ 59ˢ,5	

2) Le poids est en bas:

3000 osc. en 25′ 45ˢ,5

$$t = 0^s{,}525167.$$

De là:

$$\begin{aligned} \lambda &= 24,8974 \\ \sigma &= 21,0153 \\ \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} &= 1,08845 \\ \delta &= 0,0000000751144. \end{aligned}$$

Résumé des valeurs de δ pour le barreau № 2.

Poids.	I.	II.	III.
	$l = 48,209$	$l = 35,548$	$l = 25,7925$
0,00000	$\delta = 0,0000000719097$	$\delta = 0,0000000736615$	
0,68519		$\delta = 0,0000000741180$	
1,06441		$\delta = 0,0000000740855$	
1,81730			$\delta = 0,0000000749278$
3,29696			$\delta = 0,0000000751144$
Moyennes:	$\delta = 0,0000000719097$	$\delta = 0,0000000739550$	$\delta = 0,0000000750211$
		$\delta = 0,0000000736286$	

Comme les valeurs de δ augmentent considérablement, lorsque la longueur de la partie vibrante de la barre diminue, j'ai pensé que cette valeur n'était peut-être pas exactement la même dans toute la longueur de la barre, et qu'elle augmantait vers l'extrémité, où le poids était fixé. Pour vérifier cette conjecture, j'ai retourné la barre, et après l'avoir fixée à l'extrémité, qui avait porté jusqu'alors le poids, j'ai attaché celui-là à l'extrémité, qui avait été j'usqu'à présent serrée dans l'étau. Voici les résultats de cette expérience.

Longueur de la partie vibrante de la barre	25,2975
Poids	0,798590
Moment d'inertie	170,356
Moment de pesanteur	10,1012.

a) $l' = 25,0555$
$p' = 1,81730.$

$$\begin{aligned} i &= 170,356 \\ i' &= 1140,861 \\ q &= 1,308 \\ \hline J &= 1312,525. \end{aligned}$$

$$m = 10{,}1012$$
$$m' = 45{,}5333$$
$$M = 55{,}6345.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30,0	(1) 11′ 35″,0	3,0	(800) 21′ 31″,0
	(200) 14′ 4″,0	2,2	(1000) 23′ 59″,5
7,5	(400) 16′ 33″,0	1,5	(1200) 26′ 28″,5
5,0	(600) 19′ 2″,0	1,0	(1400) 28′ 57″,0

1400 oscil. en 17′ 22″,0

$$t_1 = 0'',744286.$$

2) Le poids est en bas:

3000 oscil. en 21′ 8″,9.

$$t = 0'',4210.$$

De là:

$$\lambda = 23{,}5919$$
$$\sigma = 20{,}4176$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07493$$
$$\delta = 0{,}0000000742378.$$

b) $l' = 25{,}0555,$
$p' = 3{,}29696.$

$$i = 170{,}356$$
$$i' = 2069{,}760$$
$$q = 4{,}764$$
$$J = 2244{,}880.$$

$$m = 10,1012$$
$$m' = 82,6070$$
$$M = 92,7082.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30,0	(0) 8′ 14″,0	3,0	(300) 18′ 30″,5
15,0	(50) 9′ 57″,0	2,5	(350) 20′ 13″,0
9,5	(100) 11′ 40″,0	2,0	(400) 21′ 55″,5
6,8	(150) 13′ 23″,0	1,6	(450) 23′ 38″,0
5,0	(200) 15′ 5″,5	1,3	(500) 25′ 20″,5
4,0	(250) 16′ 48″,0	1,0	(550) 27′ 3″,0
550 osc. en 18′ 49″,0, $t_1 = 2,05273$.			

2) Le poids est en bas:

3000 oscillations en 24′ 55″,25.

$$t = 0'',498417.$$

De là:

$$\lambda = 24,2145$$
$$\sigma = 20,6803$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08208$$
$$\delta = 0,000000726792.$$

Moyenne entre les deux résultats:

$$\delta' = 0,0000000734585.$$

On voit donc, qu'effectivement la valeur de δ est plus grande pour une moitié du barreau que pour l'autre.

BARREAU № 1.

I) Longueur de la partie vibrante .	47,9775
Poids	1,58711
Moment d'inertie	1217,759
Moment de pesanteur	38,0728.

a) *La barre oscille sans poids.*

$t_1 = 0{,}^s6422$ (1600 oscil.),
$t = 0{,}^s4475$ (2000 oscil.).

De là :

$$\lambda = 31{,}9850$$
$$\sigma = 30{,}5040$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02399$$
$$\delta = 0{,}0000000566966.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$l' = 47{,}7365$,
$p' = 0{,}68519$.

$$i = 1217{,}759$$
$$i' = 1561{,}390$$
$$q = 0{,}154$$
$$J = 2779{,}303.$$

$$m = 38{,}0728$$
$$m' = 32{,}7086$$
$$M = 70{,}7814.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
65,0	(0) 5′ 57″,5	—	(700) — —
43,0	(100) 9′ 11″,5	4,5	(809) 31′ 50″,5
29,0	(200) 12′ 25″,5	—	(900) — —
20,0	(300) 15′ 40″,0	2,8	(1000) 38′ 9″,0
15,0	(400) 18′ 54″,0	—	(1100) — —
10,8	(500) 22′ 8″,0	1,6	(1200) 44′ 47″,0
8,0	(600) 25′ 22″,5	1,2	(1300) 48′ 1″,0
1300 osc. en 42′ 5″,5. $t_1 = 1,9427$.			

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
45,0	(0) 9′ 33″,0	5,0	(1400) 24′ 29″,5
32,0	(200) 11′ 41″,0	4,0	(1600) 26′ 37″,5
20,0	(400) 13′ 49″,5	3,0	(1800) 28′ 45″,5
14,0	(600) 15′ 57″,5	2,2	(2000) 30′ 54″,0
10,0	(800) 18′ 5″,5	1,8	(2200) 33′ 2″,0
7,2	(1000) 20′ 13″,5	1,5	(2400) 35′ 10″,0
6,0	(1200) 22′ 21″,5	1,0	(2600) 37′ 18″,0
2600 osc. en 27′ 45″,0. $t = 0″,64038$.			

De là:

$$\lambda = 39,2485$$
$$\sigma = 36,0789$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04300$$
$$\delta = 0,0000000566694.$$

II) Longueur de la partie vibrante	35,2125
Poids	1,16484
Moment d'inertie	481,437
Moment de pesanteur . . .	20,5085.

a) *La barre oscille sans poids:*

$$t_1 = 0^s{,}3015 \text{ (2000 oscil.)},$$
$$t = 0^s{,}2625 \text{ (1000 oscil.)}.$$

De là:

$$\lambda = 23{,}4750$$
$$\sigma = 22{,}3085$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02581$$
$$\delta = 0{,}0000000569449.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$l' = 34{,}9715$
$p' = 0{,}68519.$

$$i = 481{,}437$$
$$i' = 837{,}992$$
$$q = 0{,}154$$
$$J = 1319{,}583.$$

$$m = 20{,}5085$$
$$m' = 23{,}9621$$
$$M = 44{,}4706.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 8′ 55″,0	3,0	(1200) 21′ 58″,5
	(200) 11′ 5″,5		(1400) 24′ 9″,0
	(400) 13′ 16″,0	2,0	(1600) 26′ 19″,5
	(600) 15′ 26″,5	1,5	(1800) 28′ 30″,0
	(800) 17′ 37″,5	1,0	(2000) 30′ 40″,5
	(1000) 19′ 48″,0		
2000 osc. en 21′ 45″,5. $t_1 = 0,65275$.			

2) Le poids est en bas:

$$t = 0'',4360 \text{ (2000 oscil.)}$$

De là:

$$\lambda = 29,6732$$
$$\sigma = 26,8881$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05051$$
$$\delta = 0,0000000564496.$$

c) $l' = 34,9715$
$p' = 1,06441.$

$$i = 481,437$$
$$i' = 1301,780$$
$$q = 0,431$$
$$J = 1783,648.$$

$$m = 20,5085$$
$$m' = 37,2240$$
$$M = 57,7325.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation	Passages.	Élongation.	Passages.
44,0	(0) 3′ 6″,0	4,0	(1100) 20′ 35″,5
25,0	(200) 6′ 1″,0	3,0	(1400) 23′ 30″,0
15,5	(400) 8′ 56″,0	2,0	(1600) 26′ 25″,0
10,5	(600) 11′ 51″,0	1,5	(1800) 29′ 19″,5
7,5	(800) 14′ 45″,5	1,0	(2000) 32′ 14″,5
5,0	(1000) 17′ 40″,5		
2000 osc. en 29′ 8″,5. $t_1 = 0,87425$.			

2) Le poids est en bas:

$$t = 0^s,490667 \text{ (3000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 30,8951$$
$$\sigma = 27,5329$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05930$$
$$\delta = 0,0000000563338.$$

d) $l' = 34,9715$
$p' = 1,81730.$

$$i = 481,437$$
$$i' = 2222,570$$
$$q = 1,308$$
$$J = 2705,315.$$

$$m = 20,5085$$
$$m' = 63,5537$$
$$M = 84,0622.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
50,0	(0) 3′ 16″,0	4,5	(800) 25′ 45″,0
31,0	(100) 6′ 4″,5	3,5	(900) 28′ 33″,5
22,0	(200) 8′ 53″,0	3,0	(1000) 31′ 22″,0
16,0	(300) 11′ 42″,0	2,2	(1100) 34′ 11″,0
12,0	(400) 14′ 30″,5	2,0	(1200) 36′ 59″,5
9,0	(500) 17′ 19″,0	1,5	(1300) 39′ 48″,0
7,0	(600) 20′ 8″,0	1,1	(1400) 42′ 36″,5
5,5	(700) 22′ 56″,5		
1400 osc. en 39′ 20″,5. $t_1 = 1'',68607$.			

2) Le poids est en bas:

$$t = 0'',56467 \text{ (3000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 32,1823$$
$$\sigma = 28,1343$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06953.$$
$$\delta = 0,0000000563738.$$

III) Longueur de la partie vibrante 25,691
Poids 0,849867
Moment d'inertie 186,979
Moment de pesanteur . . . 10,9170

a) $l' =$ 25,450
$p' = 1'',06441.$

$$i = 186,979$$
$$i' = 689,421$$
$$q = 0,431$$
$$J = 876,831.$$

$$m = 10,9170$$
$$m' = 27,0892$$
$$M = 38,0062$$

$$t_1 = 0\overset{s}{,}4240 \text{ (2000 osc.)},$$
$$t = 0\overset{s}{,}3255 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 23,0707$$
$$\sigma = 20,2118$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06839.$$

$$\delta = 0,0000000563550.$$

b) $l' = 25,450$
$p' = 1,81730$

$$i = 186,979$$
$$i' = 1177,070$$
$$q = 1,308$$
$$J = 1365,357$$

$$m = 10,9170$$
$$m' = 46,2503$$
$$M = 57,1673.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.
31,0	(0) 5′ 13″,0
4,0	(1000) 15′ 10″,5
0,9	(2000) 25′ 8″,0
2000 osc. en 19′ 55″,0.	
$t_1 = 0,5975.$	

2) Le poids est en bas:

$$t = 0'',38975 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 23,8835$$
$$\sigma = 20,7139$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07378$$
$$\delta = 0,0000000561665.$$

c) $l' = 25,450,$
$p' = 3,29696,$

$$i = 186,979$$
$$i' = 2135,450$$
$$q = 4,764$$
$$J = 2327,193.$$

$$m = 10,9170$$
$$m' = 83,9076$$
$$M = 94,8246.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 7′ 53″,0	4,4	(700) 20′ 43″,5
25,0	(100) 9′ 43″,0	3,5	(800) 22′ 33″,5
17,0	(200) 11′ 33″,5	3,0	(900) 24′ 27″,5
12,0	(300) 13′ 23″,5	2,2	(1000) 26′ 13″,5
9,5	(400) 15′ 13″,5	2,0	(1100) 28′ 3″,0
7,0	(500) 17′ 3″,5	1,5	(1200) 29′ 53″,0
5,0	(600) 18′ 53″,5	1,0	(1300) 31′ 43″,0
1300 osc. en 23′ 50″,0. $t_1 = 1'',10000$.			

2) Le poids est en bas:

$$t = 0'',4685 \text{ (2000 osc.)},$$

De là:

$$\lambda = 24,5421$$
$$\sigma = 21,0052$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08092$$
$$\delta = 0,0000000562820.$$

d) $l' = 25,450$
$p' = 4,05662$

$$i = 186,979$$
$$i' = 2627,483$$
$$q = 8,113$$
$$J = 2822,575.$$

$$m = 10,9170$$
$$m' = 103,2410$$
$$M = 114,1580.$$

1) Le poids est enhaut :

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 4′ 6″5	3,5	(500) 18′ 15″0
19,0	(100) 6′ 56″5	2,5	(600) 21′ 4″5
11,5	(200) 9′ 46″5	1,8	(700) 23′ 53″5
7,5	(300) 12′ 36″0	1,4	(800) 26′ 42″5
5,5	(400) 15′ 25″5	1,0	(900) 29′ 32″0
900 osc. en 25′ 25″5. $t_1 = 1''6950$.			

2) Le poids est en bas :

$$t = 0''49583 \text{ (3000 osc.)}$$

De là :

$$\lambda = 24,7252$$
$$\sigma = 21,0618$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08348$$
$$\delta = 0,0000000562785.$$

Résumé des valeurs de δ trouvées par les expériences précédentes pour le barreau de cuivre jaune № 1.

Poids	I.	II.	III.
	$l = 47,8775$	$l = 35,2125$	$l = 25,691$
0,00000	$\delta = 0,0000000566966$	$\delta = 0,0000000569449$	
0,68519	$\delta = 0,0000000566694$	$\delta = 0,0000000564496$	
1,06441		$\delta = 0,0000000563338$	$\delta = 0,0000000563550$
1,81730		$\delta = 0,0000000563738$	$\delta = 0,0000000561665$
3,29696			$\delta = 0,0000000562820$
4,05662			$\delta = 0,0000000562785$
	$\delta = 0,0000000566830$	$\delta = 0,0000000565255$	$\delta = 0,0000000562706$

Si l'on rejette la première observation de la II-ième série, qui ne saurait donner une valeur exacte de δ, parce que la différence entre les valeurs des t_1 et de t est trop petite, on a pour $l = 35,2125$: $\delta = 0,0000000563857$ et pour la valeur moyenne, $\delta = 0,0000000564464$.

Maintenant, le barreau fut retourné et fixé dans son milieu, de sorte, que l'extrémité qui ne porte point de numéro, fut celle où le poids était attaché.

I) Longueur de la partie vibrante du barreau	25,732
Poids	0,851223
Moment de pesanteur	10,9518
Moment d'inertie	187,875.

a) $l' = 25,491$
$p' = 4,05662.$

$$i = 2635,955$$
$$i' = 187,875$$
$$q = 8,113$$
$$J = 2831,943$$

$$m = 10,9518$$
$$m' = 103,4073$$
$$M = 114,3591.$$

$$t = 1{,}^{s}7085 \text{ (1000 osc.)},$$
$$t_1 = 0{,}^{s}49675 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 24,7636$$
$$\sigma = 21,1162$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08293$$
$$\delta = 0,0000000561088.$$

b) $l' = 25,491$,
$p' = 3,29696$,

$$i = 2142,335$$
$$i' = 187,875$$
$$q = 4,764$$
$$J = 2334,974.$$

$$m = 10,9518$$
$$m' = 84,0428$$
$$M = 94,9946.$$

$$t = 1'',1030 \ (1400 \text{ osc.}),$$
$$t_1 = 0'',4690 \ (2000 \text{ osc.}).$$

De là:

$$\lambda = 24,5801$$
$$\sigma = 21,0347$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08099$$
$$\delta = 0,0000000561600.$$

c) $l' = 25,491$
$p' = 1,81730$

$$i = 1180,865$$
$$i' = 187,875$$
$$q = 1,308$$
$$J = 1370,048.$$

$$m = 10,9518$$
$$m' = 46,3248$$
$$M = 57,2766.$$

$$t_1 = 0^s{,}59925 \text{ (2000 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}3900 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 23{,}9204$$
$$\sigma = 20{,}6707$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07574$$
$$\delta = 0{,}0000000561378.$$

d) $l' = 25{,}491$

$p' = 1{,}06441.$

$$i' = 691{,}644$$
$$i = 187{,}875$$
$$q = 0{,}431$$
$$J = 879{,}950.$$

$$m = 10{,}9518$$
$$m' = 27{,}1329$$
$$M = 38{,}0847$$

$$t_1 = 0^s{,}42475 \text{ (2000 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}32625 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 23{,}1051$$
$$\sigma = 20{,}3363$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06590$$
$$\delta = 0{,}000000561774.$$

Résumé.

Longueur de la partie vibrante de la barre 25,732.

$\delta = 0,0000000561088$ . . . . pour $p' = 4,05662$

$\delta = 0,0000000561600$ . . . . pour $p' = 3,29696$

$\delta = 0,0000000561378$ . . . . pour $p' = 1,81730$

$\delta = 0,0000000561774$ . . . . pour $p' = 1,06441$.

Moyenne: $\delta = 0,0000000561460$.

On voit, que les deux extrémités de la barre donnent sensiblement la même valeur de δ.

La moyenne des deux valeurs, obtenues pour une longueur de 25 pouces environ, est:

$$\delta = 0,0000000562083.$$

Le même barreau fut encore fixé à une distance de 13,230 de la même extrémité, c'est à dire de celle, qui ne porte pas des numéro:

Longueur de la partie vibrante	13,230
Poids	0,43765
Moment d'inertie	25,5350
Moment de pesanteur	2,8951.

Le barreau oscille avec des poids.

a) $l' = 12,989$
$p' = 4,05662$

$i = 25,535$
$i' = 684,440$
$q = 8,113$
$J = 718,088.$

$m = 2,8951$
$m' = 52,6914$
$M = 55,5865.$

$t_1 = 0^s,2750$ (1000 osc.),
$t = 0^s,22075$ (2000 osc.);

$$\lambda = 12,9186$$
$$\sigma = 10,9701$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,09701$$
$$\delta = 0,0000000560952.$$

b) $l' = 12,989$
$p' = 6,25268.$

$$i = 25,535$$
$$i' = 1054,916$$
$$q = 18,050$$
$$J = 1098,501.$$

$$m = 2,8951$$
$$m' = 81,2161$$
$$M = 84,1112.$$

$t_1 = 0^s,3700,$
$t = 0^s,2650.$

De là:

$$\lambda = 13,0601$$
$$\sigma = 11,2957$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07527$$
$$\delta = 0,0000000556841.$$

c) $l' = 12,989$
$p' = 12,08711.$

$$i = 25,535$$
$$i' = 2039,270$$
$$q = 54,392$$
$$J = 2119,197.$$

$$m = 2,8951$$
$$m' = 156,9995$$
$$M = 159,8946.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
12,0	(0) 11′ 4″,5	2,0	(400) 15′ 41″,5
4,0	(200) 13′ 23″,0	1,0	(600) 18′ 00″,0
600 osc. en 6′ 55″,5. $t_1 = 0″,6925$.			

2) Le poids est en bas:

$$t = 0″,3350 \text{ (1000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 13,2537$$
$$\sigma = 11,4776$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07460.$$
$$\delta = 0,0000000556930.$$

Résumé.

Longueur de la partie vibrante 13,230.

Pour un poids de 4,05662 . . . $\delta = 0,0000000560952$

Pour un poids de 6,25268 . . . $\delta = 0,0000000556841$

Pour un poids de 12,08711 . . . $\delta = 0,0000000556930.$

Si l'on compare ces résultats avec les résultats, que nous avons obtenus avec de plus grandes longueurs, il paraît indubitable, que les plus petites longueurs donnent une valeur sensiblement plus petite de δ. Est-ce par ce que les durées n'ont pas été réduites au vide? ou la valeur de δ ne varie-t-elle pas d'un point à l'autre dans toute l'étendue de la lame? Le premier point peut être éclairci par l'expérience, et je me propose de me livrer prochainement à des recherches expérimentales sur cet objet; quant au second, il me semble que les expériences précédentes établissent suffisamment cette inégalité dans la structure des métaux, accompagnée d'une inégalité dans leur coëfficient d'élasticité. La barre № 1 donne une valeur de δ d'autant plus petite, que la longueur de la partie vibrante est moindre; le contraire a lieu pour la barre № 2; la barre № 3 a donnée la même valeur pour toute sa longueur; la barre № 4 enfin, n'a pas donné des valeurs assez exactes, pour décider d'une question aussi délicate.

Barreau № 7, 8 et 9.

Les barreaux 7, 8 et 9 ont été confectionnés du même alliage (2 parties de cuivre sur 1 partie de zinc); le № 7 est à l'état doux, tel qu'il est sorti du moule après avoir été fondu; le № 8 a été fortement martelé, et le № 9 a été fortement laminé. Ces barreaux sont donc tout-a fait propres à nous faire voir l'influence du travail sur le coëfficient d'élasticité.

Barreau № 7.

I) Longueur de la partie vibrante de la barre	47,827
Poids	3,0089
Moment d'inertie	2402,353
Moment de pesanteur	71,9540.

a) *La barre oscille sans poids:*

$t_1 = 0{,}^s2915$

$t = 0{,}^s2640$

De là:

$$\lambda = 31{,}8847$$
$$\sigma = 30{,}3702$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02463.$$
$$\delta = 0{,}000000061681.$$

La barre oscille avec des poids:

b) $l' = \quad 47{,}528$
$p' = 14{,}05662.$

$$i \;=\; 2402{,}253$$
$$i' \;=\; 9163{,}540$$
$$q \;=\; 8{,}113$$
$$J \;=\; 11574{,}006.$$

$$m \;=\; 71{,}9540$$
$$m' \;=\; 192{,}8030$$
$$M \;=\; 264{,}7570$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 6′ 14″,0	8,5	(400) 12′ 51″,0	2,2	(800) 19′ 27″,5
26,0	(100) 7′ 53″,5	6,0	(500) 14′ 30″,0	1,8	(900) 21′ 6″,5
15,5	(200) 9′ 33″,0	4,5	(600) 16′ 9″,5	1,1	(1000) 22′ 46″,0
11,0	(300) 21′ 12″,0	3,2	(700) 17′ 48″,5		
$t_1 = 0''{,}9920.$					

2) Le poids est en bas:

2000 osc. en 19′ 1″,5 entre les élongations 40 et 1.

$$t = 0''{,}57075.$$

De là :

$$\lambda = 43{,}7156$$
$$\sigma = 38{,}1475$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07050$$
$$\delta = 0{,}000000062357.$$

c) $l' = 47{,}528$
$p' = 6{,}25268$

$$i = 2402{,}353$$
$$i' = 14124{,}245$$
$$q = 18{,}050$$
$$J = 16544{,}648.$$

$$m = 71{,}954$$
$$m' = 297{,}177$$
$$M = 369{,}131$$

1) Le poids est en haut :

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 1′ 45″,0	4,0	(500) 15′ 10″,5
22,5	(100) 4′ 26″,0	3,0	(600) 17′ 51″,5
14,0	(200) 7′ 7″,5	2,0	(700) 10′ 32″,0
9,0	(300) 9′ 48″,5	1,3	(800) 23′ 13″,0
6,0	(400) 12′ 29″,5		
800 osc. en 21′ ″280, t_1 = 1″,6100.			

2) Le poids est en bas :

2000 osc. en 21′ 29″,5 entre les élongations 40 et 1,8.

$$t = 0{,}64475.$$

De là:

$$\lambda = 44,8205$$
$$\sigma = 38,7862$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0750$$
$$\delta = 0,000000062541.$$

II) Longueur de la partie vibrante. . .	25,920
Poids	1,63070
Moment d'inertie	365,193
Moment de pesanteur	21,1339.

a) $l' = 25,621$
$p' = 9,29767$

$$i = 365,193$$
$$i' = 6103,277$$
$$q = 41,840$$
$$J = 6510,310$$

$$m = 21,1339$$
$$m' = 238,2140$$
$$M = 259,3479.$$

$t_1 = 0'',4660$ (1000 osc. entre les élongations 16,0 et 0,2).
$t = 0'',3485$ (1000 osc. entre les élongations 11,0 et 1,0).

De là:

$$\lambda = 25,1026$$
$$\sigma = 21,5888$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07831$$
$$\delta = 0,000000061890.$$

b) $l' = 25,621$
$p' = 12,08711$

$$
\begin{aligned}
i &= 365,193 \\
i' &= 7934,412 \\
q &= 54,392 \\
\hline
J &= 8353,997.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m &= 21,134 \\
m' &= 309,684 \\
\hline
M &= 330,818.
\end{aligned}
$$

$t_1 = 0^s,5620$ (1000 osc. entre les élongations 10,0 et 0,1),
$t = 0^s,3840$ (1000 osc. entre les élongations 15,0 et 0,8).

De là :

$$\lambda = 25,2525$$
$$\sigma = 21,6683$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07954.$$
$$\delta = 0,000000061948.$$

c) $l' = 25,621$
$p' = 15,81611.$

$$
\begin{aligned}
i &= 365,193 \\
i' &= 10382,260 \\
q &= 95,494 \\
\hline
J &= 10842,947.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m &= 21,134 \\
m' &= 405,224 \\
\hline
M &= 426,358
\end{aligned}
$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.
15,0	(0) $8'\ 4^{s}0$
4,0	(200) $10'\ 25^{s}5$
1,5	(400) $12'\ 47^{s}0$
0,5	(600) $15'\ 8^{s}0$
0,2	(800) $17'\ 30^{s}0$
800 osc. en $9'\ 26^{s}0$	
$t_1 = 0^{s}70750$	

2) Le poids est en bas:

$$t = 0^{s}4230 \text{ (1000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 25,4315$$

$$\sigma = 21,8153$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07971$$

$$\delta = 0,0000000621523.$$

Résumé des valeurs de δ pour la barre de cuivre jaune № 7.

	I.	II.
	$l = 47,827$	$l = 25,920$
$p' = 0$	$\delta = 0,000000061681$	
$p' = 4,05662$	$\delta = 0,000000062357$	
$p' = 6,25268$	$\delta = 0,000000062541$	
$p' = 9,29767$		$\delta = 0,000000061890$
$p' = 12,08711$		$\delta = 0,000000061948$
$p' = 15,81611$		$\delta = 0,000000062152$
Moyenne:	$\delta = 0,000000062193$	$\delta = 0,000000061997$

Moyenne des toutes les expériences: $\delta = 0,000000062095$.

Barreau № 8.

I) Longueur de la partie vibrante de la barre . 47,831
Poids 3,11815
Moment d'inertie 2377,906
Moment de pesanteur . . . . 74,5721.

a) *La barre oscille sans poids:*

$t_1 = 0^s,2495$ (1000 osc.)
$t = 0^s,27225$ (1000 osc.)

De là:

$$\lambda = 31,8873$$
$$\sigma = 30,9740$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,01464$$
$$\delta = 0,0000000545223.$$

Le barreau oscille avec des poids:

b) $l' = 47,532$
$p' = 4,05662$

$$i' = 9165,096$$
$$i = 2377,906$$
$$q = 8,113$$
$$J = 11551,115.$$

$$m = 74,5721$$
$$m' = 192,8192$$
$$M = 267,3913.$$

1) Le poids est en haut :

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 25′ 25″5	4,0	(600) 34′ 6″0
25,0	(100) 26′ 52″5	3,0	(700) 35′ 32″5
16,5	(200) 28′ 19″5	2,0	(800) 36′ 59″5
11,5	(300) 29′ 46″0	1,5	(900) 38′ 26″0
8,0	(400) 31′ 12″5	1,0	(1000) 39′ 53″0
6,0	(500) 32′ 39″5		
1000 osc. en 14′ 27″15, $t_1 = 0''8675$.			

2) Le poids est en bas :

2000 osc. en 18′ 6″0 entre les élongations 30 et 0,5.

$$t = 0''5430.$$

De là :

$$\lambda = 43,1993$$
$$\sigma = 37,9779$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06653$$
$$\delta = 0,0000000545272.$$

c) $l' = 47,532$
$p' = 6,25268$

$$i = 2377,906$$
$$i' = 14126,620$$
$$q = 18,050$$
$$J = 16522,576.$$

$m = 74{,}5721$
$m' = 297{,}2024$
$M = 371{,}7745.$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
38,0	(0) 2′ 55″5	4,2	(500) 13′ 41″0
23,0	(100) 5′ 4″5	3,0	(600) 15′ 50″0
14,0	(200) 7′ 13″5	2,0	(700) 17′ 59″0
9,2	(300) 9′ 23″0	1,5	(800) 20′ 8″0
6,2	(400) 11′ 32″0	1,0	(900) 22′ 17″0
900 osc. en 19′ 21″5. $t_1 = 1{,}29055$.			

2) Le poids est en bas:

2000 osc. en 20′ 32″5 entre les élongations 30 et 1,0.

De là:

$$\lambda = 44{,}4425$$
$$\sigma = 38{,}5379$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}03095$$
$$\delta = 0{,}0000000544639.$$

II) Longueur de la partie vibrante . 25,568
Poids 1,666803
Moment d'inertie 363,209
Moment de pesanteur . . . . 21,0645.

La barre oscille avec des poids:

a) $l' = 25{,}269$
$p' = 12{,}08711.$

$$
\begin{aligned}
i' &= 7717{,}892\\
i &= 363{,}209\\
q &= 54{,}392\\
\hline
J &= 8135{,}493.
\end{aligned}
$$

$t_1 = 0^s{,}49925$ (1000 osc. entre les élongations 15,0 et 0,1).
$t = 0^s{,}36025$ (1000 osc. entre les mêmes élongations).

De là:

$$
\begin{aligned}
\lambda &= 24{,}9178\\
\sigma &= 21{,}2156\\
\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} &= 1{,}08386\\
\delta &= 0{,}0000000549500.
\end{aligned}
$$

b) $l' = 25{,}269$
$p' = 15{,}81611.$

$$
\begin{aligned}
i &= 363{,}209\\
i' &= 10098{,}942\\
q &= 95{,}494\\
\hline
J &= 10557{,}645.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m &= 25{,}0645\\
m' &= 399{,}6574\\
\hline
M &= 420{,}7219.
\end{aligned}
$$

$t_1 = 0^s{,}61156$ (800 osc. entre les élongations 25,0 et 0,3).
$t = 0^s{,}39750$ (1000 osc.).

De là:

$$\lambda = 25,0941$$
$$\sigma = 21,4329$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08205$$
$$\delta = 0,0000000546331.$$

Résumé des valeurs de δ pour la barre de cuivre jaune № 8.

	$l = 47,831$	$l = 25,568$
Poids = 0	$\delta = 0,0000000545223$	
= 4,05662	$\delta = 0,0000000545272$	
= 6,25268	$\delta = 0,0000000544639$	
= 12.08711		$\delta = 0,0000000549500$
= 15,81611		$\delta = 0,0000000546331$
Moyennes:	$\delta = 0,0000000545045$	$\delta = 0,0000000547916$

Moyenne des toutes ces observations:

$$\delta = 0,0000000546431.$$

Barreau № 9.

I) Longueur de la partie vibraute . 47,781
Poids 3,10518
Moment d'inertie 2363,065
Moment pesanteur. . . . 74,1843

a) *La barre oscille seule:*

$t_1 = 0",2800$ (1000 osc.).
$t = 0",2555$ (1000 osc.).

De là :

$$\lambda = 31,8540$$
$$\sigma = 30,5600$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02095$$
$$\delta' = 0,0000000581815.$$

b) ***La barre oscille avec des poids:***

$l' = 47,484$
$p' = 4,05662$

$$i = 2363,065$$
$$i' = 9146,584$$
$$q = 8,113$$
$$J = 11517,762.$$

$$m = 74,1843$$
$$m' = 192,6290$$
$$M = 266,8133$$

1) Le poids est en haut :

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
10,0	(0) 8′ 27″,0	3,2	(600) 17′ 31″,5
14,5	(200) 11′ 28″,5	1,8	(800) 20′ 32″,5
6,5	(400) 14′ 30″,0	1,0	(1000) 23′ 34″,0
1000 osc. en 15′ 7″,0. $t_1 = 0″,9070$.			

2) Le poids est en bas :

2000 osc. en 18′ 25″,5 entre les élongations 30,0 et 0,5.

$$t = 0″,55275.$$

De là:

$$\lambda = 43,1673$$
$$\sigma = 38,0772$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06475$$
$$\delta = 0,0000000574566.$$

c) $l' = 47,484$

$p' = 6,25268.$

$$i = 2363,065$$
$$i' = 14098,110$$
$$q = 18,050$$
$$J = 16479,225.$$

$$m = 74,1843$$
$$m' = 296,9023$$
$$M = 371,0866.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 35′ 50″,0	4,2	(400) 45′ 4″,0
20,0	(100) 38′ 8″,5	3,0	(500) 47′ 22″,0
11,0	(200) 40′ 27″,0	2,0	(600) 49′ 40″,0
7,0	(300) 42′ 45″,5	1,2	(700) 51′ 58″,5
700 osc. en 16′ 18″,5. $t_1 = 1'',3836$.			

De là:

$$\lambda = 44,4080$$
$$\sigma = 38,6411$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07203$$
$$\delta = 0,0000000574235.$$

II) Longueur de la partie vibrante	25,603
Poids	1,66388
Moment d'inertie	363,566
Moment de pesanteur . . .	21,3002.

a) $l' = 25,306$

$p' = 12,08711.$

$$i = 363,566$$
$$i' = 7740,520$$
$$q = 54,392$$
$$J = 8158,468.$$

$$m = 21,3002$$
$$m' = 305,8764$$
$$M = 372,1766.$$

$t_1 = 0^s,5120$ (1000 osc. entre les élongations 12,0 et 0,6),

$t = 0^s,3650$ (1000 osc. entre les élongations 21,0 et 0,2).

De là:

$$\lambda = 24,9360$$
$$\sigma = 21,2222$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08397.$$
$$\delta = 0,0000000566793.$$

b) $l' = 25,306$

$p' = 15,81611.$

$$i = 363,566$$
$$i' = 10128,540$$
$$q = 95,494$$
$$J = 10587,600.$$

$$m = 21{,}3002$$
$$m' = 400{,}2425$$
$$M = 421{,}5427.$$

$t_1 = 0\overset{s}{,}6315$ (1000 osc. entre les élongations 22,0 et 0,2).
$t = 0\overset{s}{,}4030$ (1000 osc. entre les élongations 13,0 et 0,4).

De là:

$$\lambda = 25{,}1163$$
$$\sigma = 21{,}4416$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08231$$
$$\partial = 0{,}0000000565401.$$

Les deux dernières expériences se rapportent à la moitié de la barre, dont l'extrémité est marquée de № 9; comme cette moitié nous a donné une valeur de ∂ un peu différente de celle qui a été trouvée pour toute la barre (à l'exception du bout encastré), j'ai encore fait les deux expériences suivantes, après avoir retourné la barre, de sorte, que c'était la moitié non marquée du № 9, qui oscillait. J'ai pensé, que je trouverai pour cette moitié une valeur de ∂ d'autant plus grande, que la valeur de ∂ trouvée par nos deux dernières expériences, qui se rapportent à la première moitié de la barre, est plus petite que la valeur de ∂ trouvée par les expériences I, pour la barre dans toute sa longueur; j'espérais pouvoir prouver de sorte que la différence entre les deux valeurs tient à une différence de la constitution moléculaire des deux moitiés de la barre, produit peut-être par une lamination inégale: mais les expériences suivantes ne confirment pas ma conjecture, et il faut croire, qu'il y a quelque autre raison pour cette différence.

III) Longueur de la partie vibrante de la barre	25,847
Poids	1,67974
Moment d'inertie	374,059
Moment de pesanteur	21,7081.

a) $l' = 25,548$,
$p' = 12,08711$.

$$\begin{aligned} i &= 374,059 \\ i' &= 7889,260 \\ q &= 54,392 \\ \hline J &= 8317,711. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 21,7081 \\ m' &= 308,8015 \\ \hline M &= 330,5096. \end{aligned}$$

$$t_1 = 0\overset{s}{,}5234375 \text{ (800 osc.)},$$
$$t = 0\overset{s}{,}3700 \text{ (1000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 25,1663$$
$$\sigma = 21,4347$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08356$$
$$\delta = 0,0000000569057.$$

b) $l' = 25,548$,
$p' = 15,81611$.

$$\begin{aligned} i &= 374,059 \\ i' &= 10323,180 \\ q &= 95,494 \\ \hline J &= 10792,733. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 21,7081 \\ m' &= 404,0700 \\ \hline M &= 425,7781. \end{aligned}$$

$t_1 = 0{,}^s6478125$ (800 osc.),
$t = 0{,}^s40775$ (1000 osc.).

De là:

$$\lambda = 25{,}3482$$
$$\sigma = 21{,}5704$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08404$$
$$\delta = 0{,}0000000568240.$$

Résumé des valeurs de δ pour la barre de cuivre jaune № 9.

Poids	I.	II.	III.
	$l = 47{,}781$	$l = 25{,}603$ 1re moitié de la barre.	$l = 25{,}847$ 2me moitié de la barre.
0	$\delta = 0{,}0000000581815$		
4,05662	$\delta = 0{,}0000000574566$		
6,25268	$\delta = 0{,}0000000574235$		
12,08711		$\delta = 0{,}0000000566793$	$\delta = 0{,}0000000569057$
15,81611		$\delta = 0{,}0000000565401$	$\delta = 0{,}0000000568240$
Moyenne:	$\delta = 0{,}0000000574401$ (*)	$\delta = 0{,}0000000566097$	$\delta = 0{,}0000000568649$

Moyenne totale: $\delta = 0{,}0000000569716$.

Ces expériences avec les barres № 7, 8 et 9 nous apprennent, que l'élasticité des métaux change considérablement avec leur constitution moléculaire, leur composition chimique restant toujours la même.

(*) On a exclu la première valeur de δ dans le calcul de cette moyenne, parceque les résultats des expériences faites sans poids présentent beaucoup moins de certitude, lorsque les durées des oscillations dans les deux positions diffèrent très peu.

BARREAU № 5.

I) Longueur de la partie vibrante . 48,935
Poids 2,98008
Moment d'inertie 2378,737
Moment de pesanteur . . . . 72,9152.

a) *La barre oscille sans poids:*

$t_1 = 0^s,31125$ (1000 osc.),
$t = 0^s,27893$ (1400 osc.).

De là:

$$\lambda = 32,6233$$
$$\sigma = 30,9551$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02659$$
$$\delta = 0,0000000595183.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$l' = 48,684$
$p' = 4,05662.$

$$i = 2378,737$$
$$i' = 9614,727$$
$$q = 8,113$$
$$J = 12001,577.$$

$$m = 72,9152$$
$$m' = 197,4925$$
$$M = 270,4077.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 24′ 27″,5	5,0	(600) 35′ 51″,0
25,0	(100) 26′ 21″,5	3,5	(700) 37′ 45″,0
17,5	(200) 28′ 15″,5	2,7	(800) 39′ 39″,0
12,2	(300) 30′ 9″,5	—	(900) — —
9,0	(400) 32′ 3″,5	1,4	(1000) 43′ 27″,0
6,5	(500) 33′ 57″,5		
1000 osc. en 18′ 59″,5. $t_1 = 1'',1395$.			

2) Le poids est en bas:

$t = 0'',599806$ (2000 osc. entre les élongations 40 et 1,1).

De là:

$$\lambda = 44,3832$$
$$\sigma = 38,9859$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06698$$
$$\delta = 0,0000000588352.$$

$l' = 48,684,$
$p' = 6,25268.$

$$\begin{aligned} i &= 2378,737 \\ i' &= 14819,682 \\ q &= 18,050 \\ \hline J &= 17216,469. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 72,915 \\ m' &= 304,400 \\ \hline M &= 377,315. \end{aligned}$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 9′ 57″,0	5,0	(400) 24′ 10″,0
21,5	(100) 13′ 30″,0	3,0	(500) 27′ 43″,0
12.8	(200) 17′ 3″,0	2,0	(600) 31′ 16″,0
8,0	(300) 20′ 36″,0	1,4	(700) 34′ 49″,0
700 osc. en 24′ 52″,0. $t_1 = 2'',13143$.			

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.
40,0	(0) 47′ 56″,0
9,0	(1000) 59′ 10″,0
2,5	(2000) 10′ 24″,5
2000 osc. en 22′ 28″,5. $t = 0,67425$.	

De là:

$$\lambda = 45,6290$$
$$\sigma = 39,5744$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07377$$
$$\partial = 0,0000000588957.$$

Si l'on rejette la valeur de ∂ déterminée sans poids, comme étant trop incertaine, on a les valeurs suivantes de ∂ pour la barre de cuivre jaune № 5.

$\delta = 0,0000000588352$

$\delta = 0,0000000588957$

Moyenne: $\delta = 0,0000000588655$.

Barreau № 6.

I) Longueur de la partie vibrante. . . .	48,933
Poids	1,52058
Moment d'inertie	1213,640
Moment de pesanteur	37,2031.

a) *La barre oscille sans poids.*

$t_1 = 0{,}^s75275$ (1000 osc.),

$t = 0{,}^s48350$ (1000 osc.).

De là:

$$\lambda = 32,6220$$
$$\sigma = 31,1755$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02294.$$
$$\delta = 0,0000000553820.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$l' = 48,693$

$p' = 0,68519.$

$$i = 1213,640$$
$$i' = 1624,590$$
$$q = 0,152$$
$$J = 2838,382.$$

$$m = 37,2031$$
$$m' = 33,3639$$
$$M = 70,5670.$$

1) Le poids est en haut:

$$t_1 = 15\overset{s}{.}0.$$

La barre oscille très lentement et s'arrête après deux ou trois oscillations, de sorte qu'il est impossible d'en déterminer exactement la durée.

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30,0	(0) 3′ 25″,0	3,5	(1000) 14′ 50″,0
19,0	(200) 5′ 42″,0	2,5	(1200) 17′ 6″,5
12,0	(400) 7′ 59″,0	1,6	(1400) 19′ 23″,5
8,0	(600) 10′ 16″,0	1,0	(1600) 21′ 40″,5
5,0	(800) 12′ 33″,0		

1600 osc. en 18′ 15″,5, $t_1 = 0\overset{s}{,}6847$.

De là:

$$\lambda = 40{,}2225$$
$$\sigma = 36{,}8033$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}04542$$
$$\delta = 0{,}0000000554861.$$

II) Longueur de la partie oscillante de la barre 38,4415
Poids 1,19455
Moment d'inertie 588,418
Moment de pesanteur . . . . 22,9603.

a) ***La barre oscille sans poids:***

$$t_1 = 0\overset{s}{,}40025 \text{ (2000 osc.)},$$
$$t = 0\overset{s}{,}32250 \text{ (2000 osc.)};$$

De là:

$$\lambda = 25,6277$$
$$\sigma = 23,2282$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05038.$$
$$\delta = 0,0000000568941.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$$l' = 38,2015$$
$$p' = 1,06441.$$

$$i = 588,418$$
$$i' = 1553,352$$
$$q = 0,431$$
$$J = 2142,201.$$

$$m = 22,9603$$
$$m' = 40,6621$$
$$M = 63,6224.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 18′ 44″,0	5,0	(800) 39′ 7″,5
28,5	(100) 21′ 17″,0	4,1	(900) 41′ 40″,0
21,5	(200) 23′ 50″,0	3,5	(1000) 44′ 13″,0
16,0	(300) 26′ 23″,0	3,0	(1100) 46′ 45″,5
12,5	(400) 28′ 56″,0	2,1	(1200) 49′ 18″,5
10,0	(500) 31′ 28″,5	2,0	(1300) 51′ 51″,5
8,0	(600) 34′ 1″,5	1,5	(1400) 54′ 24″,0
6,4	(700) 36′ 34″,5	1,1	(1500) 56′ 57″,0
1500 osc. en 38′ 13″,0. $t_1 = 1'',52867$.			

1) Le poids est en haut:

$$t = 0'57275 \text{ (2000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 33,6706$$
$$\sigma = 29,9103$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08100$$
$$\delta = 0,0000000545609.$$

Nous avons pour la barre de cuivre jaune № 6.

$$\delta = 0,0000000553820$$
$$\delta = 0,0000000554861$$
$$\delta = 0,0000000568941$$
$$\delta = 0,0000000545609$$

Moyenne: $\delta = 0,0000000555808.$

Voici maintenant le résumé general de toutes les observations, qui se rapportent aux différentes espèces de cuivre jaune:

				Pesanteur spéc.		Épaisseur lignes.
Cuivre jaune fondu	№ 2.	713262	$\delta = 0,0000000736286$	8,2169	8,2645	1.
	№ 4.		$\delta = 0,0000000782550$	8,2676		2.
	№ 7.		$\delta = 0,0000000620950$	8,3089		2.
Cuivre jaune laminé dur:	№ 5.	571393	$\delta = 0,0000000588655$	8,4465	8,5047	2.
	№ 6.		$\delta = 0,0000000555808$	8,4930		1.
	№ 9.		$\delta = 0,0000000569716$	8,5746		2.
Cuivre jaune martelé	№ 1.	564138	$\delta = 0,0000000563857$	8,5600	8,5541	1.
	№ 3.		$\delta = 0,0000000573127$	8,4978		2.
	№ 8.		$\delta = 0,0000000546431$	8,6045		2.

ACIER.

Les lames d'acier, qui ont été soumises à l'expérience, sont:

№ 5.	Acier doux, laminé. . . .	Pes. spec. 7,835.
№ 6.	Acier fondu, doux	Pes. spec. 7,833.
№ 7.	Acier fondu, doux . . .	Pes. spec. 7,842,
№ 14.	Acier forgé anglais. . . .	Pes. spec. 7,835,
№ 15.	Acier forgé anglais. . . .	Pes. spec. 7,832.

Barreau d'acier № 5 laminé et doux.

Longueur totale du barreau (L)	52,3700,
Largeur (a)	0,998854,
Épaisseur (b)	0,102080,
Poids du barreau dans l'air (P) . . .	1,67123,
Poids d'un pouce.	0,0319120,
Poids du barreau dans l'eau de 14°,8 R.	1,45823,
Pesanteur spécifique (*).	7,8348,

I) Longueur de la partie vibrante du barreau	47,8845
Poids de cette partie (p)	1,52809
Moment d'inertie de cette partie (i) . .	1167,930
Moment de pesanteur de cette partie (m) .	36,5859.

A) *Le barreau oscille sans poids:*

$t_1 = 0",3740$ (déduite de 1000 osc.),
$t = 0",3210$ (déduite de 1000 osc.).

(*) Rapporté à de l'eau de 13°$\frac{1}{3}$ R.

De là:

$$\lambda = 31{,}9230$$
$$\sigma = 30{,}6530$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}020505$$
$$\delta = 0{,}0000000300488.$$

B) *Le barreau oscille avec des poids.*

Poids fixé à l'extrémité libre du barreau (p') . . .	1,81730
Distance du centre de gravité de ce poids au point fixe (l').	47,6436
Moment d'inertie du poids (i')	4125,112
Moment d'inertie propre du poids (q)	1,308
Moment d'inertie du barreau (i).	1167,930
Moment d'inertie total (J)	5294,350
Moment de pesanteur du barreau (m)	36,5859
Moment de pesanteur du poids (m')	86,5827
Moment total (M)	123,1686.

$$t_1 = 1^s{,}5450 \text{ (400 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}6351 \text{ (2400 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 42{,}9846$$
$$\sigma = 38{,}0235$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06324$$
$$\delta = 0{,}000000029818.$$

b) $l' = 1{,}06441$
$p' = 47{,}6436.$

$$
\begin{aligned}
i' &= 2416{,}118 \\
i &= 1167{,}930 \\
q &= \quad 0{,}431 \\
\hline
J &= 3584{,}479.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m &= 36{,}5859 \\
m' &= 50{,}7123 \\
\hline
M &= 87{,}2982.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
t_1 &= 0^s{,}9267 \text{ (600 osc.)}, \\
t &= 0^s{,}5525 \text{ (1582 osc.)}.
\end{aligned}
$$

De là :

$$
\begin{aligned}
\lambda &= 41{,}0602 \\
\sigma &= 37{,}1016 \\
\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} &= 1{,}051995 \\
\delta &= 0{,}000000029774.
\end{aligned}
$$

c) $l' = 0{,}68519$
$p' = 47{,}6436.$

$$
\begin{aligned}
i' &= 1555{,}321 \\
q &= \quad 0{,}152 \\
i &= 1167{,}930 \\
\hline
J &= 2723{,}403.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m &= 36{,}5859 \\
m' &= 32{,}6449 \\
\hline
M &= 69{,}2308.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
t_1 &= 0^s{,}7200 \text{ (700 osc.)}, \\
t &= 0^s{,}4942 \text{ (1540 osc.)}.
\end{aligned}
$$

De là:

$$\lambda = 39{,}3380$$
$$\sigma = 36{,}1774$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}04277$$
$$\delta = 0{,}000000029889.$$

II) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 44,6300
Poids de cette partie (p) 1,42423
Moment d'inertie (i) 945,612
Moment de pesanteur (m). . . . . . . 31,7817.

Le barreau oscille avec des poids:

a) $l' = 0{,}68519$
$p' = 44{,}3891$

$$i' = 1350{,}093$$
$$q = 0{,}152$$
$$i = 945{,}612$$
$$J = 2295{,}857.$$

$$m = 31{,}7817$$
$$m' = 30{,}4150$$
$$M = 62{,}1967.$$

$t_1 = 0^s{,}6139$ (900 osc.),
$t = 0^s{,}4491$ (1550 osc.).

De là:

$$\lambda = 36{,}9128$$
$$\sigma = 33{,}9916$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}042085$$
$$\delta = 0{,}000000029882.$$

b) $p' = 1{,}06441$
$l' = 44{,}3891.$

$$i' = 2097{,}306$$
$$q = 0{,}431$$
$$i = 945{,}612$$
$$J = 3043{,}349.$$

$$m = 31{,}7817$$
$$m' = 47{,}2482$$
$$M = 79{,}0299.$$

$$t_1 = 0^s{,}7770 \text{ (1000 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}5054 \text{ (2056 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 38{,}5088$$
$$\sigma = 34{,}6849$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05368.$$
$$\delta = 0{,}000000029845.$$

c) $p' = 1{,}81730$
$l' = 44{,}3891.$

$$i' = 3580{,}795$$
$$q = 1{,}308$$
$$i = 945{,}612$$
$$J = 4527{,}715.$$

$$m = 31{,}7817$$
$$m' = 80{,}6683$$
$$M = 112{,}4500.$$

$t_1 = 1^s,1873,$
$t = 0^s,5857.$

De là:

$$\lambda = 40,2642$$
$$\sigma = 35,5170$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06474$$
$$\delta = 0,000000029805.$$

III) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 43,5038
Poids de cette partie 1,38829
Moment d'inertie (i). 875,8174
Moment de pesanteur (m) . . . . . . 30,1980.

Le barreau oscille avec des poids:

a) $p' = 3,29696$
$l' = 43,2629.$

$$i' = 6170,850$$
$$q = 4,764$$
$$i = 875,817$$
$$J = 7051,431.$$

$$m = 30,1980$$
$$m' = 142,6360$$
$$M = 172,8340.$$

$t_1 = 4^s,7500$ (44 osc.),
$t = 0^s,6653$ (2036 osc.).

De là:

$$\lambda = 40,7989$$
$$\sigma = 35,3688$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07402$$
$$\delta = 0,0000000029976.$$

b) $p' = 1,81730$
$l' = 43,2629.$

$$i' = 3401,400$$
$$q = 1,308$$
$$i = 875,817$$
$$J = 4278,525.$$

$$m = 30,1980$$
$$m' = 78,6216$$
$$M = 108,8196.$$

$$t_1 = 1'',0990 \text{ (700 osc.)},$$
$$t = 0'',5693 \text{ (2050 osc.)}.$$

De là :

$$\lambda = 39,3176$$
$$\sigma = 34,7020$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06443$$
$$\delta = 0,000000029907.$$

c) $p' = 1,06441$
$l' = 43,2629.$

$$i' = 1992,233$$
$$q = 0,431$$
$$i = 875,817$$
$$J = 2868,481.$$

$$m = 30,1980$$
$$m' = 46,0494$$
$$M = 76,2474.$$

$$t_1 = 0'',7342 \text{ (800 osc.)},$$
$$t = 0'',4900 \text{ (1548 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 37,6207$$
$$\sigma = 33,9159$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05320$$
$$\delta = 0,000000029986.$$

IV) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 38,2360
Poids de cette partie (p) 1,22019
Moment d'inertie (i) 594,634
Moment de pesanteur (m). . . . . . . 23,3275.

Le barreau oscille avec des poids:

a) $p' = 4,05662$
$l' = 37,9951.$

$$i' = 5856,246$$
$$q = 8,113$$
$$i = 594,634$$
$$J = 6458,993.$$

$$m = 23,3275$$
$$m' = 154,1316$$
$$M = 177,4591.$$

$t_1 = 2'',4045$ (200 osc.),
$t = 0'',6108$ (2066 osc.).

$$\lambda = 36,3971$$
$$\sigma = 31,2427$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07934$$
$$\delta = 0,000000029762.$$

b) $p' = 3{,}29697$

$l' = 37{,}9951.$

$$\begin{aligned} i' &= 4759{,}580 \\ q &= 4{,}764 \\ i &= 594{,}634 \\ \hline J &= 5358{,}979. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 23{,}3275 \\ m' &= 125{,}2684 \\ \hline M &= 148{,}5959. \end{aligned}$$

$t_1 = 1''{,}4509$ (600 osc.),

$t = 0''{,}5780$ (2038 osc.).

De là:

$$\lambda = 36{,}0641$$

$$\sigma = 31{,}1090$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07670$$

$$\delta = 0{,}000000029711.$$

c) $p' = 1{,}81730,$

$l' = 37{,}9951.$

$$\begin{aligned} i' &= 2623{,}503 \\ q &= 1{,}308 \\ i &= 594{,}634 \\ \hline J &= 3219{,}445. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 23{,}3275 \\ m' &= 69{,}0484 \\ \hline M &= 92{,}3759. \end{aligned}$$

$t_1 = 0''{,}7728$ (1000 osc.),

$t = 0''{,}4855$ (1554 osc.).

De là:

$$\lambda = 34,8516$$
$$\sigma = 30,5032$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06887$$
$$\delta = 0,000000029780.$$

V) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 32,6123
Poids de cette partie (p) 1,04073
Moment d'inertie (i) 368,961
Moment de pesanteur (m). . . . . . . 16,9703.

Le barreau oscille avec des poids:

a) $p' = 6,25268,$
$l' = 32,3714.$

$$i' = 6552,230$$
$$q = 18,050$$
$$i = 368,961$$
$$J = 6939,241.$$

$$m = 16,9703$$
$$m' = 202,4080$$
$$M = 219,3783.$$

$t_1 = 3^s,6000$ (100 osc.).
$t = 0^s,5738$ (2046 osc.).

De là:

$$\lambda = 31,6314$$
$$\sigma = 26,4654$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,09325$$
$$\delta = 0,000000029580.$$

b) $p' = 3,29696$
$l' = 32,3714$

$$\begin{aligned} i' &= 3454,910 \\ q &= 4,764 \\ i &= 368,961 \\ \hline J &= 3828,635. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 106,7271 \\ m' &= 16,9703 \\ \hline M &= 123,6974. \end{aligned}$$

$t_1 = 0^s,8560$ (1000 osc.),
$t = 0^s,4821$ (2044 osc.);

De là:

$$\lambda = 30,9520$$
$$\sigma = 26,6662$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07736$$
$$\delta = 0,000000029673.$$

c) $p' = 4,05662$
$l' = 32,3714.$

$$\begin{aligned} i' &= 4250,963 \\ q &= 8,113 \\ i &= 368,961 \\ \hline J &= 4628,037. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m' &= 131,3180 \\ m &= 16,9703 \\ \hline M &= 148,2883. \end{aligned}$$

$t_1 = 1\text{'}{,}0758$ (600 osc.),
$t = 0\text{'}{,}5135$ (700 osc.).

De là:

$$\lambda = 31{,}2098$$
$$\sigma = 26{,}7517$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08011$$
$$\delta = 0{,}000000029704.$$

VI) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 26,82856
Poids de cette partie (p) 0,856152
Moment d'inertie (i). 205,4114
Moment de pesanteur (m) . . . . . . 11,4847.

Le barreau oscille avec des poids:

a) $p' = 4{,}05662$
$l' = 26{,}58763.$

$$i' = 2867{,}631$$
$$q = 8{,}113$$
$$i = 205{,}411$$
$$J = 3081{,}155.$$

$$m = 11{,}4847$$
$$m' = 107{,}8560$$
$$M = 119{,}3407.$$

$t_1 = 0\text{'}{,}6376$ (1000 osc.),
$t = 0\text{'}{,}4085$ (1000 osc.).

De là:

$$\lambda = 25{,}8181$$
$$\sigma = 22{,}1750$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07902.$$
$$\delta = 0{,}000000029683.$$

b) $p' = 6,25268$
$l' = 26,58763$

$$i' = 4420,031$$
$$q = 18,050$$
$$i = 205,411$$
$$J = 4643,492.$$

$$m = 11,4847$$
$$m' = 166,2440$$
$$M = 177,7287.$$

$$t_1 = 0'',9900 \text{ (500 osc.)},$$
$$t = 0'',4696 \text{ (2038 osc.)}.$$

De là :

$$\lambda = 26,1269$$
$$\sigma = 22,2914$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08262$$
$$\partial = 0,000000029714.$$

c) $l' = 26,58763$
$p' = 9,29767.$

$$i' = 6572,500$$
$$q = 41,840$$
$$i = 205,411$$
$$J = 6819,751.$$

$$m = 11,4847$$
$$m' = 247,2011$$
$$M = 258,6858.$$

$$t_1 = 2'',8800 \text{ (140 osc.)},$$
$$t = 0'',5263 \text{ (2046 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 26,3630$$

$$\sigma = 22.4491$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08367$$

$$\delta = 0,000000029883.$$

Résumé des valeurs de δ tirées des expériences précédentes.

Lame № 5.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
	$l = 47.88$	$l = 49,63$	$l = 43,50$	$l = 38,24$	$l = 32,61$	$l = 26,83$
Sans poids.	$\delta = 0,000000030049$	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . .
Poids = 0,68519	$\delta = 0,000000029889$	$\delta = 0,000000029882$	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .
= 1,06441	$\delta = 0,000000029774$	$\delta = 0,000000029845$	$\delta = 0,000000029986$	. . . . . .	. . . . . .	. . . . .
= 1,81730	$\delta = 0,000000029818$	$\delta = 0,000000029805$	$\delta = 0,000000029907$	$\delta = 0,000000029780$	. . . . . .	. . . . . .
= 3,29696	. . . . . .	. . . . . .	$\delta = 0,000000029976$	$\delta = 0,000000029711$	$\delta = 0,000000029673$	. . . . . .
= 4,05662	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	$\delta = 0,000000029762$	$\delta = 0,000000029704$	$\delta = 0,000000029688$
= 6,25268	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	$\delta = 0,000000029580$	$\delta = 0,000000029714$
= 9.29767	. . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	$\delta = 0,000000029883$
Moyennes:	$\delta = 0,000000029827$	$\delta = 0,000000029844$	$\delta = 0,000000029956$	$\delta = 0,000000029718$	$\delta = 0,000000029652$	$\delta = 0,000000029763$
	$\delta = 0,000000029793.$					

Dans les expériences précédentes, le barreau ne me paraît pas avoir été serré assez près du point, où il sort de l'étau, et à partir duquel on compte la longueur de la partie vibrante: ce qui fait, que cette longueur était peut être réellement plus grande, qu'on ne l'a supposé, et que les valeurs de δ ainsi trouvées sont réellement un peu trop grandes.

Je me suis donc décidé à supprimer la vis k, fig. 14, et à la remplacer par trois autres vis k', k', k', (fig. 14 bis), qui sont placées tout près du bord, et qui serrent le barreau juste à la sortie de l'étau. Les expériences suivantes ont été faites avec l'appareil ainsi modifié et avec le même barreau d'acier № 5.

I) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 49,5204
Poids de cette partie. 1,58051
Moment d'inertie (i) 1291,943
Moment de pesanteur. . . . . 39,1337.

A) *Le barreau oscille sans poids:*

$$t_1 = 0^s{,}4018,$$
$$t = 0^s{,}3398.$$

De là:

$$\lambda = 33{,}0136$$
$$\sigma = 31{,}7604$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}01954$$
$$\delta = 0{,}0000000297640.$$

B) *Le barreau oscille avec un poids:*

$l' = 49{,}2795$
$p' = 1{,}81730$

$$i' = 4413{,}260$$
$$q = 1{,}308$$
$$i = 1291{,}943$$
$$J = 5706{,}511.$$
$$m = 39{,}1337$$
$$m' = 89{,}5557$$
$$M = 128{,}6894.$$
$$t_1 = 1^s{,}78583,$$
$$t = 0^s{,}65810.$$

De là:

$$\lambda = 44{,}3433$$
$$\sigma = 39{,}2600$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06277$$
$$\delta = 0{,}0000000296220.$$

II) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 49,6620
Poids de cette partie (p) 1,58481
Moment d'inertie (i). 1302,882
Moment de pesanteur (m) . . . . . 39,2535.

A) *Le barreau oscille sans poids:*

$t_1 = 0^s,4045$ (1000 osc.),
$t = 0^s,3405$ (1000 osc.).

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,03064$$
$$\lambda = 33,1080$$
$$\sigma = 31,1685$$
$$\delta = 0.0000000299887.$$

B) *Le barreau oscille avec des poids:*

a) $l' = 49,417$
$p' = 0,68519.$

$i' = 1673,261$
$q = 0,152$
$i = 1302,882$
$J = 2926,295.$

$m = 39,3525$
$m' = 33,8600$
$M = 73,2125.$

$t_1 = 0^s,7804$ (1200 osc.),
$t = 0^s,5170$ (1000 osc.).

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0437$$
$$\delta = 0,0000000296397$$

b) $l' = 49{,}417$
$p' = 1{,}06441.$

$$
\begin{aligned}
i' &= 2599{,}331 \\
q &= 0{,}431 \\
i &= 1302{,}882 \\
\hline
J &= 3902{,}646.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m &= 39{,}3525 \\
m' &= 52{,}6000 \\
\hline
M &= 91{,}9525.
\end{aligned}
$$

$$t_1 = 1'',0195 \text{ (1000 osc.)},$$
$$t = 0'',5763 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0536$$
$$\delta = 0{,}0000000296124.$$

c) $l' = 49{,}417$
$p' = 1{,}81730$

$$
\begin{aligned}
i' &= 4437{,}919 \\
q &= 1{,}308 \\
i &= 1302{,}882 \\
\hline
J &= 5742{,}109.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m &= 39{,}2535 \\
m' &= 89{,}8015 \\
\hline
M &= 129{,}1580.
\end{aligned}
$$

$$t_1 = 1'',8070 \text{ (800 osc.)},$$
$$t = 0'',6594 \text{ (2400 osc.)}.$$

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,10637$$

$$\delta = 0,0000000295720.$$

III) Longueur de la partie vibrante du barreau (l) 40,085
Poids de cette partie (p) 1,27919
Moment d'inertie 685,138
Moment de pesanteur . . . . 25,6382.

A) *Le barreau oscille sans poids:*

$t_1 = 0^s2535$ (1000 osc.),
$t = 0^s2315$ (2000 osc.).

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02804$$

$$\lambda = 26,7233$$

$$\sigma = 25,2847$$

$$\delta = 0,0000000303490.$$

B) *Le barreau oscille avec des poids:*

a) $l' = 39,840$
$p' = 0,68519$

$i' = 1087,551$
$q = 0,152$
$i = 685,138$
$J = 1772,841.$

$m = 25,6382$
$m' = 27,2980$
$M = 52,9362.$

$t_1 = 0^s,4900$ (1000 osc.),
$t = 0^s,3850$ (2000 osc.).

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0385$$
$$\delta = 0,0000000303413.$$

b) $l' = 39,840,$
$p' = 1,06441.$

$$i' = 1689,460$$
$$q = 0,431$$
$$i = 685,138$$
$$J = 2375,029.$$

$$m = 25,6382$$
$$m' = 42,4061$$
$$M = 68,0443.$$

$t_1 = 0^s,6063$ (1200 osc.),
$t = 0^s,4388$ (1000 osc.).

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0497$$
$$\delta = 0,0000000297709.$$

c) $l' = 39,840$
$p' = 1,81730.$

$$i' = 2884,464$$
$$q = 1,308$$
$$i = 685,138$$
$$J = 3570,910.$$

$$m = 25{,}6382$$
$$m' = 72{,}4011$$
$$M = 98{,}0393.$$

$$t_1 = 0^s{,}8682,$$
$$t = 0^s{,}5150.$$

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0659$$
$$\delta = 0{,}0000000298086.$$

d) $l' = 39{,}840$
$p' = 3{,}29696.$

$$i' = 5233{,}020$$
$$q = 4{,}764$$
$$i = 685{,}138$$
$$J = 5922{,}922.$$

$$m = 25{,}6382$$
$$m' = 131{,}3509$$
$$M = 156{,}9891.$$

$$t_1 = 1^s{,}8450 \text{ (600 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}6087 \text{ (3000 osc.)};$$

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07626$$

$$\delta = 0{,}0000000297674.$$

e) l' || 39,840
$p' = 4,05662.$

$$i' = 6438,770$$
$$q = 8,113$$
$$i = 685,138$$
$$J = 7132,021.$$

$$m = 25,6382$$
$$m' = 161,6157$$
$$M = 187,2539.$$

$$t_1 = 5''3070 \text{ (140 osc.)},$$
$$t = 0''6422 \text{ (3000 osc.)}.$$

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07777$$
$$\delta = 0,0000000298299.$$

IV) Longueur de la partie vibrante du barreau 48,3011
Poids de cette partie 1,54138
Moment d'inertie 1198,680
Moment de pesanteur . . . . 37,2253.

a) *Le barreau oscille avec un poids:*

$l' = 48,0602,$
$p' = 1,81730.$

$$i' = 4197,570$$
$$q = 1,308$$
$$i = 1198,680$$
$$J = 5397,558.$$

$$m = 37{,}2253$$
$$m' = 87{,}3398$$
$$M = 124{,}5651.$$

$$t_1 = 1^s{,}58214 \text{ (700 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}639667 \text{ (1500 osc.)}.$$

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05880$$
$$\delta = 0{,}0000000297053.$$

V) Longueur de la partie vibrante du barreau.	48,320
Poids.	1,54199
Moment d'inertie.	120,0089
Moment de pesanteur	37,2544.

A) *La barre oscille sans poids:*

$$t_1 = 0^s{,}3798,$$
$$t = 0^s{,}3260.$$

De là:

$$\lambda = 32{,}2133$$
$$\sigma = 31{,}6273$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}009245.$$
$$\delta = 0{,}0000000295480.$$

B) *La barre oscille avec des poids:*

$$l' = 48{,}075$$
$$p = 1{,}81730.$$

$$i' = 4200{,}154$$
$$q = \quad 1{,}308$$
$$i = 1200{,}098$$
$$J = 5401{,}560.$$

$$m = \ 37{,}2544$$
$$m' = \ 87{,}3667$$
$$M = 124{,}6211$$

$$t_1 = 1^{\circ}{,}5867,$$
$$t = 0^{\circ}{,}6404.$$

De là :

$$\lambda = 43{,}3441$$
$$\sigma = 38{,}3800$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06270$$
$$\delta = 0{,}0000000296086.$$

Résumé des valeurs de δ, tirées des expériences précédentes.

Barreau № 5.

	I.	II.	III.	IV.	V.
	$l = 49{,}5204$	$l = 49{,}6620$	$l = 40{,}085$	$l = 48{,}3011$	$l = 48{,}320$
Sans poids :	$\delta = 0{,}0000000297640$	$\delta = 0{,}0000000299887$	$\delta = 0{,}0000000303490$		$\delta = 0{,}0000000295480$
Poids : = 0,68519		$\delta = 0{,}0000000296397$	$\delta = 0{,}0000000303413$		
= 1,06444		$\delta = 0{,}0000000296124$	$\delta = 0{,}0000000297709$		
= 1,81730	$\delta = 0{,}0000000296220$	$\delta = 0{,}0000000295720$	$\delta = 0{,}0000000298086$	$\delta = 0{,}0000000297053$	$\delta = 0{,}0000000296086$
= 3,29696			$\delta = 0{,}0000000297675$		
= 4,05662			$\delta = 0{,}0000000298299$		
Moy :	$\delta = 0{,}0000000296930$	$\delta = 0{,}0000000297032$	$\delta = 0{,}0000000299762$	$\delta = 0{,}0000000297053$	$\delta = 0{,}0000000295783$

La moyenne des toutes les valeurs est:

$$\delta = 0,0000000297952$$

c'est à dire exactement la même que nous a donnée la première série de nos expériences.

BARRE D'ACIER № 6 FONDUE ET NON TREMPÉE.

Largeur de la barre	0,99430
Épaisseur	0,09583
Longueur totale	52.3450
Poids.	1,558475
Pesanteur spécifique	7,833.

I) Longueur de la partie vibrante de la barre.	48,930
Poids de la partie vibrante de la barre . .	1,45680
Moment d'inertie de cette partie. . . .	1162.596.

1) *La barre oscille sans poids:*

$$t_1 = 0^s,4245 \text{ (1000 osc.)},$$
$$t = 0^s,3523 \text{ (1000 osc.)}.$$
$$\lambda = 32,6200$$
$$\sigma = 31.4076$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,01912.$$
$$\delta = 0,0000000300849.$$

2) *La barre oscille avec le poids № 1.*

Distance du centre de gravité du poids au point fixe.	48,682
Poids	0,68519
Moment d'inertie de la barre	1162,596
Moment d'inertie du poids par rapport au point fixe.	1623,857
Moment d'inertie propre du poids.	0,152
Moment d'inertie total	2786,605.

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
50	(0) 2′ 45ˢ0	4,8	(800) 14′ 29ˢ5
30	(100) 4′ 13ˢ0	3,8	(900) 15′ 57ˢ5
21	(200) 5′ 41ˢ0	3,0	(1000) 17′ 25ˢ5
16	(300) 7′ 9ˢ5	—	(1100) — —
12	(400) 8′ 37ˢ5	2,0	(1200) 20′ 21ˢ5
9	(500) 10′ 5ˢ5	—	(1300) — —
7	(600) 11′ 33ˢ5	1,2	(1400) 23′ 17ˢ5
5,8	(700) 13′ 1ˢ5	1,0	(1500) 24′ 45ˢ5
1500 osc. en 22′ 0ˢ5. $t_1 = 0^s8803$.			

2) Le poids est tourné en bas:

$$t = 0^s5415 \text{ (2000 osc.)}.$$

$$\lambda = 40,3875$$
$$\sigma = 36,9537$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04543$$
$$\delta = 0,0000000301014.$$

3) *La barre oscille avec le poids № 6.*

Poids	1,06441
Moment d'inertie de la barre	1162,596
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe .	2522,584
Moment d'inertie propre du poids	0,431
Moment d'inertie total.	3685,611.

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
50	(0) 14′ 7ˢ,5	4,2	(800) 30′ 12ˢ,0
30	(100) 16′ 8ˢ,0	3,2	(900) 32′ 12ˢ,5
21,5	(200) 18′ 8ˢ,5	2,8	(1000) 34′ 13ˢ,0
16,0	(300) 20′ 9ˢ,5	2,0	(1100) 36′ 13ˢ,5
12,0	(400) 22′ 10ˢ,0	1,8	(1200) 38′ 14ˢ,0
9,0	(500) 24′ 10ˢ,5	1,2	(1300) 40′ 14ˢ,5
7,0	(600) 26′ 11ˢ,0	1,0	(1400) 42′ 15ˢ,0
5,5	(700) 28′ 11ˢ,5		
1400 osc. en 28′ 7ˢ,5. t_1 = 1ˢ,2054.			

2) Le poids est en bas:

$$t = 0^s{,}6026 \text{ (2500 osc.)}.$$

$$\lambda = 42{,}1434$$
$$\sigma = 37{,}9254$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06324$$
$$\delta = 0{,}0000000300350.$$

4) *La barre oscille avec le poids № 2.*

Poids. 1,81730
Moment d'inertie de la barre 1162,596
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe. 4306,886
Moment d'inertie propre du poids 1,308
Moment d'inertie total . . . . 5470,790.

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
50,0	(0) 22′ 30″,0	7,8	(250) 35′ 4″,0	2,5	(450) 45′ 6″,5
30.0	(50) 25′ 1″,0	6,0	(300) 37′ 34″,5	2,0	(500) 47′ 37″,5
20,0	(100) 27′ 32″,0	3,5	(350) 40′ 5″,5	1,5	(550) 50′ 8″,0
14,0	(150) 30′ 2″,5	3,0	(400) 42′ 36″,0	1,0	(600) 52′ 38″,5
10,5	(200) 32′ 33″,5				
600 osc. en 30′ 8″,5. $t_1 = 3'',0140$.					

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
50	(0) 0′ 43″,0	4,0	(2000) 23′ 34″,5
20	(500) 6′ 26″,0	2,5	(2500) 29′ 17″,0
10,5	(1000) 12′ 9″,0	1,5	(3000) 34′ 59″,5
6,5	(1500) 17′ 51″,5	1,0	(3500) 40′ 42″,5
3500 osc. en 39′ 59″,5. $t = 0.6857$.			

$$\lambda = 44,0801$$
$$\sigma = 38,8454$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06525$$
$$\delta = 0,0000000300823.$$

II) Longueur de la partie vibrante de la barre 37,090
Poids de la partie vibrante de la barre. . 1,10428
Moment d'inertie de cette partie . . . 506,376.

1) *La barre oscille avec le poids № 1:*

Distance du centre de gravité du poids au point fixe.	36,842
Poids	0,68519
Moment d'inertie de la barre	506,376
Moment d'inertie du poids, relativement au point fixe.	930,031
Moment d'inertie propre du poids.	0,152
Moment d'inertie total.	1436,559.

a) Le poids est en haut.

1600 osc. en 12′ 33″,0. $t = 0'',470625$.

b) Le poids est en bas:

2000 osc. en 12′ 21″,5. $t = 0'',37075$.

$$\lambda = 31,4189$$
$$\sigma = 28,3822$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05214$$
$$\delta = 0,0000000301186.$$

2) *La barre oscille avec le poids № 6:*

Poids	1,06441
Moment d'inertie de la barre	506,376
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe.	1444,761
Moment d'inertie propre du poids.	0,431
Moment d'inertie total	1951,568.

a) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.
50,0	(0) 0′ 25^s
4,2	(1000) 10′ $15^s,0$
1,0	(2000) 20′ $4^s,5$
2000 osc. en $1179^s,5$.	
$t_1 = 0^s,58975$.	

b) Le poids est en bas:

3000 osc. en $1270^s,0$, $t = 0^s,42333$.

$$\lambda = 32,6929$$

$$\sigma = 28,9627$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06245$$

$$\delta = 0,0000000300011.$$

3) *La barre oscille avec le poids № 2:*

Poids	1,81730
Moment d'inertie de la barre	506,376
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe.	2466,680
Moment d'inertie du poids relativement à son centre de gravité	1,308
Momemt d'inertie total	2974,364.

a) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
50,0	(0) 27′ $55^s,0$	1,8	(1500) — —
11,5	(500) 35′ $2^s,5$	1,1	(1750) 52′ $51^s,0$
4,2	(1000) 42′ $10^s,0$	0,9	(2000) 56′ $25^s,0$
2000 osc. en 28′ $30^s,0$. $t_1 = 0^s,855000$.			

b) Le poids est en bas:

3000 osc. en 24′ 58″5. $t = 0″4995$.

$$\lambda = 34{,}0192$$
$$l = 29{,}6731$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07073$$
$$\delta = 0{,}0000000299843.$$

4) *La barre oscille avec le poids № 3:*

Poids	3,29696
Moment d'inertie de la barre	506,376
Moment d'inertie du poids, relativement au point fixe	4475,032
Moment d'inertie du poids, relativement à son centre de gravité	4,764
Moment d'inertie total	4986,172.

a) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
48,0	(0) 12′ 54″0	4,2	(600) 32′ 16″5
24,5	(100) 16′ 7″5	3,1	(700) 35′ 30″5
16,0	(200) 19′ 21″5	2,3	(800) 38′ 44″0
11,0	(300) 22′ 35″0	2,0	(900) 41′ 58″0
8,0	(400) 25′ 49″0	1,4	(1000) 45′ 11″5
6,0	(500) 29′ 3″0	0,9	(1200) 51′ 39″0
1200 osc. en 38′ 45″0. $t_1 = 1{,}9375$.			

b) Le poids est en bas:

4000 osc. en 39′ 24″5. $t = 0″591125$.

$$\lambda = 35{,}1272$$
$$\sigma = 30{,}1837$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07879$$
$$\delta' = 0{,}000000029930.$$

5) *La barre oscille avec le poids № 7, sans les anneaux e, e* (fig. 15), *qui maintiennent les cylindres c, c.*

Poids	3,99316
Moment d'inertie de la barre	506,376
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe.	5420,000
Moment d'inertie du poids relativement à son centre de gravité	8,313
Moment d'inertie total	5934,689.

a) Le poids est en haut:

$$t_1 = 10^s{,}3575 \text{ (28 osc.)}.$$

b) Le poids est en bas:

$$t = 0^s{,}620875 \text{ (4000 osc.)}.$$

$$\lambda = 35{,}4215$$
$$\sigma = 30{,}3077$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08107$$
$$\delta' = 0{,}0000000300907.$$

III) Longueur de la partie vibrante de la barre . . .	26,358
Poids de la partie vibrante de la barre	0,784760
Moment d'inertie de la barre	181,736
Distance du centre de gravité du poids au point fixe.	26,110.

1) *La barre oscille avec le poids № 2:*

Poids	1,81730
Moment d'inertie de la barre	181,736
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe .	1238,910
Moment d'inertie du poids relativement à son centre de gravité	1,308
Moment d'inertie total	1421,954.

a) Le poids est en haut:

1000 osc. en 6′ 51″,0. $t_1 = 0″,4110$.

b) Le poids est en bas:

2000 osc. en 643″,0. $t = 0″,3215$.

$$\lambda = 24{,}6046$$
$$\sigma = 20{,}8639$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08595$$
$$\delta = 0{,}0000000303196.$$

2) *La barre oscille avec le poids № 3:*

Poids	3,29696
Moment d'inertie de la barre	181,736
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe.	2247,644
Moment d'inértie du poids par rapport à son centre de gravité	4,764
Moment d'inertie total	2434,144.

a) Le poids est en haut:

1000 osc. en 616″,0. $t_1 = 0″,6160$.

b) Le poids est en bas:

2000 osc. en 797″,0. $t = 0″,3985$.

$$\lambda = 25,1856$$
$$\sigma = 21,3938$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08626$$
$$\delta = 0,0000000301475.$$

3) ***La barre oscille avec le poids № 7.***

Poids	4,05662
Moment d'inertie de la barre	181,736
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe .	2765,530
Moment d'inertie du poids relativement à son centre de gravité	8,113
Moment d'inertie total	2955,379.

a) Le poids est en haut:

1200 osc. en 14′ 39″,0. $t_1 = 0''{,}7325$.

b) Le poids est en bas:

2000 osc. en 853″,5. $t = 0''{,}4267$.

$$\lambda = 25,4202$$
$$l = 21,5897$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08510$$
$$\delta = 0,0000000299103.$$

4) ***La barre oscille avec le poids № 4.***

Poids	6,25268
Moment d'inertie de la barre	181,736
Moment d'inertie du poids relativement au point fixe .	4262,653
Moment d'inertie du poids relativement à son centre de gravité	18,050
Moment d'inertie total	4462,439.

a) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
22,0	(0) 0′ 23″,0	3,0	(500) 11′ 2″,0
17,5	(100) 2′ 31″,0	2,3	(600) 13′ 9″,5
8,0	(200) 4′ 39″,0	2,0	(700) 15′ 17″,5
6,0	(300) 6′ 46″,5	1,5	(800) 17′ 25″,0
4,0	(400) 8′ 54″,5	1,0	(900) 19′ 32″,5
2000 osc. en 19′ 9″,5. $t_1 = 1,2772$.			

b) Le poids est en bas:

2000 osc. en 16′ 15″,5. $t = 0,4878$.

$$\lambda = 25,7054$$

$$l = 21,8243$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08528$$

$$\delta' = 0,0000000299284.$$

Résumé.

A) *La barre oscille sans poids:*

Longueur de la barre 48,930, $\delta = 0,0000000300849$.

B) *La barre oscille avec des poids:*

a) Longueur de la barre 48,930:

Poids № 1. . . $\delta = 0,0000000301014$
» № 2. . . $\delta = 0,0000000300350$
» № 3. . . $\delta = 0,0000000300823$

Moyenne: $\delta = 0,0000000300729$.

b) Longueur de la barre 37,070:

Poids № 1 . . .	$\delta = 0{,}0000000301186$	
» № 6 . . .	$\delta = 0{,}0000000300011$	
» № 2 . . .	$\delta = 0{,}0000000299843$	
» № 3 . . .	$\delta = 0{,}0000000299930$	
» № 7 . . .	$\delta = 0{,}0000000300907$	

Moyenne: $\delta = 0{,}0000000300375$.

c) Longueur de la barre 26,358:

Poids № 2 . . .	$\delta = 0{,}0000000303196$
» № 3 . . .	$\delta = 0{,}0000000301475$
» № 7 . . .	$\delta = 0{,}0000000299103$
» № 4 . . .	$\delta = 0{,}0000000299284$

Moyenne: $\delta' = 0{,}0000000300765$.

Barreau № 7.

Longueur totale de la barre .	51,968
Largeur	0,99021
Épaisseur	0,17790
Poids	2,86467
Pesanteur spécifique . . .	7,8423.

Longueur de la partie vibrante de la barre	47,910
Poids	2,64097
Moment d'inertie	2020,670
Moment de pesanteur	63,2645.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 47{,}675$

$p' = 15{,}81611$.

$$i = 2020{,}670$$
$$i' = 35948{,}533$$
$$q = 95{,}494$$
$$J = 38064{,}697.$$

$$m = 63{,}265$$
$$m' = 754{,}033$$
$$M = 817{,}298.$$

1) Le poids est est en haut:

Temp. + 13°,8.

Élongation.	Passages.
20,0	(0) 17′ 9ʺ,5
10,0	(10) 18′ 42ʺ,5
—	(20) 20′ 15ʺ,5
2,0	(30) 21′ 48ʺ,0
1,0	(40) 23′ 20ʺ,5
40 osc. en 6′ 11ʺ,0. $t_1 = 9ʺ,2750$.	

Une dernière observation m'a donné (à 13°,75):

45 osc. en 418ʺ,5 ou bien $t_1 = 9{,}3000$.

Donc, terme moyen: $t_1 = 9{,}2875$.

2) Le poids est en bas:

1500 osc. en 17′ 46ʺ,5. $t = 0ʺ,7110$.

De là:

$$\lambda = 46,5738$$
$$\sigma = 39,8357$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08127$$
$$\delta' = 0,0000000297506.$$

BARREAU № 14.

Longueur totale de la barre .	52,332
Largeur.	0,99183
Épaisseur	0,10760
Poids	1,745235
Pesanteur spécifique . . .	7,8348.

I) Longueur de la partie vibrante de la barre	46,796
Poids	1,56061
Moment d'inertie	1139,177
Moment de pesanteur	36,515.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 46,538$
$p' = 3,29696.$

$$i = 1139,177$$
$$i' = 7140,510$$
$$q = 4,764$$
$$J = 8284,451.$$

$$m = 36,515$$
$$m' = 153,434$$
$$M = 189,949.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
26,0	(0) 1′ 31″,0	4,2	(140) 15′ 21″,5
19,0	(20) 3′ 29″,5	3,0	(160) 17′ 20″,0
15,0	(40) 5′ 28″,5	2,5	(180) 19′ 18″,5
11,5	(60) 7′ 27″,0	2,2	(200) 21′ 17″,0
9,0	(80) 9′ 25″,5	2,0	(220) 23′ 15″,8
7,0	(100) 11′ 24″,5	1,5	(240) 25′ 14″,5
5,5	(120) 13′ 23″,0	1,0	(260) 27′ 12″,0

260 osc. en 25′ 41″,0. $t_1 = 5'',9270$.

1) Le poids est en bas:

$t = 0'',6915$ (3000 osc.).

De là:

$$\lambda = 43,6141$$
$$\sigma = 37,9767$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07163$$
$$\delta = 0,0000000300946.$$

Barreau № 15.

Longueur totale	52,322
Largeur	0,9919
Épaisseur	0,19203
Poids	3,112685
Longueur de la partie vibrante	49,266
Poids	2,93088
Moment d'inertie	72,1964
Moment de pesanteur	2371,218.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 49,017$

$p' = 15,81611.$

$$
\begin{aligned}
i &= 2371,218\\
i' &= 38000,826\\
q &= 95,494\\
\hline
J &= 40467,538.\\
m &= 72,196\\
m' &= 775,258\\
\hline
M &= 847,454.
\end{aligned}
$$

1) Le poids est en haut: Temp. + 13°,5.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
27,0	(0) 9′ 12″,0	—	(250) — —
16,0	(50) 11′ 9″,5	2,0	(300) 20′ 55″,0
11,0	(100) 13′ 6″,5	1,5	(350) 22′ 52″,5
7,0	(150) 15′ 4″,0	1,0	(400) 24′ 49″,5
5,0	(200) 17′ 1″,0		
$t_1 = 2'',34375.$			

Une autre expérience a donnée: $t_1 = 2'',34625$

valeur moyenne: $t_1 = 2'',3450.$

2) Le poids est en bas:

$t = 0'',6950$ (2000 osc.).

De là:

$$\lambda = 47,7519$$

$$\sigma = 41,4838$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07289$$

$$\delta = 0,0000000301229.$$

FER.

Les dimensions, le poids et la pesanteur spécifique des barreaux, qu'ont été soumis à l'expérience, sont indiqués dans le tableau ci-dessous:

	№ 1.	№ 2.	№ 8.	№ 9.	№ 10.	№ 11.	№ 12.	№ 13.
Longueur	36,3158	36,3158	52,340	52,300	52,235	51,948	52,330	52,330
Largeur	0,98837	0,98875	0,99728	0,99183	0,98455	0,99607	0,99242	0,99244
Épaisseur	0,06810	0,06788	0,102896	0,19391	0,20302	0,10236	0,18876	0,10898
Poids	0,74808	0,74613	1,640408	3,11485	3,27388	1,64928	2,98847	1,72647
Pesanteur spécif. .	7,6775	7,6763	7,6411	7,7503		7,7913	7,6432	7,6467

№ 1. Fer laminé, coupé dans la feuille parallèlement à l'axe du laminoir.

№ 2. Même fer, coupé dans la même feuille, mais perpendiculairement à l'axe du laminoir.

№ 8., № 9. } Fer forgé anglais.

№ 10., № 11. } Fer forgé suédois.

№ 12., № 13. } Fer laminé (Bandeisen) anglais.

Lame de fer № 1.

I. Longueur de la partie vibrante (l) . . 32,8457
Poids de cette partie 0,67660
Moment d'inertie 243,313
Moment de pesanteur 11,1117

A. *La lame oscille sans poids:*

$$t_1 = 0\text{''}{,}2275.$$
$$t = 0\text{''}{,}2530.$$

$$\lambda = 21,8971$$
$$\sigma = 21,1811$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,01676$$
$$\delta = 0,000000033388.$$

B. *La lame oscille avec des poids:*

a) $l' = 32,6029$
$p' = 0,68519$

$$i' = 728,322$$
$$q = \quad 0,152$$
$$i = 243,313$$
$$J = 971,787.$$

$$m = 11,1117$$
$$m' = 22,3392$$
$$M = 33,4509.$$

$$t_1 = 0\text{"}71700$$
$$t = 0\text{"}44844.$$

$$\lambda = 29,0512$$
$$\sigma = 25,8759$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05958$$
$$\delta = 0,000000033167.$$

b) $l' = 32,6029$
$p' = 1,06441.$

$$i' = 1131,414$$
$$q = \quad 0,431$$
$$i = 243,313$$
$$J = 1375,158.$$

$$m = 11{,}1117$$
$$m' = 34{,}7029$$
$$M = 45{,}8146.$$

$$t_1 = 1'{,}05438$$
$$t = 0'{,}508072.$$

$$\lambda = 30{,}0157$$
$$\sigma = 26{,}3378$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0675$$
$$\delta = 0{,}000000033125.$$

c) $l' = 32{,}6029$
$p' = 1{,}75385.$

$$i' = 1864{,}200$$
$$i = 243{,}313$$
$$q = 1{,}263$$
$$J = 2108{,}776.$$

$$m = 11{,}1117$$
$$m' = 57{,}1790$$
$$M = 68{,}2917.$$

$$t_1 = 4'{,}4791$$
$$t = 0'{,}578565.$$

$$\lambda = 30{,}8794$$
$$\sigma = 26{,}8040$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07336$$
$$\delta = 0{,}000000033160.$$

Résumé.

$\delta = 0,000000033388$
$\delta = 0,000000033167$
$\delta = 0,000000033125$
$\delta = 0,000000033160$

Moy: $\delta = 0,000000033210$

ou bien, si l'on rejette la première valeur, comme très peu sure:

$\delta' = 0,000000033151.$

LAME DE FER № 2.

II.	Longueur de la partie vibrante de la lame (l)	32,6975
	Poids (p)	0,67179
	Moment d'inertie (i)	239,410
	Moment de pesanteur	10,9829

A. *La barre oscille sans poids:*

$t_1 = 0'',2640$
$t = 0'',2365$

$\lambda = 22,1877$
$\sigma = 21,7983$
$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0089$
$\delta = 0,000000035069.$

B. *La barre oscille avec des poids:*

a) $l' = 32,4547$
$p' = 0,68519.$

$i' = 721,716$
$q = \quad 0,152$
$i = 239,410$

$J = 961,278.$

$m = 10,98290$
$m' = 22,23763$

$M = 33,22053.$

$t_1 = 0",77150$
$t = 0",470385.$

$\lambda = 28,9363$
$\sigma = 27,5896$
$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02411$
$\delta = 0,000000035968.$

b) $l' = 32,4547$
$p' = 1,06441.$

$i' = 1121,151$
$q = \quad 0,431$
$i = \quad 239,410$

$J = 1360,992.$

$m = \quad 10,9829$
$m' = \quad 34,5451$

$M = \quad 45,5280.$

$t_1 = 1",18643$
$t = 0",51994.$

$$\lambda = 29{,}8935$$
$$\sigma = 26{,}2123$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0679$$
$$\delta = 0{,}000000036055.$$

Resumé.

Moyenne des deux dernières valeurs:

$$\delta = 0{,}000000036012.$$

On voit, que la valeur de δ est considérablement plus grande pour le fer № 2., que pour le fer № 1, c'est à dire, que la lamination augmente la valeur de δ dans le sens, dans lequel la pièce a passée par le laminoir; il est probable, que la distance entre les molécules du fer est un peu plus grande dans ce sens, que dans l'autre parallèle l'axe du laminoir; effectivement, par la lamination, la pièce laminée devient plus longue (dans le sens perpendiculaire aux axes du laminoir), mais augmente peu en largeur.

LAME DE FER FORGÉ ANGLAIS № 8.

I) Longueur de la partie vibrante	49,067
Poids.	1,53783
Moment d'inertie (i)	1234,143
Moment de pesanteur.	37,7283.

A) *Le barreau oscille sans poids:*

$$t_1 = 0{,}39625 \text{ (1000 osc.)},$$
$$t = 0{,}33550 \text{ (1000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 32{,}7113$$
$$\sigma = 31{,}1454$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02483$$
$$\delta = 0{,}0000000316505.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$l' = 48,829$

$p' = 1,0644.$

$$\begin{aligned} i &= 1234,143 \\ i' &= 2537,842 \\ q &= \quad 0,431 \\ \hline J &= 3772,416. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 37,7283 \\ m' &= 51,9741 \\ \hline M &= 89,6024. \end{aligned}$$

Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 2′ 56″,5	4,5	(400) 9′ 41″,5
20,0	(100) 4′ 37″,5	3,0	(500) 11′ 22″,5
12,0	(200) 6′ 19″,0	2,0	(600) 13′ 3″,5
7,0	(300) 8′ 0″,0	1,1	(700) 14′ 44″,5
700 osc. en 11′ 48″,0		$t_1 = 1{,}01143$.	

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.
28,0	(0) 8′ 3″,0
3,0	(1000) 17′ 36″,5
0,6	(2000) 27′ 10″,0

$t = 0'',5735.$

De là :

$$\lambda = 42,0548$$
$$\sigma = 37,9768$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05232$$
$$\delta = 0,0000000313952.$$

c) $l' = 48,829,$
$p' = 1,81730.$

$$i = 1234,143$$
$$i' = 4332,935$$
$$q = 1,038$$
$$J = 5568,386.$$

$$m = 37,7283$$
$$m' = 88,7370$$
$$M = 126,4653.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 16′ 35″,5	4,0	(250) 24′ 7″,0
22,0	(50) 18′ 5″,5	2,8	(300) 25′ 37″,0
14,0	(100) 19′ 36″,0	2,0	(350) 27′ 7″,0
9,0	(150) 21′ 6″,5	1,3	(400) 28′ 37″,0
6,0	(200) 22′ 36″,5		
400 osc. en 12′ 1″,5. $t_1 = 1″,80375$.			

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.
40,0	(0) 35′ 44″,5
20,0	(270) — —
10,0	(600) — —
5,0	(1000) 46′ 41″,0
1,0	(2000) 57′ 37″,5
2000 osc. en 21′ 53″,0	
$t = 0'',6565$.	

De là:

$$\lambda = 44,0309$$

$$\sigma = 38,8987$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,063901$$

$$\delta = 0,0000000313933.$$

II) Longueur de la partie vibrante du barreau . 36,296
Poids de cette partie. 0,824153
Moment d'inertie 189,962
Moment de pesanteur . . . . 10,8360.

a) $l' = 26,058$
$p' = 6,25268.$

$$i = 189,962$$

$$i' = 4245,690$$

$$q = 18,050$$

$$J = 4453,702.$$

$$m = 10,8360$$

$$m' = 162,9324$$

$$M = 173,7684.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
20,0	(0) 18′ 37″,5	3,0	(300) 23′ 25″,0
9,5	(100) 20′ 13″,5	1,7	(400) 25′ 1″,0
5,0	(200) 21′ 49″,5	1,0	(500) 26′ 36″,75
500 osc. en 7′ 59″,25 $t_1 = 0,95850$.			

De là:

$$\lambda = 25,6296$$
$$\sigma = 21,7509$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08551$$
$$\delta = 0,0000000312963.$$

b) $l' = 26,058$

$p' = 9,29767.$

$$i = 189,962$$
$$i' = 6313,251$$
$$q = 41,840$$
$$J = 6545,053.$$
$$m = 10,8360$$
$$m' = 242,2770$$
$$M = 253,1130$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.
20,0	(0) 24′ 16″,0
4,8	(50) 26′ 23″,0
1,2	(100) 28′ 29″,5
100 osc. en 4′ 13″,5 $t_1 = 2″,5350$	

2) Le poids est en bas:

$t = 0\text{"}{,}51775$ (2000 osc. entre les élongations 21,0 et 1,0).

De là:

$$\lambda = 25{,}8582$$
$$\sigma = 21{,}9142$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08627$$
$$\delta = 0{,}0000000314096.$$

Résumé des valeurs de δ pour la barre de fer № 8.

Poids =	$l = 49{,}067$	$l = 26{,}296$
0	$\delta = 0{,}0000000316505$	
1,0644	$\delta = 0.0000000313952$	
1,81730	$\delta = 0{,}0000000313933$	
6,25268		$\delta = 0{,}0000000312963$
9,29767		$\delta = 0{,}0000000314096$
Moyennes:	$\delta = 0{,}0000000313943$*)	$\delta = 0{,}0000000313529$

Moyenne totale: $\delta = 0{,}0000000313736$.

BARREAU № 9.

Longueur de la partie vibrante du barreau .	49,435
Poids	2,94422
Moment d'inertie	2398,382
Moment de pesanteur	72,7772.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 49{,}194$

$p' = 15{,}81611.$

*) On a exclu la première observation, qui n'offre pas assez de certitude.

$$i = 2398{,}382$$
$$i' = 38275{,}762$$
$$q = 95{,}494$$
$$J = 40769{,}638.$$

$$m = 72{,}777$$
$$m' = 778{,}058$$
$$M = 850{,}837.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
16,0	(0) 39' 23",5	25,0	(0) 48' 4",0
7,0	(50) 41' 20",5	10,0	(50) 50' 1",5
3,0	(100) 43' 17",5	4,5	(100) 51' 58",5
1,5	(150) 45' 14",5	2,0	(150) 53' 55",0
1,0	(200) 47' 11",5	1,0	(200) 55' 51",8
200 osc. en 7' 47",5 $t_1 = 2{,}3375$		200 osc. en 7' 47",8 $t_1 = 2{,}3390$	

Moyenne: $t_1 = 2",3383$.

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.
15,0	(0) 8' 44",5
1,3	(1000) 20' 18 5
0,1	(2000) 31' 52",5
$t = 0",6940$	

De là:

$$\lambda = 47,9171$$
$$\sigma = 41,3759$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07615$$
$$\delta = 0,0000000306967.$$

BARREAU № 10.

I) Longueur de la partie vibrante 48,856
Poids 3,05683
Moment d'inertie 2432,126
Moment de pesanteur . . . . 74,6723.

La barre oscille avec des poids:

$l' = 48,610$
$p' = 15,81611.$

$$i = 2432,126$$
$$i' = 37372,400$$
$$q = 95,494$$
$$J = 39900,020.$$

$$m = 74,6723$$
$$m' = 768,8210$$
$$M = 843,493.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
38,0	(0) 28′ 13″,5	40,0	(0) 39′ 59″,0
10,8	(100) 30′ 49″,0	11,0	(100) 42′ 35″,0
4,6	(200) 33′ 25″,0	5,0	(200) 45′ 10″,5
2,5	(300) 36′ 0″,5	2,5	(300) 47′ 46″,0
1,2	(400) 38′ 35″,5	1,2	(400) 50′ 21″,5
400 osc. en. 10′ 22″,0		400 osc. en. 10′ 22″,5	
Moyenne: $t_1 = 1'',5556$.			

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.
38,0	(0) 12′ 34″,5
3,0	(1000) 23′ 27″,0
0,6	(2000) 34′ 19″,0
2000 osc. en 21′ 44″,5.	

$t = 0'',65115.$

De là:

$$\lambda = 47,3033$$
$$\sigma = 40,4370$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08157$$
$$\delta = 0,0000000297377.$$

II) Longueur de la partie vibrante de la barre 48,276
Poids 3,02054
Moment d'inertie 2346,530
Moment de pesanteur . . . . . . 72,9098.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 48,030$
$p' = 15,81611.$

$$i = 2346,530$$
$$i' = 36485,900$$
$$q = 95,494$$
$$J = 38927,924.$$

$$m = 72,910$$
$$m' = 759,648$$
$$M = 832,558.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.
17,0	(0) 11′ 33″,0
6,0	(100) 14′ 1″,0
—	(200) 16′ 29″,0
—	(300) 18′ 57″,0
1,0	(400) 21′ 25″,0
$t_1 = 1''{,}4800.$	

2) Le poids est en bas:

2000 osc. en 21′ 54″,5. $t = 0''{,}6450.$

De là:

$$\lambda = 46{,}7570$$
$$\sigma = 40{,}2326$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07804$$
$$\delta = 0{,}0000000296993.$$

Moyenne: $\delta = 0{,}0000000297185.$

Barreau № 11.

Longueur de la partie vibrante	48,602
Poids	1,54305
Moment d'inertie	1214,976
Moment de pesanteur	37,4977.

a) ***La barre oscille sans poids:***

$t_1 = 0''{,}3835$ (1000 osc.),
$t = 0''{,}3275$ (1000 osc.).

De là:

$$\lambda = 32,4013$$
$$\sigma = 31,0368$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02175$$
$$\delta = 0,0000000299360.$$

b) *La barre oscille avec des poids:*

$l' = 48,358$
$p' = 1,06441.$

$$i = 1214,976$$
$$i' = 2489,120$$
$$q = 0,341$$
$$J = 3704,527.$$

$$m = 37,4977$$
$$m' = 51,4727$$
$$M = 88,9704.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 37′ 40″,0	4,5	(700) 48′ 52″,5
26,0	(100) 39′ 16″,0	3,5	(800) 50′ 28″,5
18,0	(200) 40′ 52″,0	—	(900) — —
13,0	(300) 42′ 28″,0	2,1	(1000) 53′ 40″,5
10,0	(400) 44′ 4″,5	1,9	(1100) 55′ 16″,5
7,5	(500) 45′ 40″,5	1,4	(1200) 56′ 52″,5
6,0	(600) 47′ 16″,5		

$t_1 = 0'',96042.$

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.
30,0	(0) 11′ 3″,0
5,0	(1000) 20′ 24″,5
1,5	(2000) 29′ 46″,0
$t = 0″,5615.$	

De là:

$$\lambda = 41,6375$$
$$\sigma = 37,5254$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05337$$
$$\delta = 0,0000000298400.$$

c) $l' = 48,385$
$p' = 1,81730.$

$$i = 1214,976$$
$$i' = 4249,748$$
$$q = 1,308$$
$$J = 5466,032.$$

$$m = 37,4977$$
$$m' = 87,8810$$
$$M = 125,3787.$$

1) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 7′ 20″,5	5,2	(500) 20′ 58″,5
25,0	(100) 10′ 4″,0	—	(600) — —
15,2	(200) 12′ 48″,0	2,8	(700) 26′ 25″,5
11,0	(300) 15′ 31″,5	2,0	(800) 29′ 9″,0
7,5	(400) 18′ 15″,0	1,2	(900) 31′ 52″,5
$t_1 = 1″,63611.$			

2) Le poids est en bas:

Élongation.	Passages.
30,0	(0) 15′ 35,″0
7,0	(1000) 16′ 19,″0
1,0	(2000) 27′ 3,″0
$t = 0{,}''6440.$	

De là:

$$\lambda = 43{,}5962$$
$$\sigma = 38{,}4469$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06486$$
$$\delta = 0{,}0000000298408.$$

Moyenne des deux dernières observations:

$$\delta = 0{,}0000000298404.$$

Barreau de fer plat laminé anglais № 12.

Longueur de la partie vibrante 48,270
Poids. 2,75661
Moment d'inertie 2140,957
Moment de pesanteur. . . . . 66,5307.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 48{,}019$
$p' = 15{,}81661.$

$$i' = 36469{,}178$$
$$q = 95{,}494$$
$$i = 2140{,}957$$
$$J = 38705{,}629.$$

$$m' = 759,474$$
$$m = 66,531$$
$$M = 826,005.$$

1) Le poids est en haut:

Temp. 13°, 5. Temp. 13°, 6.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
25,0	(0) 41′ 58″,0	25,0	(0) 48′ 13″,5
5,0	(50) 44′ 25″,5	—	(50) 50′ 41″,0
1,0	(100) 46′ 52″,5	1,5	(100) 53′ 8″,0
		0,5	(150) 55′ 34″,5
$t_1 = 2'',945.$		$t_1 = 2'',940.$	
Moyenne: $t_1 = 2'',9425.$			

2) Le poids est en bas:

2000 osc. en 23′ 11″,5, $t = 0'',69575.$

De là:

$$\lambda = 46,8588$$
$$\sigma = 40,1673$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08009$$
$$\delta = 0,0000000317225.$$

Barreau № 13.

Longueur de la partie vibrante . .	47,130
Poids de cette partie	1,54707
Moment d'inertie	1133,925
Moment de pesanteur	36,2725.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 46{,}892,$

$p' = 3{,}23350.$

$$\begin{aligned} i &= 1133{,}925 \\ i' &= 7110{,}015 \\ q &= \quad 4{,}671 \\ \hline J &= 8248{,}611. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= \ 36{,}2725 \\ m' &= 151{,}6253 \\ \hline M &= 187{,}8978. \end{aligned}$$

$t_1 = 7\text{''}{,}2155$ (30 osc. entre les élongations 20,0 et 1,0).

$t = 0\text{''}{,}69475$ (2000 osc.).

De là:

$$\lambda = 43{,}8995$$

$$\sigma = 38{,}1666$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07248$$

$$\delta = 0{,}0000000316745.$$

Résumé général de toutes les expériences, qui se rapportent au fer.

				Pds. specique.	Epaisseur lignes.
Fer forgé anglais	№ 8.	310352	$\delta = 0{,}0000000313736$	7,64110	1.
	№ 9.		$\delta = 0{,}0000000306967$	7,7503	2.
Fer forgé suédois	№10.		$\delta = 0{,}0000000297185$		2.
	№11.		$\delta = 0{,}0000000298404$	7,7913	1.
Fer laminé anglais (fer en bandes).	№12.	316955	$\delta = 0{,}0000000317225$	7,6432	2.
	№13.		$\delta = 0{,}0000000316745$	7,6467	1.
Tôle:					
a) Dans le sens de la lamination № 2.			$\delta = 0{,}000000036012$	7,6763	$\frac{2}{3}$.
b) Dans le sens perpendiculaire № 1.			$\delta = 0{,}000000033151$	7,6775	$\frac{2}{3}$.

On voit, que le fer le plus compacte (c'est à dire, dont la densité est la plus forte) est aussi celui, dont la valeur de δ est la plus petite ou l'élasticité la plus grande; le fer suédois surtout se distingue sous ce rapport. Quant à la tôle (fer laminé mince), elle a donné des valeurs de δ très grandes, et différentes dans les deux sens, c'est à dire, dans le sens perpendiculaire à l'axe du laminoir, et dans le sens parallalè à cet axe; cependant sa pesanteur spécifique est plus grande, que celle du fer laminé en bandes épaisses. Le travail de la lamination augmente la valeur de δ dans le sens de la longueur de la pièce, c'est à dire, dans la direction dans la quelle la pièce est allongée par l'opération.

FONTE DE FER.

Dimensions des barreaux.

Barreau № 3.

Longueur totale.	51,4370
Largeur	0,99708
Épaisseur	0,10612
Poids	1,54457
Pesanteur spécifique	7,1242.

Barreau № 4.

Longueur	51,4340
Largeur	0,99662
Épaisseur	0,20675
Poids	3,019694
Pesanteur spécifique	7,1302.

Barreau № 3.

I) Longueur de la partie oscillante de la barre	47,3676
Poids	1,42237
Moment d'inertie	1063,787
Moment de pesanteur	33,6872.

La barre oscille avec un poids:

$l' = 47{,}1276$
$p' = 1{,}06441.$

$$i = 1063{,}787$$
$$i' = 2364{,}070$$
$$q = 0{,}431$$
$$J = 3428{,}288.$$

$$m = 33{,}6872$$
$$m' = 50{,}1631$$
$$M = 83{,}8503.$$

$$t_1 = 1^s{,}7500 \text{ (14 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}6375 \text{ (500 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 40{,}8858$$
$$\sigma = 36{,}7091$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05536.$$
$$\delta = 0{,}0000000560381.$$

II) Longueur de la partie vibrante	47,935
Poids	1,4394
Moment d'inertie	1102,475
Moment de pesanteur	34,4990.

Le barreau oscille sans poids:

$$t_1 = 0^s{,}4935 \text{ (160 osc.)},$$
$$t = 0^s{,}3875 \text{ (200 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 31{,}9567$$
$$\sigma = 30{,}6773$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02064.$$
$$\delta = 0{,}0000000558195.$$

Valeur moyenne pour la barre № 3:

$$\delta = 0{,}0000000559288.$$

BARREAU № 4.

Longueur de la partie vibrante. . . .	47,3711
Poids	2,78128
Moment d'inertie	2080,418
Moment de pesanteur	65,8762.

La barre oscille avec le poids:

$$l' = 47{,}1264$$
$$p' = 9{,}29767.$$

$$i = 2080{,}418$$
$$i' = 20649{,}024$$
$$q = 41{,}840$$
$$J = 22771{,}282.$$

$$m = 65{,}8762$$
$$m' = 438{,}1625$$
$$M = 504{,}0387.$$

$$t_1 = 1''{,}5511 \text{ (44 osc.)},$$
$$t = 0''{,}640625 \text{ (400 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 45{,}1776$$
$$\sigma = 38{,}7627$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07958$$
$$\delta = 0{,}0000000564137.$$

ARGENT.

Le barreau d'argent, avec lequel j'ai déterminé le coëfficient d'élasticité de ce métal, m'a été fourni par la Monnaie Impériale de St. Pétersbourg; l'argent, dont il est composé, est aussi pur, qu'il est possible de l'obtenir par les procédés ordinaires et seules applicables en gros; c'est de l'argent précipité par le cuivre métallique de sa solution dans l'acide sulfurique. L'argent précipité en forme de poudre, a été soigneusement lavé, fondu, et coulé en forme parallélépipédique.

Voici les dimensions et le poids du barreau:

Longueur totale du barreau	48,606
Largeur	0,895 } (*)
Épaisseur.	0,114 }
Poids	2,08951
Pesanteur spécifique (à $13°\frac{1}{3}$)	10,494.
I) Longueur de la partie vibrante du barreau (l)	44,5384
Poids de cette partie (p)	1,91465
Moment d'inertie (i)	1266,010
Moment de pesanteur (m)	42,2638.

A) *Le barreau oscille sans poids:*

$$t_1 = 0''6340,$$
$$t = 0''4375.$$

De là:

$$\lambda = 29,6923$$
$$\sigma = 28,6260$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,01845$$
$$\delta = 0,0000000810926.$$

(*) La largeur et l'épaisseur de cette barre n'était pas tout à fait aussi égale dans toute sa longueur, que dans les barreaux travaillés par M. Repsold; cependant, les inégalités ne dépassaient pas $\frac{1}{500}$ de pouce.

B) *Le barreau oscille avec des poids:*

a) $l' = 33{,}7106$
$p' = 1{,}81730.$

$$\begin{aligned} i' &= 2065{,}190 \\ q &= 1{,}308 \\ i &= 1266{,}010 \\ \hline J &= 3332{,}508. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 42{,}2638 \\ m' &= 61{,}2623 \\ \hline M &= 103{,}5261. \end{aligned}$$

$$t_1 = 4{,}6500,$$
$$t = 0{,}5970.$$

De là:

$$\lambda = 32{,}1900$$
$$l = 28{,}3888$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06484$$
$$\delta = 0{,}0000000803431.$$

b) $l' = 22{,}3523$
$p' = 1{,}81730.$

$$\begin{aligned} i' &= 907{,}970 \\ i &= 1266{,}010 \\ q &= 1{,}308 \\ \hline J &= 2175{,}288. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m' &= 40{,}6208 \\ m &= 42{,}2638 \\ \hline M &= 82{,}8846. \end{aligned}$$

$t_1 = 0'',4860,$
$t = 1'',0010.$

$\lambda = 26,2448$
$\sigma = 24,2105$
$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04117$
$\delta = 0,0000000804669.$

c) $l' = 11,360$
$p' = 1,81730.$

$i' = 234,522$
$q = 1,308$
$i = 1266,010$
$J = 1501,840.$

$m' = 20,6445$
$m = 42,2638$
$M = 62,9083.$

$t_1 = 0'',6732,$
$t = 0'',4394.$

$\lambda = 23,8735$
$\sigma = 25,4299$
$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 0,968914$
$\delta = 0,0000000832443.$

Dans les trois dernières expériences, le poids à l'extrémité libre du barreau était fixé loin de cette extrémité: dans la première, il se trouvait aux trois quarts de la longueur de la partie vibrante; dans la deuxième, à la moitié de cette longueur, c'est à dire, près du centre de gravité de la partie vibrante du barreau; dans la dernière enfin, il était attaché plus près encore du point fixe. Malgré ces différences dans la position du poids,

les deux premières expériences ont donné presqu'exactement la même valeur de δ; la dernière en a donnée une un peu plus grande. De là on peut conclure, que le poids doit être fixé près de l'extrémité libre, mais que cependant, pourvu qu'on ne s'écarte pas trop de cette règle, on n'a pas besoin de s'y astreindre très rigoureusement.

Dans les expériences suivantes, le poids était toujours fixé très près de l'extrémité libre du barreau.

II) Longueur de la partie vibrante du barreau 44,6059
Poids de cette partie 1,91756
Moment d'inertie 1271,780
Moment de pesanteur . . . . 42,7671.

A) *Le barreau oscille sans poids:*

$$t_1 = 0{,}^s63228,$$
$$t = 0{,}^s43631.$$
$$\lambda = 29{,}7372$$
$$\sigma = 28{,}4701$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02201$$
$$\delta = 0{,}0000000804452.$$

B) *Le barreau oscille avec des poids:*

a) $l' = 44{,}4759$
$p' = 1{,}05875.$

$$i' = 2094{,}310$$
$$q = 0{,}410$$
$$i = 1271{,}780$$
$$J = 3366{,}500.$$

$$m = 42{,}7671$$
$$m' = 47{,}1972$$
$$M = 89{,}9643.$$

$$t_1 = 4\overset{s}{,}5250,$$
$$t = 0\overset{s}{,}6540.$$
$$\lambda = 37,4204$$
$$\sigma = 34,2251$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04564.$$
$$\delta = 0,0000000802747.$$

III) Longueur de la partie vibrante du barreau . 40,040
Moment d'inertie de cette partie . . . 1223,99.

Le barreau oscille seul:

$$t_1 = 0\overset{s}{,}4287,$$
$$t = 0\overset{s}{,}6154.$$
$$\lambda = 29,3600$$
$$\sigma = 27,9716$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02452$$
$$\delta = 0,0000000081432.$$

Résumé.

Deux des expériences, dans lesquelles le barreau oscillait seul, c'est à dire, sans qu'on eût attaché un poids à son extrémité libre, donnent une valeur de δ un peu plus grande; savoir:

$$\delta = 0,0000000810926; \; l = 44,53.$$
$$\delta = 0,0000000814320; \; l = 40,04.$$

Les expériences, dans lesquelles le barreau était chargé d'un poids, et la 5 ième, exécutée sans poids, s'accordent à donner à peu près le même résultat, savoir:

$\delta = 0,0000000803431$ pour $l = 44,56$; $l' = 33,71$
$\delta = 0,0000000804669$ pour $l = 44,54$; $l' = 22,35$
$\delta = 0,0000000804452$ pour $l = 44,61$; sans poids
$\delta = 0,0000000802747$ pour $l = 44,61$; $l' = 44,48$.

L'expérience enfin, ou le poids était attaché à 11 pouces du point fixe, la longueur de la barre étant de 44,5, donne encore un résultat trop fort (*), savoir:

$$\delta = 0{,}000000083244.$$

La moyenne des quatre valeurs qui s'accordent entre elles, est:

$$\delta = 0{,}0000000803825$$
$$\delta' = 0{,}0000000255865.$$

OR.

L'or, qui a servi dans les expériences suivantes, m'a été confié pour quelque temps par la Monnaie de St.-Pétersbourg; il est aussi pur, qu'on peut l'avoir en gros par les procédés ordinaires, après avoir dissous, par de l'acide sulfurique, l'argent que l'or de lavage contient toujours en plus ou moins grande quantité.

Longueur totale du barreau.	50,890
Largeur	1,0085
Épaisseur	0,1042
Poids	4,06219
Poids d'un pouce du barreau	0,08000
Pesanteur spécifique	19,2826

Le barreau a été employé sans poids:

Longueur de la partie vibrante. . . .	45,730
Poids de cette partie	3,6584
Moment d'inertie	2550,2.

$$t_1 = 2'',1570,$$
$$t = 0{,}5915.$$

(*) Les expériences avec le barreau d'argent sont les premières, que j'aie faites sur les oscillations transversales, quand je n'étais pas encore suffisament exercé à compter ces oscillations souvent très rapides et quand je n'avais pas encore appris par l'expérience, combien il est important de bien serrer le barreau dans l'étau, surtout au point, où il sort de l'étau, c'est à dire au point fixe.

$$\lambda = 30,487$$
$$\sigma = 29,638$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,01423$$
$$\delta = 0,0000000843180$$
$$\delta' = 0,000000027975.$$

PLATINE.

Longueur totale de la barre (L) . . .	55,8270
Largeur (a)	0,87517
Épaisseur (b)	0,19324
Poids du barreau (P).	7,88992
Poids d'un pouce	0,141328

Longueur de la partie vibrante de la barre (l) . .	49,7470
Distance du centre de gravité du poids à l'extrémité encastrée (l)	49,4815
Poids (p').	12,32476
Moment d'inertie de la barre (i)	5799,73
Moment d'inertie du poids ($i' + q$)	30236,22
Moment d'inertie total (J).	36035,95.

$$t = 7'',5764,$$
$$t_1 = 0'',714593.$$

De là :

$$\lambda = 45,9220$$
$$\sigma = 40,3626$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06665$$
$$\delta = 0,0000000358664$$
$$\delta' = 0,0000000114166.$$

II) La longueur de la partie vibrante de la barre et la distance du centre de gravité du poids a l'extrémité encastrée sont restées les mêmes. . .

Poids (p)	9,29767
Moment d'inertie de la barre (i)	5799,73
Moment d'inertie du poids ($i' + q$)	22806,17
	28605,90.

$$t_1 = 1^s{,}8750,$$
$$t = 0^s{,}6673.$$

De là:

$$\lambda = 39{,}9429$$
$$\sigma = 45{,}0161$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06161$$
$$\delta = 0{,}0000000358213$$
$$\delta' = 0{,}0000000114023.$$

ZINC.

LAME № 10 (REPSOLD) FORTEMENT LAMINÉE DE LA FABRIQUE DE LA VIEILLE MONTAGNE à LIÈGE.

Longueur de la lame	47,960
Largeur de la lame (a)	0,9914385
Épaisseur de la lame (b)	0,09905
Poids de la lame	1,3496794
Pesanteur spécifique	7,1517.

I) Longueur de la partie vibrante (l) . . .	44,500
Poids (p)	1,25231
Moment d'inertie (i)	826,628
Moment de pesanteur (m)	27,8638.

a) ***La barre oscille sans poids:***

$t_1 = 0{,}^s4925$ (100 osc.),

$t = 0{,}^s3819$ (200 osc.).

De là:

$\lambda = 29{,}6667$

$\sigma = 28{,}6517$

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}01756$

$\delta = 0{,}000000633762.$

b) ***La barre oscille avec un poids:***

$l' = 44{,}200$

$p' = 0{,}68519.$

$t_1 = 1{,}^s3300$ (30 osc.),

$t = 0{,}^s5900$ (200 osc.).

$m = 27{,}8638$

$m' = 30{,}2854$

$M = 58{,}1492.$

$i = 826{,}628$

$i' = 1338{,}615$

$q = 0{,}152$

$J = 2165{,}395.$

De là:

$\lambda = 37{,}2386$

$\sigma = 33{,}9512$

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}04729$

$\delta = 0{,}000000063360.$

II) Longueur de la partie vibrante (l) . . . 31,780

Poids (p) 0,894345

Moment d'inertie (i) 301,087

Moment de pesanteur (m) . . . . . . 14,2112.

a) *La barre oscille avec un poids:*

$l' = 31,480$

$p' = 1,81730$

$$t_1 = 1'',1375,$$

$$t = 0'',51125.$$

$$m = 14,2112$$

$$m' = 57,2086$$

$$M = 71,4198.$$

$$i = 301,087$$

$$i' = 1800,927$$

$$q = 1,308$$

$$J = 2103,322.$$

De là:

$$\lambda = 29,4501$$

$$\sigma = 25,6595$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07132$$

$$\delta = 0,000000063079.$$

III) La lame fut retournée, et le poids fut fixé à l'extrémité opposée.

Longueur de la partie vibrante (l) . . .	31,540
Poids (p)	0,887591
Moment d'inertie (i)	294,317
Moment de pesanteur (m)	13,9973.

La lame oscille avec un poids:

$l' = 31,240$

$p' = 1,81730.$

$$t_1 = 1'',1167$$

$$t = 0'',5050.$$

$$
\begin{aligned}
m &= 13{,}9973 \\
m' &= 56{,}7725 \\
\hline
M &= 70{,}7698. \\
i &= 294{,}317 \\
i' &= 1773{,}571 \\
q &= 1{,}308 \\
\hline
J &= 2069{,}196.
\end{aligned}
$$

De là:

$$
\begin{aligned}
\lambda &= 29{,}2384 \\
\sigma &= 25{,}1146 \\
\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} &= 1{,}07898 \\
\delta &= 0{,}0000000633328.
\end{aligned}
$$

EXPÉRIENCES FAITES POUR DÉTERMINER, PAR DES OSCILLATIONS TRANSVERSALES, LE COËFFICIENT DE DILATATION ÉLASTIQUE DES VERGES, OU CYLINDRES TRÈS ALLONGÉS A SECTION CIRCULAIRE.

Pour les verges on a la formule suivante:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{3}{2}\,\frac{J}{\rho^4}\,\frac{(l_1^2 + l^2)}{(l_1^2 - l^2)}\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$$

ρ est le rayon de la verge; J, λ et σ se calculent tout à fait comme pour les lames (voyez oscillations transversales des lames). Lorsqu'il n'y a pas de poids à l'extrémité libre, on a: $J = \frac{1}{3}\, l^2 \,.\, p$, où p est le poids de la verge depuis le point fixe jusqu'à l'extrémité libre; $\lambda = \frac{2}{3}\, l$.

Pour avoir le poids p, on pèse toute la verge, on divise ce poids par la longueur totale de la verge, et on multiplie ce produit par la longueur de la verge entre le point fixe et l'extrémité libre.

Lorsqu'il y a un poids p' fixé à l'extrémité libre de la verge, à une distance l' du point fixe, ou du point, où la verge est serrée dans l'étau, on a:

$$J = \frac{1}{3} l^2 p + l'^2 p'$$

$$\lambda = \frac{\frac{1}{3} l^2 p + l'^2 p'}{\frac{1}{2} l p + l' p'}$$

Dans tous les deux cas, on a:

$$\sigma = 2 \frac{t_1^2 t^2}{(t_1^2 - t^2)} \cdot \frac{g}{\pi^2}.$$

CUIVRE JAUNE.

Fil de cuivre jaune № 2.

Un bout du même fil, dont le coëfficient d'élasticité avait été detérminé par la flexion et plus tard, comme on va voir dans le 2-ème volume de cet ouvrage, par les oscillations tournantes, a donné les résultats suivans :

A) Rayon du fil (ρ)	0,080703
Longueur de la partie vibrante du fil (l). . . .	42,6
Poids de cette partie (p)	0,28326
Moment d'inertie	171,350
Durée d'une oscillation transversale, la verge tournée en haut (t_1).	0",309875
la verge tournée en bas (t).	0",27475.

Ces valeurs substituées dans les formules donnent:

$$\lambda = 28,4000$$

$$\sigma = 27,6832$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,01286$$

$$\delta' = 0,000000019493.$$

Le même morceau a donné par la flexion:

$$\delta' = 0,000000019717.$$

Le même fil, qui avait servi pour observer la durée des oscillations tournantes, fut coupé en quatre morceau, dont un, ayant 46,550 de longueur, fut mis en expérience.

Poids de la partie vibrante du fil . . .	0,31769
Moment d'inertie	229,471.

Durée d'une oscillation transversale:

l'extrémité libre en haut $(t_1) = 0^s,37625$

l'extrémité libre en bas $(t) = 0^s,32400$

De là:

$$\log. \lambda = 1,4918214$$
$$\log. \sigma = 1,5026851$$
$$\delta' = 0,0000000187520.$$

Ce résultat ne saurait être très exacte, puisque les valeurs de t et de t_1 diffèrent si peu.

Un autre morceau du même fil fut mis en expérience avec le poids № 6 fixé a son extrémité:

Longueur de la partie oscillante du fil	26,840
Poids	0,187013
Moment d'inertie de cette partie	144,907
Moment de pesanteur	2,50988
Distance du centre de gravité du poids à l'extrémité fixe	26,440
Moment d'inertie du poids, par rapport au point fixe	744,101
Moment d'inertie propre du poids.	0,431
Moment de pesanteur du poids par rapport au point fixe	28,1430.

$$t_1 = 0^s,87950$$
$$t = 0^s,45417.$$

De là:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08111$$
$$\delta' = 0,0000000191831.$$

Un troisième morceau du même fil fut redressé avec un marteau de bois; il avait une longueur totale de 50,59, et pesait 0,3491482; ce qui donne pour le poids d'un pouce 0,00690152; c'est un peu plus, qu'a donné tout le fil, tel qu'il a été employé dans les

oscillations tournantes (*): il faut donc supposer, que le fil n'était pas également épais, ou que sa densité n'était pas exactement égale dans toute sa longueur; une augmentation de 0,000152 dans la valeur du rayon expliquerait la différence. Ce fil a donné les résultats suivants:

Rayon de la verge	0,080703
Longueur de la partie oscillante . . .	15,73
Poids	0,315607
Moment d'inertie	220,002
Moment de pesanteur	7,216.

a) *La verge oscille sans poids:*

$$t_1 = 0\text{''}36075$$
$$t = 0\text{''}31100.$$

De là:

$$\lambda = 30,4867$$
$$\sigma = 29,5063$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0165$$
$$\delta' = 0,0000000186285.$$

b) *La verge oscille avec un poids:*

$$l' = 44,90$$
$$p' = 0,3800$$

$$i' = 766,084$$
$$i = 220,002$$
$$q = 0,075$$
$$J = 986,161.$$

$$m = 7,216$$
$$m' = 17,062$$
$$M = 24,278.$$

(*) Dans ces expériences, le fil avait une longueur de 182,75 et chaque pouce pesait 0,0062848.

De là:

$$\lambda = 40{,}6195$$
$$\sigma = 35{,}8711$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06413$$
$$\delta = 0{,}0000000189602.$$

Une quatrième portion du même fil de cuivre jaune № 2, également redressée avec un marteau de bois, a donné les résultats suivans:

Longueur totale du fil . .	50,75
Poids.	0,3458116.

ce qui donne un poids de 0,00681402 pour chaque pouce; le poids moyen d'un pouce, pour toute la longueur du fil, a été trouvé égale à 0,00682481; la différence est donc fort petite:

Longueur de la partie vibrante	45,87
Poids de cette partie	0,312559
Moment d'inertie	219,214
Moment de pesanteur	7,1685.

1) *La verge oscille sans poids:*

$$t_1 = 0'',3630,$$
$$t = 0'',3100.$$

De là:

$$\lambda = 30{,}5800$$
$$\sigma = 29{,}1897$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02354.$$
$$\delta = 0{,}0000000189372.$$

2) *La verge oscille avec un poids:*

$$l' = 44{,}69$$
$$p' = 0{,}3179.$$

$$i = 219{,}214$$
$$i' = 642{,}604$$
$$q = 0{,}075$$
$$J = 861{,}893.$$

$$m = 7{,}1685$$
$$m' = 14{,}2928$$
$$M = 21{,}4613.$$
$$t_1 = 1''{,}1910$$
$$t = 0''{,}5875.$$
$$\lambda = 40{,}1603$$
$$\sigma = 35{,}7346$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06012$$
$$\delta' = 0{,}0000000188356.$$

Une cinquième portion du même fil de cuivre jaune № 2, également redressée avec un marteau de bois, a donné:

Longueur totale du fil . .	50,540
Poids	0,3443468.

ce qui donne un poids de 0,00681334 pour chaque pouce.

Longueur de la partie vibrante.	45,760
Poids de cette partie . . .	0,311779
Moment d'inertie	217,619
Moment de pesanteur . . .	7,1335.

1) *La verge oscille sans poids:*

$$t_1 = 0''{,}3120$$
$$t = 0''{,}3615.$$

De là:

$$\lambda = 30{,}5067$$
$$\sigma = 29{,}8928$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0102$$
$$\delta' = 0{,}0000000188065.$$

2) *La verge oscille avec un poids:*

b) $l' = 44{,}960$

$p' = 0{,}2562934.$

$$i = 217,619$$
$$i' = 518,072$$
$$J = 735,691.$$

$$m = 7,1335$$
$$m' = 11,5229$$
$$M = 18,6564.$$

$$t_1 = 0\rlap{.}{}^{s}9830$$
$$t = 0\rlap{.}{}^{s}5560.$$

De là:

$$\lambda = 39,434$$
$$\sigma = 35,610$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0522$$
$$\delta = 0,0000000188205.$$

Voici le résumé de toutes les valeurs de δ', trouvées ci-dessus:

$$\delta' = 0,000000018752$$
$$\delta' = 0,000000019183$$
$$\delta' = 0,000000018629$$
$$\delta' = 0,000000018960$$
$$\delta' = 0,000000018937$$
$$\delta' = 0,000000018836$$
$$\delta' = 0,000000018807$$
$$\delta' = 0,000000018821$$

Moyenne: $\delta' = 0,000000018866$

ou bien: $\delta = 0,000000059270$

Cuivre jaune № 1.

Le même fil de cuivre jaune, qui avait servi dans mes expériences, exposées dans

mon mémoire publié en 1849 dans les mémoires de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg (*), et qui avait donné, par la methode des oscillations tournantes

$$\delta' = 0{,}00000002139,$$

a été mis en expérience, après en avoir coupé un bout de 43 pouces environ.

Rayon du fil (ρ)	0,09518
Pesanteur spécifique	8,476
Longueur de la partie vibrante . . .	38,00
Poids	0,366931
Moment d'inertie	176,616
Moment de pesanteur	6,9717.

Le poids № 6 fut fixé à l'extrémité libre de la verge:

$$l' = 37{,}70$$
$$p' = 1{,}06625.$$

$$i' = 1515{,}380$$
$$q = 0{,}431$$
$$i = 176{,}616$$
$$J = 1692{,}427.$$

$$m' = 40{,}1958$$
$$m = 6{,}9717$$
$$M = 47{,}1675.$$

$$t_1 = 1''{,}07925$$
$$t = 0''{,}54306.$$

De là:

$$\lambda = 35{,}8812$$
$$\sigma = 30{,}9363$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07697$$
$$\delta' = 0{,}0000000178892.$$

(*) Voyez Mémoires de l'Académie des Sciences de St. Pétersbourg, VI série Sc. math. et phys. tom. V. (1849): Recherches expérimentales sur l'élasticité des métaux.

Le même fil a donné avec le poids № 1.

$$l' = 37,70$$
$$p' = 0,686975.$$

$$i' = 976,397$$
$$q = 0,152$$
$$i = 176,616$$
$$J = 1153,165.$$

$$m' = 25,8991$$
$$m = 6,9717$$
$$M = 32,8708.$$

$$t_1 = 0^s,47391$$
$$t = 0^s,7270.$$

De là:

$$\lambda = 35,0825$$
$$\sigma = 30.5954$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07082.$$
$$\delta' = 0,0000000178825.$$

Un autre bout du même fil, plus court, et redressé avec un marteau de bois, a donné:

Longueur de la partie vibrante du fil . .	26,82
Poids	0,25860
Moment d'inertie	62,0046
Moment de pesanteur	3,4678.

$$l' = 26,68$$
$$p' = 1,75568$$

$$i' = 1249{,}732$$
$$q = 1{,}308$$
$$i = 62{,}005$$
$$J = 1313{,}045.$$

$$m' = 46{,}8415$$
$$m = 3{,}4678$$
$$M = 50{,}3093.$$

$$t_1 = 0''{,}6930,$$
$$t = 0''{,}4250.$$

De là:

$$\lambda = 26{,}0992$$
$$\sigma = 22{,}6803$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07273$$
$$\delta = 0{,}0000000176118.$$

Ces valeurs de δ diffèrent considérablement des valeurs trouvées par les oscillations tournantes: nous en verrons plus tard la raison. Voyez le 2-ème volume de cet ouvrage.

Fil de cuivre jaune № 6, de la fabrique de Sawelieff.

Rayon du fil (ρ) . . .	0,063274
Pesanteur spécifique . . .	8,4309.

Quatre morceaux de ce fil, que je distinguerai par les lettres *a, b, c, d,* ont donné les résultats suivans:

Morceau a):

Longueur de la partie vibrante du fil . .	46,36
Poids	0,196698
Moment d'inertie	140,902.

Le fil oscille sans poids:

$$t = 0^s{,}5110 \text{ (1000 osc.)},$$
$$t_1 = 0^s{,}3945 \text{ (1000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 30{,}9067$$
$$\sigma = 30{,}1787$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0120$$
$$\delta' = 0{,}0000000189695.$$

Morceau b):

Longueur de la partie vibrante	45,690
Poids	0,193856
Moment d'inertie	134,897.

Le fil oscille sans poids:

$$t = 0^s{,}4985,$$
$$t_1 = 0^s{,}3865.$$

De là:

$$\lambda = 30{,}460$$
$$\sigma = 29{,}339$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0189$$
$$\delta = 0{,}0000000193230.$$

Morceau c):

Longueur de la partie vibrante	42,78
Poids	0,181509
Moment d'inertie	110,728.

Le fil oscille sans poids:

$$t = 0^s{,}4230,$$
$$t_1 = 0^s{,}3440.$$

De là:

$$\lambda = 28,5200$$
$$\sigma = 27,3751$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0207$$
$$\delta' = 0,0000000192723.$$

Morceau d):

Longueur de la partie vibrante	35,36
Poids	0,150027
Moment de pesanteur . . .	2,6524
Moment d'inertie	62,528.

Le fil oscille avec un poids:

$l' = 35,20,$
$p' = 0,2562934.$

$$i = 62,528$$
$$i' = 317,558$$
$$J = 380,086.$$

$$m = 2,6524$$
$$m' = 9,0215$$
$$M = 11,6739.$$

$$t = 0^s,55175 \text{ (2000 osc.)},$$
$$t_1 = 1^s,3765 \text{ (1000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 32,5586$$
$$\sigma = 28,4140$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07045$$
$$\delta' = 0,0000000189927$$

Donc:

Morceau a)	. .	$\delta' = 0,0000000189695$
» d)	. .	$\delta' = 0,0000000189927$
» b)	. .	$\delta' = 0,0000000193230$
» c)	. .	$\delta' = 0,0000000192723$
	Moyenne:	$\delta' = 0,0000000191394$.

Il est cependant probable, que la valeur obtenue avec le morceau *d* est la plus exacte.

FER.

Fil de fer № 3.

Rayon du fil (ρ)	0,1138
Longueur de la partie vibrante du fil (l).	42,00
Poids de cette partie (p)	0,520485
Moment d'inertie (i)	306,045
Moment de pesanteur (m)	10,9302.

e) $l' = 41,85$

$p' = 4,05662$.

$$i' = 7104,84$$
$$q = 8,11$$
$$i = 306,05$$
$$J = 7419,00.$$

$$m = 10,9302$$
$$m' = 169,7695$$
$$M = 180,6997.$$

$$t_1 = 1'',6033$$
$$t = 0'',6174.$$

De là:

$$\lambda = 41{,}057$$
$$\sigma = 35{,}061$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08214$$
$$\delta' = 0{,}0000000103298.$$

b) $l' = 41{,}85$

$p' = 3{,}29696.$

$$i' = 5774{,}36$$
$$q = 4{,}76$$
$$i = 306{,}05$$
$$J = 6085{,}17.$$

$$m = 10{,}930$$
$$m' = 137{,}978$$
$$M = 148{,}908.$$

$$t_1 = 1{,}1690$$
$$t = 0{,}5786.$$

De là:

$$\lambda = 40{,}8653$$
$$\sigma = 34{,}7357$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08465$$
$$\delta' = 0{,}0000000102675.$$

c) $l' = 41{,}85$

$p' = 1{,}81730.$

$$i' = 3182{,}85$$
$$q = 1{,}31$$
$$i = 306{,}05$$
$$J = 3490{,}21.$$

$$m = 10{,}930$$
$$m' = 76{,}054$$
$$M = 86{,}984.$$

$$t_1 = 0^s{,}6820$$
$$t = 0^s{,}47613.$$

De là:

$$\lambda = 40{,}125$$
$$\sigma = 34{,}646$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07617$$
$$\delta' = 0{,}0000000102530.$$

Une autre portion du même fil a donné:

Longueur de la partie vibrante (l). .	41,95
Poids de cette partie (p)	0,519865
Moment d'inertie (i)	304,953
Moment de pesanteur (m)	10,904.

a) $l' = 41{,}75$
$p' = 3{,}29696.$

$$i' = 5746{,}80$$
$$q = 4{,}76$$
$$i = 304{,}95$$
$$J = 6056{,}51.$$

$$m = 10{,}904$$
$$m' = 137{,}648$$
$$M = 148{,}552.$$

$$t = 1^s{,}1500,$$
$$t' = 0^s{,}5750.$$

De là :

$$\lambda = 40,7703$$
$$\sigma = 34,5346$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08654$$
$$\delta' = 0,0000000101945.$$

Résumé.

$$\delta' = 0,0000000103298$$
$$\delta' = 0,0000000102675$$
$$\delta' = 0,0000000102530$$
$$\delta' = 0,0000000101945$$

Moy.: $\delta' = 0,0000000102612$
$$\delta = 0,0000000322363.$$

FIL DE FER № 2.

Une portion du fil de fer, qui a été employé dans les expériences, dont les résultats ont été communiqués dans mon premier mémoire sur l'élasticité des corps élastiques, (Mémoires de l'Academie des Sciences de St. Pétersbourg; Sc. math. et phys. tom V, pag. 233), fut soumis aux mêmes expériences.

Rayon du fil (ρ)	0,080992
Longueur de la partie vibrante . . .	33,60
Poids de cette partie	0,208547
Moment d'inertie	78,481
Moment de pesanteur	3,5036.

Le fil oscille avec des poids:

a) $l' = 33,33$
$p = 0,68698.$

$$i' = 763{,}157$$
$$q = 0{,}152$$
$$i = 78{,}481$$
$$J = 841{,}790.$$

$$m = 3{,}5036$$
$$m' = 22{,}8970$$
$$M = 26{,}4006.$$

$$t_1 = 0{}^{s}{,}58525$$
$$t = 0{}^{s}{,}41700.$$

De là:

$$\lambda = 31{,}8860$$
$$\sigma = 27{,}6698$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07348$$
$$\delta' = 0{,}0000000103901.$$

b) $l' = 33{,}33,$
$p' = 1{,}8191.$

$$i' = 2020{,}810$$
$$q = 1{,}308$$
$$i = 78{,}481$$
$$J = 2100{,}599.$$

$$m = 3{,}5036$$
$$m' = 60{,}6302$$
$$M = 64{,}1338.$$

$$t_1 = 1{}^{s}{,}8525$$
$$t = 0{}^{s}{,}56789.$$

De là:

$$\lambda = 32{,}7534$$
$$\sigma = 27{,}8849$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08379$$
$$\delta' = 0{,}0000000104358.$$

c) $l' = \quad 33{,}33$
$p' = 1{,}06620.$

$$i' = 1184{,}430$$
$$q = \quad 0{,}431$$
$$i = \quad 78{,}481$$
$$J = 1263{,}342.$$

$$m = \quad 3{,}5036$$
$$m' = \quad 35{,}5364$$
$$M = \quad 39{,}0400.$$

$$t_1 = 0^s{,}83150$$
$$t = 0^s{,}483807.$$

et de là:

$$\lambda = 32{,}3602$$
$$\sigma = 27{,}7221$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08042$$
$$\delta' = 0{,}0000000103856.$$

Moyenne des valeurs précédentes:

$$\delta' = 0{,}0000000104038$$
$$\delta = 0{,}0000000326845.$$

Une autre portion du même fil de fer № 2 fut premièrement dressé par de petits coups appliqués avec un marteau de bois et ensuite mis en expérience:

Longueur de la partie vibrante .	30,87
Poids de cette partie . . .	0,191532
Moment d'inertie	60,8407
Moment de pesanteur . . .	2,9563.

Le fil oscille avec un poids.

$l' = 30,76$

$p' = 1,81914.$

$$m = 2,9563$$
$$m' = 55,9568$$
$$M = 58,9131.$$

$$i = 60,841$$
$$i' = 1721,230$$
$$q = 1,308$$
$$J = 1783,379.$$

$$t = 0'',5185$$
$$t_1 = 1'',2270.$$

De là:

$$\lambda = 30,2713$$
$$\sigma = 25,6394$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08658$$
$$\delta' = 0,0000000103178.$$

ACIER.

Fil d'acier № 4.

Le même fil d'acier, qui avait servi dans les expériences, qui seront rapportées dans le 2-ème volume de cet ouvrage, fut coupé en plusieurs morceaux, que nous désignerons par les № *a, b, c, d,* et qui avaient les longueurs et les poids suivans:

	Poids:	*Longueur:*
a)	0.2732064	53,750
b)	0,2736952	53,740
c)	0,2734375	53,785
d)	0,1325550	26,050.

On voit, que les morceaux de même longueur (on a fort peu de chose près) avaient aussi à fort peu de chose près le même poids, ce qui prouve, que le diamètre du fil était le même dans toute la longueur du fil, supposant, qu'il était parfaitement homogène. La longueur du fil tendu était un peu plus grande que la somme des longueurs données dans le tableau précèdent; elle était de 187,64.

Les quatre portions du fil, pesées dans le l'eau de 14°,6 avaient perdu:

0,1226798

de leur poids; ce qui donne, après avoir réduit au vide et à la température de $13°\frac{1}{3}$ R.

Pesanteur spécifique . . .	7,7572
Rayon du fil	0 072203.

La portion *a* du fil a donnée:

Longueur de la partie vibrante du fil . .	50,150
Poids de cette partie	0,2549
Moment d'inertie	213,700
Moment de pesanteur	6,3918.

On a fixé un poids à l'extrémité libre de la verge:

$$l' = 50{,}035$$
$$p' = 0{,}25629$$
$$t_1 = 0^s{,}57875$$
$$t. = 0^s{,}98710.$$

$$i = 213{,}700$$
$$i' = 641{,}631 \ (^*)$$
$$J = 855{,}331.$$

$$m = 6{,}3918$$
$$m' = 12{,}8237$$
$$M = 19{,}2155.$$

De là:

$$\lambda = 44{,}5126$$
$$\sigma = 39{,}9855$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0551$$
$$\delta' = 0{,}0000000098047.$$

FIL D'ACIER № 10 (ANGLAIS).

Rayon = 0,07271

Pesant. spéc. = 7,6935.

Longueur de la partie vibrante du fil.	79,840
Poids	0,40777
Moment d'inertie	866,432.

Le fil oscille sans poids:

$$t = 0{,}^{s}6475,$$
$$t_1 = 1{,}^{s}1150.$$

De là:

$$\lambda = 53{,}226$$
$$\sigma = 49{,}556$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}03637$$
$$\delta' = 0{,}0000000102847.$$
$$\delta = 0{,}0000000323102.$$

(*) La valeur de q n'a pu être déterminée, à cause de l'irrégularité de la forme du poids attaché à l'extremité libre de la verge; mais cette valeur est si petite, qu'on peut la négliger.

Le même fil, pris plus court, a donné:

Longueur de la partie vibrante	54.350
Poids	0,277584
Moment d'inertie	273,320.

$$t = 0'',3465$$

$$t_1 = 0'',4030.$$

De là:

$$\lambda = 36,233$$

$$\sigma = 36,072$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,00222$$

$$\delta' = 0,0000000101975$$

$$\delta = 0,0000000320364.$$

CUIVRE ROUGE.

Fil de cuivre rouge № 1.

Le même fil de cuivre rouge, dont le coëfficient d'élasticité avait été déterminé par des oscillations tournantes, (ces expériences seront rapportées dans le 2-ème volume de cet ouvrage), fut coupée en plusieurs morceaux; deux de ces morceaux furent employés pour déterminer le même coëfficient par des oscillations transversales.

Rayon du fil	0,1193925
Une pesée dans l'eau a donné plus tard	0,119469

mais j'ai cru inutile de refaire le calcul pour cette petite différence.

Pesanteur spécifique	8,9427.

1-er morceau:

Longueur totale du fil. . .	22,520
Poids du fil	0,361057
Poids d'un pouce	0,0160327
Longueur de la partie vibrante	18,380
Poids de cette partie . . .	0,294681
Moment d'inertie	33,184
Moment de pesanteur . . .	2,7081.

$l' = 18,155$
$p' = 12,08711.$

$$i' = 3983,962$$
$$i = 33,184$$
$$q = 54,392$$
$$J = 4071,538.$$

$$m = 2,708$$
$$m' = 219,442$$
$$M = 222,150.$$

$$t = 0'',56750$$
$$t_1 = 0'',35425.$$

De là:

$$\lambda = 18,331$$
$$\sigma = 16,108$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06678$$
$$\delta' = 0,0000000136976.$$

2-ème morceau:

Longueur totale du fil. . .	48,120
Poids du fil	0,7703451
Poids d'un pouce	0,0160088
Longueur de la partie vibrante	43,995
Poids de cette partie . . .	0,70431
Moment d'inertie	486,910
Moment de pesanteur . . .	15,4930.

$l' = 43,675$
$p' = 1,81730.$

$$i = 486,950$$
$$i' = 3470,020$$
$$q = 1,308$$
$$J = 3958,278.$$

$$m = 15,4930$$
$$m' = 79,4510$$
$$M = 94,9440.$$

$$t = 0",5210$$
$$t_1 = 0",8155.$$

De là:

$$\lambda = 41,6911$$
$$\sigma = 35,9294$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07720$$
$$\delta' = 0,0000000133527.$$

Moyenne des deux valeurs:

$$\delta' = 0,000000013525.$$

FIL DE CUIVRE ROUGE № 2.

Rayon du fil (ρ) = 0,078957 (résultat trouvé des pesées dans l'air et dans l'eau)
Pesanteur spécifique = 8,9241.

Longueur de la partie vibrante.	50,00
Poids	0,34927
Moment de pesanteur . . .	8,7318
Moment d'inertie.	291,060.

$$l' = 49,535$$
$$p' = 0,256293.$$

$$m = 8{,}7318 \qquad i = 291{,}0603$$
$$m' = 12{,}6955 \qquad i' = 628{,}8714$$
$$M = 21{,}4273. \qquad J = 919{,}931.$$
$$t = 1{,}''0025$$
$$t_1 = 0{,}''57175.$$

De là:

$$\lambda = 42{,}9327$$
$$\sigma = 37.9545$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06356$$
$$\delta' = 0{,}0000000135137.$$

Expériences faites avec une verge très forte.

Pour des verges et lames aussi fortes, que celle, qui a été employée dans les expériences suivantes, l'appareil représenté fig. 14, n'était plus assez fort; et j'ai été obligé de faire construire un autre appareil, représenté fig. 19. Cet appareil est composé de deux étaux *A* et *B* placés l'un au dessus de l'autre, sur des consoles de fonte fortement attachées au mur de la salle de l'observatoire. La construction des deux étaux se comprend facilement par l'inspection de la figure, ainsi que celle du porte-poids.

VERGE DE CUIVRE JAUNE № 3.

Rayon de la verge (ρ) . . . 0,33622.

a) *La verge oscille avec le poids № 12.*

Longueur de la partie vibrante de la verge (l)	62,55
Poids (p).	7,4450
Moment d'inertie (i)	9709,5
Moment de pesanteur (m)	232,307.

$$l' = 62{,}42$$
$$p' = 27{,}11888.$$

$i' = 105662,3$
$q = 315,7$
$i = 9709,5$
$J = 115687,5.$

$m = 232,307$
$m' = 1692,762$
$M = 1925,069.$

$t_1 = 0",7130$
$t = 0",5340.$

De là:

$\lambda = 60,0953$
$\sigma = 50,8772$
$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0868$
$\delta' = 0,0000000190599$
$\delta = 0,0000000598785.$

La flexion a donnée:

$\delta' = 0,0000000189074$
$\delta = 0,0000000593994$

b) *La verge oscille avec le poids № 13.*

$l' = 55,06$
$p' = 6,5535.$

$\imath = 6622,6$
$m = 180,418$
$l' = 54,93$
$p' = 52,11888.$

$$i' = 157258,6$$
$$i = 6622,6$$
$$q = 1050,8$$
$$J = 164932,0.$$

$$m = 180,418$$
$$m' = 2862,890$$
$$M = 3043,308.$$

$$t_1 = 0'',881667$$
$$t = 0'',5775$$

De là:

$$\lambda = 54.1950$$
$$\sigma = 45,7590$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08828$$
$$\delta' = 0,0000000189638.$$
$$\delta = 0,0000000595765.$$

Cette valeur approche encore davantage de la valeur trouvée par la flexion.

OSCILLATIONS TRANSVERSALES DES LAMES HORIZONTALES, DONT UNE EXTRÉMITÉ EST ENCASTRÉE.

Dans nos expériences précédentes, les lames élastiques, dont une extrémité était encastrée et l'autre libre, étaient fixées dans une position verticale : la durée de leurs oscillations ne dépendait donc pas seulement de leur élasticité, mais aussi de la pesanteur terrestre, et c'est précisement en séparant ces deux forces par un procédé particulier, que nous sommes pervenus à déterminer l'action de la pesanteur sur un pendule, dont les oscillations sont accompagnées d'un changement continuel de figure, la lame élastique n'étant droite qu'à l'instant où elle passe par sa position de repos, et adoptant dans tous

les autres instans la forme de cette courbe, qu'on appelle la courbe élastique. Nous avons vu, qu'une connaissance exacte de cette action était indispensable pour calculer, à l'aide de nos expériences, le coëfficient d'élasticité de ces lames, et qu'il n'est nullement permis d'assimiler dans le calcul, les oscillations d'une lame élastique aux oscillations pendulaires d'une lame droite.

Lorsqu'une lame élastique, dont une extrémité est encastrée, a une position horizontale, l'action de la pesanteur terrestre sur la durée des oscillations est nulle, pourvu que la lame soit assez large dans le sens vertical, pour ne pas se courber sensiblement par l'effet de son propre poids et du poids, qu'on a fixé à son extrémité libre; mais le moment d'inertie de cette lame doit néanmoins subir des modifications considérables par les changemens continuels que subit la figure géométrique de la lame, de sorte qu'on ne peut pas non plus, dans ce cas, se servir immédiatement des formules déduites de la théorie du pendule.

Pour éclaircir cette idée, je l'ai encore mise à l'épreuve de l'expérience; et j'ai trouvé, que la formule suivante satisfait également à toutes les observations que j'ai faites:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{9}{2} \cdot \frac{\pi^2}{g\ a\ b^3} \cdot \frac{J\ l'}{T_1^2} \cdot \sqrt{\frac{e}{\lambda}}.$$

Dans cette formule, T_1 est la durée des oscillations horizontales de la lame; les autres lettres ont la même signification, qu'auparavant. S'il n'y a point de poids fixé à l'extrémité libre de la lame, la formule se change en celle-ci:

$$\frac{1}{\delta'} = \frac{\pi^2\ p\ l^4}{g\ ab^3\ T_1^2} \cdot \sqrt{\frac{e}{\lambda}}.$$

Ces formules, comparées à celles qui se rapportent aux lames verticales, conduisent aux équations suivantes:

1) Pour les lames chargées d'un poids à leur extrémité libre:

$$\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{l'}{\lambda}.$$

2) Pour les lames sans poids à leur extrémité libre:

$$T_1 = T.$$

BARRE D'ACIER № 5.

Longueur de la partie vibrante de la barre	48,3011
Poids de cette partie	1,54199
Moment d'inertie	120,0089
Moment de pesanteur	37,2544.

a) Cette barre, placée verticalement, a donné, comme on peut voir plus haut, pag. 217.

$$t_1 = 0'',3798$$
$$t = 0'',3260$$

$$\lambda = 32,2133$$
$$\sigma = 31,6273$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,009245$$
$$\delta = 0,0000000295480.$$

La même lame, chargée du poids de 1,81730 (p') à son extrémité libre, à une distance de 48,075 de l'extrémité encastrée, a donnée:

$$t_1 = 1'',5867$$
$$t = 0'',6404$$

d'où l'on trouve:

$$J = 5401,560$$
$$\lambda = 43,3441$$
$$\sigma = 38,3800$$
$$\delta = 0,0000000296086.$$

b) La même lame, fixée horizontalement, et de sorte, que sa largeur était verticale (pour qu'elle ne puise se courber sensiblement, ni par son propre poids, ni même par l'effet du poids attaché à l'extrémité libre dans la dernière expérience), a donné:

Sans poids: $T_1 = 0^{s}.3506$. . . . (1)

Avec le poids (p'): $T_1 = 0^{s}.8850$. . . . (2).

Ces valeurs, substituées dans la formule ci-dessus, donnent:

Pour la 1-ère expérience: $\delta = 0,0000000296773$

Pour la 2-ème expérience: $\delta = 0,0000000296469$.

Ces valeurs diffèrent si peu des valeurs obtenues par les oscillations verticales, qu'on peut bien regarder la formule comme démontrée par l'expérience.

INFLUENCE DE LA CHALEUR SUR L'ÉLASTICITÉ DES CORPS SOLIDES.

Nous avons vu dans l'introduction, que l'élasticité des corps solides peut être envisagée sous plusieurs points de vue; on peut la considérer dans ses effets, lorsqu'ils se manifestent dans la dilatation longitudinale, ou dans la flexion ou dans la torsion des barres ou fils élastiques; mais on peut aussi la considérer dans les oscillations, produites par ces mêmes effets, lorsqu'ils n'agissent que momentanément, dans les oscillations longitudinales, transversales ou tournantes des barreaux ou fils élastiques. L'influence de la chaleur sur l'élasticité doit être envisagée des mêmes points de vue; il faut l'étudier séparément dans chacun des phénomènes cités; cette étude aura par conséquent autant de subdivisions. Nous commencerons par déterminer l'influence de la chaleur sur l'élasticité de flexion, et nous déterminerons premièrement l'influence des changemens de température sur la durée des oscillations transversales des barreaux élastiques; ensuite nous observerons les changemens, que cette durée peut avoir subis, lorsque l'action de la chaleur a cessé et lorsque le barreau est revenu à la température ordinaire.

A. INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE SUR LA DURÉE DES OSCILLATIONS TRANSVERSALES DES BARREAUX ÉLASTIQUES.

Le même procédé, que nous avons suivi, pour trouver la valeur du coëfficient élastique, nous servira aussi pour déterminer les variations, qu'il subit par l'action de la chaleur. Lorsqu'une lame élastique est fixée à son extrémité inférieure, et lorsque l'extrémité supérieure est chargée d'un poids convenable, ses oscillations sont très lentes, d'autant plus

que l'effet de la pésanteur (S) est plus rapproché de celui de l'élasticité (E), ou bien lorsque leur différence $E - S$ est très petite. On comprend facilement, que cette différence varie considérablement, lorsque la valeur de E varie, tandis que celle de S reste constante; or la valeur de S varie si peu par la chaleur en comparaison des variations de E, qu'on peut négliger cette variation; elle est le plus souvent insensible pour le petit nombre d'oscillations, qu'il est possible d'observer; une lame élastique fixée par une extrémité, est bien loin d'osciller aussi longtemps qu'un pendule.

Soient, comme auparavant, t_1 et t'_1 la durée d'une oscillation aux températures ω et ω' lorsque l'extrémité libre de la lame est en haut, et t, t' les durées de ses oscillations aux mêmes températures, lorsque l'extrémité libre est en bas, nous aurons par ce qui précède:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{9}{2} \frac{1}{ab^3} \frac{(t_1^2 + t^2)}{(t_1^2 - t^2)} \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} \text{ à la température } \omega,$$

et

$$\frac{1}{\delta'} = \frac{9}{2} \frac{1}{ab^3} \frac{(t'^2_1 + t'^2)}{(t'^2_1 - t'^2)} \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} \text{ à la température } \omega',$$

donc

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{(t'^2_1 - t'^2)}{(t'^2_1 + t'^2)} \times \frac{(t_1^2 + t^2)}{(t_1^2 - t^2)}.$$

Désignons par β l'accroissement du coëfficient de dilatation élastique pour 1° R. de chaleur, la force élastique même étant supposée égale à l'unité, nous aurons:

$$\frac{\delta'}{\delta} = 1 + \beta\,(\omega' - \omega).$$

Comme la valeur de t varie fort peu et d'une manière insensible pour la durée d'une observation (à cause du court espace de temps, que la lame oscille sans s'arrêter), on peut mettre $t' = t$ ce qui dispense de l'observation faite à celle des deux températures, qui diffère de la température ordinaire. Nous aurons donc enfin:

$$\beta = \frac{1}{(\omega' - \omega)} \left(\frac{(t'^2_1 - t^2)}{(t'^2_1 + t^2)} \frac{(t_1^2 + t^2)}{(t_1^2 - t^2)} - 1 \right).$$

Pour porter les lames à des températures différentes, je me suis servi de deux appareils, l'un pour les températures plus basses et l'autre pous les températures plus hautes que celle de la salle d'observation. Le premier consiste en une caisse fermée de tous

les côtés, solidement établie, et communiquant avec la rue par une double fenêtre, qu'on peut ouvrir ou fermer, de sorte qu'on pouvait y faire entrer, à l'hiver, le froid de la rue, qui est quelquefois à St. Pétersbourg de plus de — 25° R. Une porte, également à parois doubles, opposée à la fenêtre, s'ouvre dans la salle chauffée pendant l'hiver et laisse entrer l'air chaud de la salle dans l'intérieur de la caisse. Dans cette porte, il y a une ouverture, fermée par deux glaces parallèles entr'elles; c'est par cette espèce de fenêtre, qu'on peut voir osciller la lame et observer la durée de ses oscillations.

Pour les températures plus hautes que la température ordinaire, j'ai fait établir dans une des salles d'observation, sur des consoles très solides, scellées dans le mur, un cylindre de tôle de cuivre, à doubles parois, représenté fig. 21.

L'espace compris entre les deux parois est en communication, par un tuyeau, avec une chaudière placé au dessous de la salle dans l'étage inférieur; lorsqu'on chauffe de l'eau dans cette chaudière, les vapeurs d'eau s'élèvent par le tuyeau *a*, remplissent l'intervalle vide entre les deux parois du cylindre et donnent à l'intérieur du cylindre une température, qui approche plus ou moins de la température de l'eau bouillante. L'eau produite par la condensation des vapeurs d'eau est ramenée par le tuyeau *b* et se rend préalablement dans le vase *d*, d'où l'on peut la verser de nouveau dans la chaudière. Les ouvertures *k*, *k'*, *k''*, pratiquées dans les parois du cylindre, sont fermées par deux glaces parallèles, de sorte que l'air dans l'intérieur du cylindre ne peut se refroidir par ces fenêtres. La fenêtre supérieure *k''* est placée de sorte qu'on puisse voir la division attachée à l'extrémité supérieure de la lame et observer les oscillations de celle-ci par une lunette, qu'on a eu le soin de placer à une certaine distance du cylindre et de diriger sur la division. Dans la caisse aussi bien que dans l'intérieur du cylindre, on a suspendu plusieurs thermomètres visibles de dehors, à des hauteurs différentes, pour pouvoir observer aussi souvent que cela est nécessaire, la température de l'air, qui entoure la lame, et qui fut prise pour celle de la lame même.

Je n'ai pas besoin de dire, qu'on a toujours attendu plusieurs heures pour qu'on fût sûr, que la lame avait bien pris la température de l'espace, qui l'entourait.

Pour établir les lames verticalement, on ne s'est pas servi de notre grand étau qui

aurait exigé trop de place, mais de l'appareil représenté fig. 22. L'appareil, dans lequel l'extrémité de la lame est serrée, est composé d'un étau *A* et de deux plaques de fonte *a*, *a* parfaitement travaillés l'une sur l'autre, de sorte que l'extrémité de la lame, serrée entre les deux plaques, l'est dans toute son étendue et également sur tous les points, et qu'elle n'a aucun jeu là, où elle sort d'entre les plaques. Les deux plaques sont pressées fortement l'une contre l'autre par de fortes vis, qui empêchent en même temps, qu'elles ne puissent glisser l'une sur l'autre. Les deux plaques sont à leur tour serrées dans l'étau par le moyen de la vis *b*; l'étau a trois vis à caler, avec lesquelles on peut donner à la lame une position parfaitement verticale; cela se fait, comme nous l'avons vu plus haut, par le moyen de la lunette de l'instrument de passage représenté fig. 20. Pour mettre la lame en vibration, on touche son extrémité supérieure avec une tige, qui traverse la caisse, dans laquelle la lame est établie, et se rend en dehors, de sorte qu'on peut mouvoir cette tige sans avoir besoin d'ouvrir la porte de la caisse. Dans l'appareil représenté fig. 21 et qui sert pour les températures, qui sont au dessus de la température ordinaire, il y a aussi une tige semblable, qui traverse le couvercle *g*, doublé de liège. C'est par l'ouverture, fermée par ce couvercle, qu'on introduit la lame dans l'intérieur du cylindre, c'est à travers la porte *f* (également doublée de liège), qu'on la serre dans l'étau, et qu'on lui donne une position parfaitement verticale. Comme la vapeur d'eau se porte toujours vers la partie supérieure de l'appareil, on trouve souvent, que la température au fond du cylindre est un peu inférieure à celle de sa sommité; pour rendre la température égale, on place sous le fond du cylindre, en dehors, une lampe à esprit de vin, qu'on règle avec soin sur les indications du thermomètre inférieur, visible par l'ouverture *k*.

L'enveloppe *B* est un trépied très solide, fermé par derrière par des planches légères, percées par des fenêtres. Cette enveloppe sert à garantir la lame des courans d'air, qui sont très vifs, lorsque la fenêtre, qui laisse entrer dans la caisse l'air du dehors, est ouverte. La planche très forte *C* a une ouverture, pour laisser passer l'éxtrémité supérieure de la lame avec son poids. Après avoir observé la durée des oscillations de la lame — observation, qui se fait tout-à-fait comme nous l'avons décrit plus haut — successivement aux deux températures, on sort la lame avec les deux plaques *a*, *a* de l'étau *A*, on

la renverse, on établit l'étau sur la planche C du trépied, et on y serre la même extrémité de la lame, qui, après avoir été renversé, est devenue son extrémité supérieure. On observe encore la durée des oscillations de la lame dans cette position renversée: c'est la valeur de t dans la formule plus haut. Cette observation se fait seulement à la température ordinaire.

Les lames, dont on s'est servi dans les expériences suivantes, ont été, à fort peu d'exceptions près, les mêmes, qui ont été employées pour déterminer le coëfficient de dilatation élastique; leurs qualités, dimensions, poids et pesanteurs spécifiques, ont été communiquées plus haut.

Expériences relatives à l'influence de la température sur le coëfficient de dilatation élastique des metaux.

ARGENT.

Épaisseur de la lame 0,114
Largeur. 0,895
Distance de l'extrémité encastrée jusqu'au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre de la lame. 44,5.

Valeur de $\delta = 0,00000008038$.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des oscillations.	Temp.	Durée des oscillations.
	+ 13,6	7",0000	— 0,6	5",8000
	13,8	7",0500	— 0,5	5",8070
	13,8	7",0400	— 0,7	5,7708
Moyenne	+ 13,7	7",0300 (t_1)	— 0,6	5",7926 (t_1')

Le poids est en bas:

Temp. + 13,7 . . . 0,66181 (t)
— 0,6 . . : 0,66059 (t').

Ces observations calculées d'après la formule:

$$\beta = \frac{1}{\omega' - \omega} \times \left(\frac{(t'^2_1 - t'^2)}{(t'^2_1 + t'^2)} \times \frac{(t^2_1 + t^2)}{(t^2_1 - t^2)} - 1\right)$$

donnent $\beta = 0{,}000582.$

Si l'on n'avait pas observé la valeur de t à la température de — 0,6, nous aurions été obligé de mettre $t = t' = 0{,}66181$, et nous aurions trouvé:

$$\beta = 0{,}000589.$$

Cette valeur diffère fort peu de la valeur précédente et on voit, qu'il serait inutile d'observer la durée des oscillations à une température plus basse (ou plus haute) que la température ordinaire, lorsque le poids est en bas.

B) La même lame fut serrée un peu plus près de son extrémité libre, de sorte que la distance entre l'extrémité encastrée au centre de gravité du poids fut moindre.

Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	+ 13,55	6",900	+ 1,55	5",860
		6",925	1,60	5",900
		6",900	1,60	5",875
		6",875		
Moyenne	+ 13,55	6",900	+ 1,58	5",912

Le poids est en haut:

$$t = 0",66143.$$

De là: $\beta = 0{,}000558.$

C) La lame fut serrée encore plus près de son extrémité libre, de sorte que la distance entre l'extrémité encastrée au centre de gravité des poids ne fut que de 31 pouces. Comme la durée des oscillations diminuait sensiblement avec leur amplitude, on a toujour

commencé et fini par la même amplitude de sorte qu'on peut présumer, qu'aucune erreur n'a été introduite par cette circonstance dans le résultat final.

Le poids (de 3,30 livres) est en haut:

Plus grande amplitude 3° 42′

Plus petite amplitude 11′.

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 15,7	5″,133	— 0,6	4″,3468
	5″,125	— 0,8	4″,3594
	5″,125	— 0,9	4″,3583
15,5	5″,125		
Moyenne + 15,6	5″,1270	— 0,8	4″,3548

La lame faisait 30 oscillations à la température ordinaire et 62 à la température de — 0,8.

Lorsque le poids était en bas, on a trouvé:

$$t = 0\text{″},56088.$$

De là on trouve:

$$\beta = 0,000563.$$

Nous avons donc, terme moyen:

$$\beta = 0,000568.$$

CUIVRE JAUNE.

Les dimensions et qualités des lames № 1 à 9, qui furent employées dans ces expériences, ont été communiquées plus haut (voyez page 61).

Lame de cuivre jaune № 2.

Distance entre l'extrémité encastrée et le centre de gravité du poids 39,5 pouces. Poids attaché à l'extrémité libre 1,8.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 13,4	4",8167	— 10,2	4",1214
13,8	4",8033	10,2	4",1167

b) Le poids est en bas:

$$t = 0",63012$$

De là:

$$\beta = 0,0005341$$
$$\beta = 0,0005217$$
$$\text{Moyenne} = 0,0005279$$

La lame fut serrée plus près de son extrémité libre, de sorte que la longueur de sa partie vibrante était devenue plus petite.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 15,5	3",6200	— 10,5	3",2660

b) Le poids est en bas:

$$t = 0",6220$$

De là:

$$\beta = 0,0005231.$$

LAME DE CUIVRE JAUNE № 1.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 15,60	11",0100	— 5,05	7",3630

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ oscil.} = 0",6807$$

De là:

$$\beta = 0,0004596$$

La lame fut enfoncée dans l'étau, et le poids, fixé à l'extrémité libre, fut en même temps augmenté.

a) Le poids est en bas:

1 oscil. = 0",6764

b) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 13,7	12",0882 (40 osc.)	— 11,4	7",0938 (45 osc.)
13,7	12",1575 (34 osc.)	11,2	7",1000 (50 osc.)
Moyenne + 13,7	12",1229	— 11,3	7",0969

De là: $\beta = 0,00047956$

LAME DE CUIVRE JAUNE № 4.

I) Distance de l'extrémité encastrée au centre de gravité du poids fixé à l'extrémité libre 3,62684

Poids fixé à l'extrémité libre. . . . . 12,32476.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 15,6	6",5000	— 2,1	5",2708
15,9	6,5391	— 2,0	5,2698
14,5	6,4455		
Moyenne + 15,33		— 2,05	5",2703

b) Le poids est en bas:

1 oscil. = 0",61864

De là: $\beta = 0,00054421$

II) Longueur de la partie vibrante de la lame. . . . 47,8063

Poids de cette partie 2,9890

Distance de l'extrémité encastrée au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre 47,5594

Poids attaché à l'extrémité libre 6,35629

Moment d'inertie du poids, rapporté à son axe, qui passe par son centre de gravité . . . . . 18,351.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	+ 15,6	2ˢ,9928	+ 0,5	2ˢ,8821
	14,0	2ˢ,9768	— 3,4	2ˢ,8547
Moyenne	+ 14,80	2ˢ,9848	— 1,45	2ˢ,8684

b) Le poids est en bas:

1 oscil. = 0ˢ,682521.

De là: $\beta = 0{,}0005368$.

On peut voir dans la 1-ère partie de cet ouvrage que $\delta = 0{,}0000000767831$.

Lame de cuivre jaune № 3.

Longueur de la partie vibrante de la lame. . . .	47,3785
Poids de cette partie	2,99986
Distance de l'extrémité encastrée au centre de gravité du poids attaché à l'extémité libre	47,1316
Poids attaché à l'extrémité libre	9,29767
Moment d'inertie du poids, rapporté à son axe, qui passe par son centre de gravité	41,840.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 10,9	6ˢ,2760 (135 osc.)	+ 12,5	8ˢ,3796 (40 osc.)
	9,9	6ˢ,3384 (133 osc.)	12,5	8ˢ,4000 (54 osc.)
Moyenne	— 10,4	6ˢ,3072	+ 12,5	8ˢ,3998

b) Le poids est en bas:

1 oscil. = 0ˢ,701974.

De là: $\beta = 0{,}00047306$.

On a aussi:

$$\delta = 0{,}000000057545.$$

On voit, que la valeur de β est beaucoup plus petite pour le cuivre jaune martelé que pour le cuivre jaune fondu. On a effectivement en prenant la moyenne:

Pour le cuivre jaune martelé: $\beta = 0{,}0004708$

Pour le cuivre jaune fondu: $\beta = 0{,}0005330$

La valeur de β est en rapport direct avec la valeur de δ et en rapport indirect avec la pesanteur spécifique.

Cuivre jaune laminé dur anglais № 5.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	+ 12,10	1",97308 (650 osc.)	— 7,6	1",92929 (700 osc.)
	13,15	1",97461 (650 osc.)		
Moyenne	+ 12,625	1",97385		

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ osc.} = 0{,}66583.$$

De là: $\beta = 0{,}0005363.$

Cuivre jaune laminé dur anglais № 6 (autre espèce).

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 11,1	4",5458 (120 osc.)	+ 14,0	5",3062
	10,9	4",5417 (120 osc.)	14,0	5",3063
Moyenne	— 11,0	4",54375	+ 14,0	5",30625

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ oscil.} = 0",67625.$$

De là: $\beta = 0{,}00047566.$

Lame de cuivre jaune fondu № 7.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 12,05	4",9687 (160 osc.)	— 14,2	4",2925 (200 osc.)

b) Le poids est en bas:

1 oscil. = 0",6925 (1000 oscil.)

De là: $\beta = 0{,}0005067$.

Une deuxième expérience a donné:

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 14,1	3",3850 (200 osc.)	— 12,7	3",1420 (250 osc.)

b) Le poids est en bas:

1 oscil. = 0",6920 (1000 oscil.)

De là: $\beta = 0{,}0005055$.

Lame № 8, du même métal, mais martelé fortement.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Duree des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 15,8	2",6550 (400 osc.)	— 7,9	2",5481 (400 osc.)

b) Le poids est en bas:

1 oscil. = 0",68175 (2000 oscil.)

De là: $\beta = 0{,}0004813$.

PLATINE.

Épaisseur de la lame.	0,193
Largeur de la lame	0,875
Distance de l'extrémité fixe au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre	49,4865
Poids attaché à l'extrémité libre.	12,32

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 13,15	7",5764	— 1,0	7",0365

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",714593.

De là: $\beta = 0,00020074$.

Après avoir remplacé le poids attaché à l'extrémité libre de la lame par un autre, qui ne pesait que 9,30 on a trouvé.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 13,4	1",8750	— 3,8	1",8625

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",6673.

De là: $\beta = 0,00020145$.

LAME DE VERRE.

Largeur	1,0 (très inégale)
Épaisseur	0,15
Distance de l'extrémité fixe au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre	32,853
Poids attaché à l'extrémité libre	6,25

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 11,3	3",9000	— 8,0	3",7917
		— 12,3	3",7750
		— 4,8	3",8167

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ osc.} = 0''{,}56871.$$

Des deux observations, qui donnent la plus grande différence de température, on trouve:

$$\beta = 0{,}00012389.$$

Avec un poids plus petit on a obtenu:

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	+ 12,4	1'',6650	— 6,3	1'',6583
	13,7	1'',6659	— 3,9	1'',6589
Moyenne	+ 13,6	1'',6655	— 5,1	1'',6586

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ osc.} = 0''{,}61605.$$

De là: $\beta = 0{,}0001245.$

FONTE DE FER.

Fonte de fer № 1. (Pes. spéc. 7,130).

Longueur	45,7295
Largeur.	0,99662
Épaisseur	0,20675
Poids de la lame	2,68483
Distance de l'extrémité fixe au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre.	45,4848
Poids attaché à l'extrémité libre	12,32476
Moment d'inertie propre du poids	60,183

a) Le poids est en haut:

Les amplitudes des oscillations diminuent très rapidement, plus rapidement que pour

aucun autre métal, surtout à la température plus élevée, à laquelle on ne pouvait observer que 36 oscillations.

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
— 3,6	2",1666	+ 13,2	2",3529
— 3,6	2",1528		
Moyenne — 3,6	2",1597.		

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",66875.

De là: $\beta = 0,0018399$

$\delta = 0,000000056422.$

Fonte de fer № 3. L'épaisseur de cette lame n'avait que la moitié de celle de № 4; les autres dimensions étaient les mêmes. Pes. spéc. 7,124.

Poids attaché à l'extrémité libre 9,30

Distance de l'extrémité fixe au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre 47,1264

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 8,7	1",4545 (44 osc.)	+ 12,5	1",5500 (40 osc.)
		1,4688 (48 osc)		1",5521 (48 osc.)
		1",4712 (52 osc.)		
Moyenne		1",4648		1",5511

b) Le poids est en bas:

1 osc = 0",640625.

De là: $\beta = 0,0019267.$

Deuxième expérience avec quelques changemens.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 3,3	1",6705 (44 osc.)	+ 13,5	1",7500 (44 osc.)
		1",6667 (48 osc.)	13,8	1",7500 (44 osc.)
Moyenne	— 3,3	1",6686	+ 13,65	1",7500

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",6375.

De là: $\beta = 0,001618$.

ACIER.

Acier № 5, doux, laminé.

Distance de l'extrémité fixe au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre	48,06
Poids attaché à l'extrémité libre	1,817
Pesanteur spécifique	7,83

a) Le poids est en haut:

Température au commencement — 8,5
» à la fin — 8,7
Moyenne — 8,6

Hauteur du baromètre: 30,58 à 13,3° R.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30	(0) 12' 16",0	18	(150) 16' 11",0	12	(300) 20' 5",5
25	(50) 13' 34",0	16	(200) 17' 29",0	11	(350) 21' 24",0
21	(100) 14' 52",5	14	(250) 18' 47",5	9,5	(400) 22' 42",5

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
8,5	(450) 24′ 0″,8	3,9	(800) 33′ 8″,5	1,7	(1150) 42′ 16″,5
7 5	(500) 25′ 19″,0	3,4	(850) 34′ 26″,5	1,5	(1200) 43′ 34″,5
6,8	(550) 26′ 37″,0	3,0	(900) 35′ 45″,0	1,3	(1250) 44′ 52″,5
6,0	(600) 27′ 55″,5	2,8	(950) 37′ 3,0	1,1	(1300) 46′ 11″,0
5,2	(650) 29′ 13″,5		(1000) —	1,0	(1350) 47′ 29″,5
4,8	(700) 30′ 32″,0	2,1	(1050) 39′ 40″,0		
4,2	(750) 31′ 50″,0	2,0	(1100) 40′ 58″,0		

1350 oscillations en 35′ 13″,5

1 osc. = 1″,56556.

Température au commencement + 12,10

» à la fin + 12,20

Moyenne + 12,15

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30,0	(0) 55′ 4″,5	8,0	(250) 1′ 40″,0	2,5	(500) 8′ 15″,5
22,0	(50) 56′ 23″,5	6,0	(300) 2′ 59″,5	2,0	(550) 9′ 34″,5
17,0	(100) 57′ 43″,0	5,0	(350) 4′ 18″,5	1,5	(600) 10′ 53″,5
13,2	(150) 59′ 2″,0		(400) 5′ 37″,5	1,1	(650) 12′ 12″,5
10,0	(200) 0′ 21″,0	3,0	(450) 6′ 56″,5	1,0	(700) 13′ 32″,0

700 osc. à 18′ 27″,5

1 osc. = 1″,58214.

b) Le poids est en bas :

1500 osc. en 15′ 59″,5

1 osc. = 0″,639667.

De là: $\beta = 0{,}00034446$.

La même lame avec un poids de 3 livres.

a) Le poids est en haut:

	Témp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 15,35	7",1850	+ 13,7	11",0166
	— 15,35	7",1875	+ 13,6	10",9688
	— 15,70	7",1888		
Moyenne	— 15,47	7",1871	+ 13,65	10",9927

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",67808.

De là: $\beta = 0,00035097$.

On a trouvé auparavant:

$\delta = 0,00000002960$.

Acier forgé anglais № 15, avec un poids de 15 livres environ, attaché à l'extrémité libre.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.		Temp.	Durée des osc.
— 13,90	2",2892 (600 osc.)		+ 13,6	2",34625
			+ 13,5	2",34375
		Moyenne	+ 13,55	2",34500

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",6950.

De là: $\beta = 0,0003198$.

Acier fondu doux № 6.

Largeur	0,9943
Épaisseur	0,09583
Distance de l'extrémité fixe au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre	49,200
Poids attaché à cette extrémité	1,8173

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
— 11,7	3ˢ,2733 (450 osc.)	+ 14,1	3ˢ,4000 (300 osc.)

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0ˢ,6935.

De là: $\beta = 0,00025582$.

La même lame d'acier doux fondu fut enfoncée davantage dans l'étau, de sorte que la partie vibrante de la lame en fut diminuée; elle n'était que de 34,845; un poids de 4,06 seulement fut fixé à son extrémité libre.

a) Le poids est en haut:

Température au commencement + 13,50
» à la fin + 13,50
Barom. 30,38.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
28	(0) 15′ 41ˢ	7	(250) 25′ 39ˢ,0	2,5	(500) 35′ 36ˢ,5
21	(10) 17′ 40ˢ,5	6	(300) 27′ 38,5	2,0	(550) 37′ . . .
15	(100) 19′ 40ˢ,5	5	(350) 29′ 38,0	1,8	(600) 39′ 35ˢ,0
12	(150) 21′ 40ˢ,0	4	(400) 31′ 37ˢ,5	1,5	(650) 41′ 34ˢ,5
9	(200) 23′ 39ˢ,5	3,5	(450) 33′ 37ˢ,0	1,0	(700) 43′ 34ˢ,0

700 oscil. en 1673ˢ,0
1 osc. = 2ˢ,3900.

Température au commencement — 11,0
» à la fin — 10,3.
Barom. 30,14.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
35,0	(0) 32′ 3″,5	10	(300) 43′ 42″,5	3,0	(600) 55′ 22″,5
...	(50) 34 0,0	8	(350) 45 39,0	2,5	(650) 57 19,0
21	(100) 35 56.5	...	(400) 47 36,5	2,0	(700) 59 15,5
16	(150) 37 53,0	4,5	(450) 49 32,5	...	(750) ......
13	(200) 39 50,0	4,0	(500) 51 29,0	1,3	(800) 3 8,5
12	(250) 41 46,0	3,5	(550) 53 26,0	1,0	(850) 5 5,0

850 osc. en 1981″,5

1 osc. = 2″,3312.

Température au commencement — 9,9

» à la fin — 9,6.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
31	(0) 26′.54″,0	7,0	(350) 40′ 30″,5	2,5	(700) 54′ 7″,5
24	(50) 28′ 50″,5	5,8	(400) 42′ 27″,5	2,0	(750) 56′ 4″,0
19	(100) 30′ 47″,0	5,0	(450) 44′ 24″,0	1,8	(800) 58′ 1″,0
15	(150) 32′ 43″,5	4,0	(500) 46′.20″,5	1,4	(850) 59′ 57″,0
12	(200) 34′ 40″,5	3,5	(550) 48′ 17″,5	1,4	(900) 1′ 54″,0
10	(250) 36′ 37″,5	3,0	(600) 50′ 14″,0	4,0	(950) 3′ 50″,5
8,2	(300) 38′ 34″,0	3,0	(650) 52′ 10″,5		

950 osc. en 2216″,5

1 osc. = 2″,5433.

b) Le poids est en bas:

3050 osc. en 1782″,5

1 osc. = 0″,58442.

De là: $\beta = 0{,}0002310$.

La même lame fut un peu retirée de l'étau, de sorte que sa partie vibrante avait une longueur de 36,194; le poids, attaché à son éxtrémité libre, fut augmenté de 0,103.

a) Le poids est en haut:

Température au commencement + 13,8
» à la fin + 13,6

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
26,0	(0) 0' 15",0	8,5	(80) 8' 20",0	2,0	(160) 16' 25",0
18	(20) 2' 16",0	6,0	(100) 10' 21",0	2,0	(180) 18' 26",0
13	(40) 4' 27",0	4,5	(120) 12' 22",5	2,0	(200) 20' 28",0
10	(60) 6' 18",5	2,3	(140) 14' 23",5		

200 osc. en 1213",0
1 osc. = 6",0650.

Température au commencement — 10,2
» à la fin — 10,2

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30	(0) 8' 25",5	11	(80) 15' 34",5		(160) 22' 43",5
23	(20) 10' 12",5	8	(100)		(180) 24' 31",0
14	(40) 12' 0",0		(120) 19' 9",0		(200) 26' 18",0
14	(60) 13' 475		(140) 20' 56",5		

200 osc. en 1072",5
1 osc. = 5",3625.

b) Le poids est en bas: 4000 osc. en 2445",0.

1 osc. = 0",61125.

De là: $\beta = 0{,}00023900$

ainsi la moyenne: $\beta = 0{,}0002350.$

La valeur de δ fut determinée, avec beaucoup de soin, par une longue série d'expériences (voyez la première partie de cet ouvrage), ainsi qu'il suit:

$$\delta = 0{,}000000030106.$$

ACIER FONDU DOUX № 7 (autre espèce).

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durèe des osc.
	+ 13,75	9",3000 (45 osc,)	— 13,4	7",1357 (70 osc.)
	+ 13,80	9",2750	— 13,4	7",1500 (80 osc.)
Moyenne	+ 13,78	9",2875	— 13,4	7",1429

b) Le poids est en bas: 1 osc. = 0",7110

De là: $\beta = 0{,}00029882.$

ACIER FORGÉ ANGLAIS № 14.

a) Le poids est en haut:

Température au commencement — 13,9

» à la fin — 14,2

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
28,0	(0) 0′ 27",0	8,5	(140) 12′ 49",5	3,0	(280) 25′ 1",0
23,0	(20) 2′ 11",5	7,5	(160) 14′ 34",0	2,5	(300) 26′ 45",0
19,0	(40) 3′ 56",0	6,0	(180) 16′ 18",5	2,0	(320) 28′ 29",5
16,0	(60) 5′ 40",5	5,2	(200) 18′ 3",0	2,0	(340) 30′ 14",0
14,0	(80) 7′ 25",0	4,5	(220) 19′ 47",3	. . .	(360) . . . . . .
12,0	(100) 9′ 10",0	4,0	(240) 21′ 32",0	1,5	(380) 33′ 42",5
10,0	(120) 10′ 54",5	3,8	(260) 23′ 16",5	1,0	(400) 35′ 27",0

400 osc. en 35′ 00″,0

1 osc. = 5″,2500 à — 14,05.

Température au commencement + 15,4

» à la fin + 15,3.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
26,0	(0) 51′ 31″,0	7,0	(100) 1′ 24″,5	2,2	(200) 11′ 17″,0
19,0	(20) 53′ 29″,5	5,5	(120) 3′ 23″,0	2,0	(220) 13′ 15″,8
15,0	(40) 55′ 28″,5	4,2	(140) 5′ 21″,5	2,0	(240) 15′ 14″,5
11,5	(60) 57′ 27″,0	3,0	(160) 7′ 20″,0	1,5	(260) 17′ 12″,0
9,0	(80) 59′ 25″,5	2,5	(180) 9′ 18″,5	1,0	

260 osc. en 25′ 41″,0

1 osc. = 5″,9280 à + 15,35.

b) Le poids est en bas:

3000 osc. en 34′ 34″,5

1 osc. = 0″,6915.

De là: $\beta = 0,0002555$.

On voit que la valeur de β est très différente pour les différentes espèces d'acier.

F E R.

Fer forgé suédois № 10.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 12,95	1″,4800 (400 osc.)	— 0,1	1″,4690 (500 osc.)

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0″,644995.

De là: $\beta = 0,0004555$.

FER LAMINÉ ANGLAIS (Bandeisen) № 12.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 12,4	2",8050 (300 osc.)	+ 13,5	2",9450 (100 osc.)
	— 12,1	2",8040 (250 osc.)	+ 13,6	2",9400 (50 osc.)
Moy.:	— 12,25	2",8045	+ 13,55	2",9425

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",69575

De là. $\beta = 0{,}00044158$.

FER LAMINÉ ANGLAIS № 13.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
— 3,4	5",9667 (60 osc.)	+ 15,2	7",2155 (30 osc.)

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",69475 (2000 osc.)

De là: $\beta = 0{,}0004625$.

FER FORGÉ ANGLAIS № 9.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	+ 13,4	2",3375 (200 osc.)	— 9,3	2",2850
	+ 13,1	2",3390 (200 osc.)	— 9,15	2",2840
Moyenne	+ 13,35	2",3383	— 9,23	2",2845

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0ˢ,6940 (2000 osc.)

De là: $\beta = 0,00037607$.

Lame de fer № 1, coupée dans une feuille de tôle selon la largeur de la lamination (c'est-à-dire, parallèlement à l'axe des laminoirs).

Largeur un pouce.
Épaisseur deux tiers d'une ligne.
Longueur de la partie vibrante . . 32,240
Poids fixé à l'extr. . . . . . . 1,75384.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	+ 14,95	5ˢ,0939 (80 osc.)	— 7,35	4ˢ,4750 (100 osc.)
	+ 14,90	5,0900 (80 osc.)		
Moyenne:	+ 14,93	5ˢ,0920		

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0ˢ,5815 (1000 osc.)

De là: $\beta = 0,0003533$.

Lame de fer № 2, coupée dans la même feuille de tôle, selon la longueur de la lamination (c'est-à-dire perpendiculairement à l'axe des laminoirs).

Largeur 1 pouce.
Épaisseur comme plus haut.
Longueur de la partie vibrante . . 34,50
Poids . . . . 1,1680.

a) Le poids est en haut:

I. Temp. au commencem. — 15,0 » à la fin — 15,0		II. Temp. au commencem. — 15,0 » à la fin — 14,8		III. Temp. au commencem. + 15,1 » à la fin + 15,2		IV. Temp. au commencem. + 15,3 » à la fin + 15,2	
Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	Élongation	Passages.
15,0	(0) 9′ 25″,0	19,0	(0) 33′ 14″,5	10	(0) 33′ 33″,0	20	(0) 46′ 23″,0
10,0	(100) 12′ 15″,0	11,0	(100) 36′ 4″,5	7	(100) 36′ 28″,5	8	(100) 49′ 18″,5
6,0	(200) 15′ 5″,5	7,0	(200) 38′ 55″,0	3	(200) 39′ 24″,0	3,2	(200) 52′ 14″,0
4,5	(300) 17′ 55″,5	5,0	(300) 41′ 45″,0	1,5	(300) 42′ 19″,0	1,5	(300) 55′ 9″,0
	(400) 20′ 45″,5	3,5	(400) 44′ 35″,0	0,9	(400) 45′ 14″,0	0,9	(400) 58′ 4″,0
	(500) 23′ 35″,5	3,0	(500) 47′ 25″,5				
	(600) 26′ 25″,5	2,0	(600) 50′ 15″,5				
	(700) 29′ 15″,5	1,5	(700) 53′ 5″,5				
	(800) 32′ 6,0	1,2	(800) 55′ 55″,5				

I. 800 osc. en 22′ 41″,0 à — 15,00
II. 800 osc. en 22′ 41″,0 à — 14,90

Moyenne: 800 osc. en 22 41″,0 à — 14,95

1 osc. = 1″,70125

III. 400 osc. en 11′ 41″,0 à + 15,15
IV. 400 osc. en 11′ 41″,0 à + 15″,20

Moyenne: 400 osc. en 11′ 41″,0 à + 15,18

b) Le poids est en bas:

1000 osc. en 9′ 22″,5
1 osc. = 0″,56250

De là: $\beta = 0{,}0004252.$

Les oscillations transversales ont donné (voyez la première partie de cet ouvrage):

Pour le № 1 . . . $\delta = 0{,}000000036012$
Pour le № 2 . . . $\delta = 0{,}000000033151.$

On voit qu'il y a une grande différence entre les valeurs de β, selon qu'elles se rapportent à une lame coupée parallèlement ou perpendiculairement à l'axe des laminoirs; pour les lames, coupées parallèlement à l'axe du laminoir, la valeur de β est plus grande, que pour les coupes perpendiculaires; tandisque celle de δ est plus petite pour les premières. Pour le cuivre jaune, nous avons trouvé que l'espèce, qui avait donné la plus grande valeur de δ, donnait aussi la plus grande valeur de β; mais les densités de ces deux espèces étaient très différentes, tandisque la densité des deux coupes était naturellement la même, puisqu'elle étaient faites dans le même morceau.

CUIVRE ROUGE.

LAME DE CUIVRE ROUGE LAMINÉ, largeur 1 pouce, épaisseur $1\frac{1}{2}$ lignes, longueur 52 pouces.

Distance de l'extrémité fixée dans l'étau au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre	48,6
Poids attaché à l'extrémité libre	9,3

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 13,05	1",5800 (400 osc.)	— 8,0	1",5544 (450 osc.)

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ osc.} = 0",6535$$

De là: $\beta = 0{,}00055995.$

La même lame avec un poids de 12,3 livres a donné.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 6,75	3",2938 (160 osc.)	+ 14,0	3",5313
	— 6,70	3",3043 (138 osc.)		3",5250
Moyenne	— 6°,725	3",2991	+ 14,0	3"5282

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",7025.

De là: $\beta = 0,00055394$.

ZINC.

Lame de zinc laminé; largeur 1 pouce, épaisseur 1½ lignes.

Distance de l'extrémité encastrée au centre de gravité du poids attaché à l'extrémité libre 32 pouces.

a) Le poids est en haut:

Les amplitudes des oscillations diminuent très rapidement.

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	— 12,3	1",0600 (200 osc.)	+ 13,6	1",0800
	— 12,3	1",0600 (100 osc.)	+ 13,9	1",0850
			+ 13,9	1,0780
			+ 13,9	1",0750
Moyenne	— 12,3	1",0600	+ 13,8	1",0785

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",5110.

De là: $\beta = 0,0006444$.

OR.

Une lame d'or pur de 45¾ pouces de longueur, 1 pouce de largeur et 1 ligne d'épaisseur, m'a donné sans poids les résultats suivans:

− 15°,3		+ 15°,		
Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.	
16,0	(0) 3′ 39″,0	17,0	(0) 0′ 35″,0	Le poids est en bas
13,0	(50) 5 22,5	13,0	(50) 2 23,0	1 Osc. = 0″,5905
11,0	(100) 7 6,5	9,0	(100) 4 11,0	De là
9,0	(150) 8 50,5	7,0	(150) 5 58,5	$\beta = 0{,}0003937$
7,0	(200) 10 34,5	5,0	(200) 7 46,5	
5,5	(250) 12 18,5	4,0	(250) 9 4,5	
4,5	(300) 14 2,5	3,1	(300) 11 22,0	
4,0	(350) 15 46,0	2,5	(350) 13 10,0	
3,0	(400) 17 30,0	2,0	(400) 14 58,0	
2,5	(450) 19 14,0	1,4	(450) 16 45,5	
2,0	(500) 20 53,5	1,0	(500) 18 33,5	
1,8	(550) 22 41,5		+ 15,2	
1,5	(600) 24 25,5		1 Osc. = 2″,1570	
1,1	(650) 26 9,0			
	− 14,9			
	1 Osc. = 2″,0769			

PLOMB.

LAME DE PLOMB LAMINÉ; longueur 40 pouces, largeur 1 pouce, épaisseur 0,11 du pouce; sans poids à l'extrémité libre.

a) Le poids est en haut:

	Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
	+ 13,6	1″,1500 (40 osc.)	− 8,8	1″,0600 (50 osc.)
		1″,1300 (50 osc.)		1″,0600 (50 osc.)
		1″,1400 (50 osc.)		
Moyenne		1″,1400		1″,0600

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ osc.} = 0^{s},5100 \ (200 \text{ osc.})$$

De là: $\beta = 0,003035.$

Résumé.

	β	Moyennes		β	Moyennes
Argent	0,000582		Acier forgé anglais. .	0,000320	
	558	0,000563	» » autre esp.	256	
	563		Acier fondu doux. . .	256	
Cuivre jaune battu . .	0,000460			231	
	480	0,000471		239	0,000242
	473		» » autre espèce	299	
» fondu	528		Fer forgé suédois. . .	456	
	523		Fer laminé.	442	
	544	0,000533	» autre espèce . . .	462	
	537		Fer forgé anglais. . .	376	
Cuivre jaune laminé 1-re esp.	536		Tôle de fer coupé parallèlement à l'axe du laminoir.	353	
» 2-e esp.	476				
Platine	0,000201	0,000201			
	201		Tôle de fer coupé perpendiculairement à l'axe du laminoir.	425	
Verre (glace).	0,000124	0,000125			
	125				
Fonte de fer doux . .	0,001840		Cuivre	560	
	1927	0,001795	Zinc (laminé)	644	
	1618		Plomb (laminé)	0,003035	
Acier, doux laminé. .	0,000344	0,000348	Or.	0,000394	
	351				

Influence de la température sur l'élasticité des métaux à des températures plus hautes que la température ordinaire.

CUIVRE JAUNE.

LAME № 6, CUIVRE JAUNE LAMINÉ DUR ANGLAIS.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. 14,0.			Temp. 14,0.		
Demi Ampl.	Passages.	Différence.	Demi Ampl.	Passages.	Différence.
45,0	(0) 0ʰ43′ 17″5		6,5	(300) 1ʰ 2′ 14″5	1′ 16″0
40,0	(20) 44 33,0	1′ 15″5	6,0	(320) 3 30,0	15,5
35,0	(40) 45 49,0	16,0	5,5	(340) 4 45,5	15,5
30,0	(60) 47 5,0	16,0	5,0	(360) 6 1,5	16,0
25,0	(80) 48 20,5	15,5	4,5	(380) 7 17,0	15,5
20,0	(100) 49 36,5	16,0	4,0	(400) 8 33,0	16,0
18,0	(120) 50 52,5	16,0	3,8	(420) 9 48,5	15,5
16,0	(140) 52 8,0	15,5	3,5	(440) 11 4,5	16,0
14,0	(160) 53 24,0	16,0	3,0	(460) 12 20,0	15,5
12,0	(180) 54 39,5	15,0	2,8	(480) 13 35,5	15,5
11,0	(200) 55 55,5	16,0	2,8	(500) 14 51,5	16,0
10,0	(220) 57 11,0	15,5	2,5	(520) 16 17,0	15,5
9,0	(240) 58 27,0	16,0	2,2	(540) 17 23,0	16,0
8,0	(260) 59 43,0	16,0	2,0	(560) 18 38,5	15,5
7,0	(280) 1 0 58,5	15,5			

+ 14,1

ainsi: 560 osc. en 35′ 21″0

1 osc. = 3″7875.

b) A une température plus élevée:

Temp. moyen. 75,9.		Temp. 76,7.	
Demi Ampl.	Passages.	Demi Ampl.	Passages.
30	(0) 6′ 30″,0	35	(0) 16′ 12″,5
—	(20) 8′ 12″,0	20	(20) 17′ 56″,0
—	(40) 9′ 54″,5	—	(40) 19′ 40″,0
4,0	(60) 11′ 37″,5	—	(60) 21′ 24″,5
3,0	(80) 13′ 20″,5	2,5	(80) 23′ 9″,0
80 osc. en 6′ 50″,5		80 osc. en 6′ 56″,5	
1 osc. = 5″,1313		1 osc. = 5″,2063	

c) A la température ordinaire:

Temp. + 13°,5.

Demi Ampl.	Passages.	Demi Ampl.	Passages.
22	(0) 4′ 36″,0		(240) 19′ 40″,5
	(20) 5′ 52″,0		(260) 20′ 55″,5
	(40) 7′ 7″,0		(280) 22′ 11″,0
	(60) 8′ 22″,5		(300) 23′ 26″,5
	(80) 9′ 38″,0		(320) 24′ 41″,5
12,5	(100) 10′ 53″,0		(340) 25′ 57″,0
	(120) 12′ 8″,5	3,5	(360) 27′ 12″,0
	(140) 13′ 24″,0		(380) 28′ 27″,5
	(160) 14′ 39″,0	3,0	(400) 29′ 42″,5
	(180) 15′ 54″,5		(420) 30′ 58″,0
	(200) 17′ 10″,0		(440) 32′ 13″,5
7,0	(220) 18′ 25″,0	2,2	(460) 33′ 28″,5

Temp. 13°,4.

460 osc. en 28′ 52″,0

1 osc. = 3″,6635

B) Le poids est en bas.

2000 osc. en 22′ 14″,0

1 osc. = 0″,6670

On trouve de là: $\beta = 0,00050044$.

Pour les températures au dessous de la température ordinaire, nous avons trouvé plus haut:

$\beta = 0,00047566$.

De là il suit, que l'influence de la température sur la force élastique des lames augmente avec la température On remarque également ici, que les amplitudes diminuent plus rapidement aux températures plus élevées, qu'à la température ordinaire.

CUIVRE JAUNE MARTELÉ № 1.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. + 14,5.

Demi Ampl.	Passages.	Demi Ampl.	Passages.
20	(0) 8′ 4″,5	5	(600) 26′ 13″,5
15	(100) 11′ 6″,0	4	(700) 29′ 15″,0
12	(200) 14′ 7″,5	3,5	(800) 32′ 16″,5
9	(300) 17′ 9″,0	3,0	(900) 35′ 17″,5
7	(400) 20′ 10″,5	2,5	(1000) 38′ 10″,0
6	(500) 23′ 12″,0	2,0	(1100) 41′ 20″,5

Temp. + 14,5

1100 osc. en 33′ 16″,0

1 osc. = 1″,8146.

b) A une température plus élévée:

Temp. + 80,0

Demi Ampl.	Passages.	Demi Ampl.	Passages.
28	(0) 36′ 55″,0		(400) 49′ 50″,0
	(100) 40′ 9″,0		(500) 53′ 4″,0
	(200) 43′ 22″,5		(600) 56′ 18″,0
	(300) 46′ 36″,5		(700) 59′ 32″,0

700 osc. en 22′ 37″,0

1 osc. = 1″,9386.

c) A la température ordinaire:

Demi Ampl.	Passages.	Demi Ampl.	Passages.
22	(0) 19′ 25″,5	5,0	(600) 37′ 34″,0
16	(100) 22′ 26″,5	4,0	(700) 40′ 35″,5
12	(200) 25′ 28″,0	3,5	(800) 43′ 37″,0
10	(300) 28 29″,5	3,0	(900) 46′ 38″,5
7,5	(400) 31′ 31″,0	2,2	(1000) 49′ 40″,0
6,0	(500) 34′ 32″,5		

1000 osc. en 30′ 14″,5

1 osc. = 1″,8145.

B) Le poids est en bas.

2000 osc. en 21′ 7″,0

1 osc. = 0″,6335

De là: $\beta = 0{,}0004764$

Cette valeur est aussi plus grande que celle que nous avons trouvée pour une température au dessous de la température ordinaire, pour laquelle nous avons eu:

$$\beta = 0{,}0004596.$$

Lame de cuivre jaune fondu doux № 2.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. + 14°,1.

Demi Ampl.	Passages.	
35	(0) 0′ 56″,5	
20	(50) 3′ 52″,5	
13	(100) 6′ 49″,5	350 osc. en 20′ 23″,5
9	(150) 9′ 46″,0	1 osc. = 3″,4957.
6	(200) 12′ 42″,0	
5	(250) 15′ 38″,0	
3,5	(300) 18′ 34″,5	
2,5	(350) 21′ 20″,0	

b) A une température plus élevée:

Temp. + 79°,1.

Demi Ampl.	Passages.	
30	(0) 5′ 31″,0	100 osc. en 8′ 6″,5
5	(50) 9′ 34″,0	1 osc. = 4″,8650.
1,5	(100) 13′ 37″,5	

B) Le poids est en bas.

2000 osc. en 21′ 43″,0

1 osc. = 0",6515

De là: $\beta = 0{,}0005258.$

La même lame a donné pour une température plus basse que la température ordinaire

$$\beta = 0{,}0005255$$

De là il suit, que l'influence de la température sur l'élasticité du cuivre jaune fondu et doux n'augmente pas avec la température.

Les expériences suivantes, faites avec les lames de cuivre jaune № 7, 8 et 9, démontrent, que les différences entre les valeurs de β pour le cuivre jaune fondu et le cuivre jaune martelé ont réellement leur cause dans une différence dans leur densités, et nullement dans une différence dans leur composition chimique; ces lames sont, comme nous le savons déjà par nos expériences précédentes, tirées du même morceau de cuivre jaune; la lame № 7 est restée telle qu'elle était; la lame № 8 a été fortement martelée, et la lame № 9 a été laminée. Pour ces trois lames, nous avons trouvé plus haut les valeurs suivantes de δ.

Lame № 7 . . . $\delta = 0{,}000000062095$ Pes. spéc. = 8.309
» № 8 . . . $\delta = 0{,}000000054643$ Pes. spéc. = 8,604
» № 9 . . . $\delta = 0{,}000000057088$ Pes. spéc. = 8,575.

Les trois lames soumises à des températures différentes, ont donné des valeurs de β différentes.

Lame de cuivre jaune fondu № 7.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. + 14,6.

Demi Ampl.	Passages.	Demi Ampl.	Passages.	
14,0	(0) 5′ 5",5	3	(400) 15′ 47",5	600 osc. en 16′ 3",0
9	(100) 7′ 46",0	8	(500) 18′ 28",0	1 osc. = 1",6050.
6	(200) 10′ 26",5	1,4	(600) 21′ 8",5	
4	(300) 13′ 7",0			

b) A une température plus élévée:

Temp. + 79,0.

Demi Ampl.	Passages.	
13	(0) 2′ 59″,0	
7	(100) 5′ 8″,0	400 osc. en 11′ 17″,5
4	(200) 7′ 57″,5	1 osc. = 1″,6925.
3,5	(300) 10′ 47″,0	
1,5	(400) 13′ 36″,0	

Une deuxième expérience a donné: Temp. 79°,5.

Demi Ampl	Passages.	
19	(0) 4′ 47″,0	
11	(100) 7′ 36″,0	500 osc. en 14′ 7″,0
6,5	(200) 10′ 25″,5	1 osc = 1″,6940
4	(300) 13′ 15″,0	
2,5	(400) 16′ 4″,5	
1,5	(500) 18′ 54″,0	

c) A la température ordinaire: Temp. 14,3.

Demi Ampl.	Passages.	
20	(0) 11′ 6″,0	
13	(100) 13′ 46″,5	
9	(200) 16′ 27″,0	700 osc. en 18′ 43″,0
6	(300) 19′ 7″,5	1 osc. = 1″,6033.
4	(400) 21′ 48″,0	
3	(500) 24′ 28″,5	
2	(600) 27′ 9″,0	
1,5	(700) 29′ 49″,0	

B) Le poids est en bas.

2000 osc. en 21′ 32″,0

1 osc. = 0″,6460

De là: $\beta = 0{,}0005396$.

Lame de cuivre jaune № 8 fortement martelée.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. + 14,8.

Demi Ampl.	Passages.	
12	(0) 8′ 34″,5	
8	(50) 11′ 1″,5	
5	(100) 13′ 28″,5	300 osc. en 14′ 40″,0
3,5	(150) 15′ 55″,0	1 osc. = 2″,9333
2,5	(200) 18′ 21″,5	
2,0	(250) 20′ 48″,0	
1,2	(300) 23′ 14″,5	

Une deuxième expérience a donné le même résultat.

b) A une température plus élevée:

Temp. 79,5.

Demi Ampl.	Passages.	
13	(0) 5′ 31″,0	150 osc. en 8′ 35″,0
6	(50) 8′ 22″,5	1 osc = 3″,4333.
2,8	(100) 11′ 14″,0	
1,2	(150) 14′ 6,0	

en répétant l'observation, j'ai trouvé, que la lame faisait:

150 osc. en 8′ 37″,0

donc: 1 osc. = 3″,4467.

c) A la température ordinaire:

Temp. + 15,4.

Demi Ampl.	Passages.	
14,0	(0) 25′ 57″,0	
9,5	(50) 28′ 24″,0	
6,5	(100) 30′ 51″,0	300 osc. en 14′ 41″,5
4,5	(150) 33′ 18″,0	1 osc. = 2″,9383.
...	(200) 35′ 45″,0	
2,5	(250) 38′ 11″,5	
1,5	(300) 40′ 38″,5	

B) Le poids est en bas:

1200 osc. en 13′ 46″,0

1 osc. = 0″,6883

De là on trouve: $\beta = 0{,}0004716.$

LAME DE CUIVRE JAUNE № 9 FORTEMENT LAMINÉE.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. + 15,3.

Demi Ampl.	Passages.	
16,0	(0) 1′ 36″,5	
8,5	(50) 4′ 22″,0	200 osc. en 10′ 59″,5
4,5	(100) 7′ 7″,0	1 osc. = 3″,2975.
2,5	(150) 9′ 51″,5	
1,6	(200) 12′ 36″,0	

b) A une température plus élevée:

Temp. + 78°,7.

Demi Ampl.	Passages.	
14	(0) 21′ 10″,0	100 osc. en 6′ 48″,0
3	(50) 24′ 34″,0	1 osc. = 4″,0800.
1	(100) 27′ 58″,0	

B) Le poids est en bas.

1000 osc. en 11′ 29″,0

1 osc. = 0″,6890

De là: $\beta = 0{,}0004855$.

Il résulte de ces expériences que l'influence de la température sur l'élasticité est plus grande pour le cuivre mou que pour le cuivre martelé ou laminé. Nous verrons plus tard, que si l'on chauffe un fil de cuivre jaune jusqu'à l'incandescence et le refroidit ensuite, l'influence de la température sur l'élasticité du fil est aussi plus grande après l'incandescence, c'est à dire: lorsque le fil est devenu plus mou — cependant, dans cette circonstance la pésanteur spécifique du cuivre jaune ne change pas; cela démontre, que ce n'est pas le changement de densité, qui produit ce changement dans la valeur de β. Nous verrons plus tard, que la dilatation des lames par la chaleur est aussi différente; nous avons trouvé:

pour le № 7. $d = 0{,}00002573$

№ 8. $= 0{,}00002498$

où d désigne l'accroissement de l'unité de longueur pour 1° R.

FER.

LAME DE FER № 11. FER FORGÉ SUÉDOIS. Pes. spéc. = 7,791.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. + 14 6.

Demi Ampl.	Passages.	
25	(0) 3′ 33″,0	
16	(100) 6′ 18″,0	
10	(200) 9′ 3″,0	800 osc. en 21′ 59″,0
7,5	(300) 11′ 48″,0	1 osc. = 1″,6488.
5,5	(400) 14′ 33″,0	
4,0	(500) 17′ 18″,0	
3,0	(600) 29′ 3″,0	
2,0	(700) 22′ 47″,5	
1,5	(800) 25′ 32″,0	

b) A une température plus élevée:

Temp. + 77,8.

Demi Ampl.	Passages	
25	(0) 2′ 57″,5	
14	(100) 5′ 49″,0	500 osc. en 14′ 17″,5
8,5	(209) 8′ 40″,5	1 osc. = 1″,7150.
4,5	(300) 11′ 32″,0	
3,0	(400) 14′ 23″,5	
1,5	(500) 17′ 15″,0	

B) Le poids est en bas.

2000 osc. en 21′ 32″,5

1 osc. = 0″,6463

De là: $\beta = 0{,}0003809$.

LAME DE FER № 13. FER ANGLAIS LAMINÉ EN BANDES. Pes. spéc. 7,647.

A) Le poids est en haut.

a) A la température ordinaire:

Temp. + 15,5.

Demi Ampl.	Passages.	
30	(0) 20′ 16″,0	
15	(100) 22′ 42″,5	500 osc. en 12′ 11″,5
7,5	(200) 25′ 9″,0	1 osc. = 1″,4630.
4,5	(300) 27′ 35″,0	
2,5	(400) 30′ 1″,5	
1,5	(500) 32′ 27″,5	

b) A une température plus élevée:

+ 79,1.

Demi Ampl.	Passages.	
30	(0) 34′ 5″,0	
16	(100) 36′ 37″,5	
9,0	(200) 39′ 10″,0	600 osc. en 15′ 14″,0
. . .	(300) 41′ 42″,0	1 osc. = 1″,5233.
4,0	(400) 44′ 14″,5	
2,5	(500) 46′ 46″,5	
1,5	(600) 49′ 19″,0	

B) Le poids est en bas.

1000 osc. en 10′ 38″,5

1 osc. = 0″,6385

De là: $\beta = 0,0004884$.

L'élasticité du fer le plus dense (qui est aussi le fer le plus doux) est moins influée par la température, que celle du fer moins dense (et moins doux).

Pour les températures au dessous de la température ordinaire, nous avons trouvé des valeurs de β moins fortes.

L'influence de la chaleur sur l'élasticité du fer s'accroît donc avec la température.

FONTE DE FER № 3, TRÈS DOUX.

a) Le poids est en haut:

50 osc. en 1′ 24″,5	1 osc. = 1,690	à 14°,5
40 osc. en 1′ 8″,5	1 osc. = 1,710	
	Moyenne... 1,700	

b) A une température plus élevée:

20 osc. en 43″,5	1 osc. = 2,175	à 76°,5
30 osc. en 65″,0	1 osc. = 2,167	
	Moyenne... 2,171	

c) Le poids est en bas:

1 osc. = 0″,6375

De là: $\beta = 0,001880$.

Pour les températures au dessous de la température ordinaire, nous avons trouvé:

$$\beta = 0,001618.$$

FIL DE CUIVRE ROUGE № 1.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 13,2	0″,89525 (1000 osc.)	+ 78,2	0″,91540 (700 osc.)

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0″,5505

De là: $\beta = 0,0005983$.

Quand le fil s'était refroidi après avoir été chauffé jusqu'à 78°,2, il s'est trouvé que sa force élastique avait augmenté dans la proportion de 1 : 1,00388 (voyez plus loin l'influence d'une action passagère de la chaleur sur l'élasticité des métaux); la durée de ses oscillations à 13°,2 était de 0",89350; la valeur de β était donc plus grande, lorsque la température a baissé que lorsqu'elle s'est accrûe; on a eu effectivement, en baissant de 78°,2 jusqu'à 13°,2:

$$\beta = 0{,}0006602.$$

La moyenne entre ces deux valeurs est:

$$\beta = 0{,}00062925.$$

Le même fil fut chauffé au rouge et mis de nouveau en expérience après le refroidissement.

a) Le poids est en haut:

Temp.	Durée des osc.	Temp.	Durée des osc.
+ 10,8	1",0560 (500 osc.)	+ 78,0	1",0860 (500 osc.)

b) Le poids est en bas:

$$1 \text{ osc.} = 0",57875$$

De là: $\beta = 0{,}0005422.$

La valeur de β a donc considérablement diminué et elle est encore ici plus petite pour le métal le plus mou.

D. INFLUENCE D'UNE ÉLÉVATION PASSAGÈRE DE TEMPÉRATURE SUR L'ÉLASTICITÉ.

Nous avons vu dans ce qui précède, que le coëfficient d'élasticité des métaux varie d'après l'état, dans lequel ils se trouvent, selon qu'ils ont été fondus ou martelés ou laminés. Comme l'influence passagère de la chaleur change souvent cet état des métaux d'une manière permanente, il était probable, que cette influence changerait aussi leur coëfficient d'elasticité d'une manière permanente. Pour en avoir une preuve décisive, j'ai encore employé la méthode des oscillations transversales. J'ai mis en oscillations des lames fixées verticalement à leur extrémité inférieure, et j'ai observé la durée de leurs oscillations: ensuite,

elles furent soumises à un feu plus ou moins vif, qui allait le plus souvent jusqu'à l'incandescence; quand la lame s'était refroidie, la durée de ses oscillations fut observée de nouveau; la différence des deux durées faisait voir, si la force élastique de la lame avait augmenté ou diminué, ou si elle était restée la même.

PLATINE.

Les expériences furent faites avec la même lame de platine, qui avait servi dans les expériences précédentes (voyez page 309), elle fut serrée au même point à peu de chose près où elle avait été serrée dans les autres expériences.

La durée des oscillations (conclue de la durée de 2000 oscillations) fut de 0",38150, lorsque l'extrémité libre était dirigée en haut; dans la position renversée la lame fit une oscillation en 0",33075.

Après avoir attaché le poids № 8 à l'extrémité libre, la barre présentait les résultats suivans:

a) Le poids à l'extrémité libre de la barre est en haut:

Temp. + 14,7.

Demi Ampl.	Passages.	Demi Ampl.	Passages.
21,0	(0) 29' 5",5	2,5	(250) 36' 54",5
11,0	(50) 30' 39",5	2,0	(300) 38' 28",5
7,0	(100) 32' 13",5	1,5	(350) 40' 2",0
5,0	(150) 33' 47",5	1,0	(400) 41' 35",5
3,8	(200) 35' 21",0		

1 osc. = 1",8750.

b) Le poids est en bas:

2000 osc. en 22' 21",0.

1 osc. = 0",6705.

Enfin, après avoir attaché le poids № 5, on a trouvé:

a) Le poids est en haut:

1 osc. = 8",3258 (36 osc.).

b) Le poids est en bas:

1 osc. = 0",71775 (2000 osc.).

Maintenant la lame fut échauffée avec une lampe à esprit vin (ces lampes sont connues sous la dénomination des lampes de Berzelius, elles ont la construction des quinquets ordinaires, et ne se distinguent de celles-ci que par une cheminée en tôle au lieu de verre, et parcequ'elles sont alimentées avec de l'esprit de vin) dans toute sa longueur, et sans l'avoir ôtée de l'étau: dans cette opération la température de la lame ne fut pas cependant portée jusqu'à l'incandescence. Après le refroidissement, la lame a donné les résultats suivans.

Sans poids à l'extrémité libre, celle-ci dirigée en haut:

1 osc. = 0",3800 (2000 osc.).

Avec le poids № 8 à l'extrémité, le poids étant en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
20	(0) 55' 3",0	4,0	(400) 7' 20",5
19	(50) 56' 35",5	3,5	(450) 8' 52",5
15	(100) 58' 8",0	3,0	(500) 10' 25",0
11	(150) 59 40",0	2,3	(550) 11' 57",0
9,5	(200) 1' 12",5	2,0	(600) 13' 29",0
7,5	(250) 2' 44",5	1,6	(650) 15' 1",0
6,0	(300) 4' 16",5	...	(700) ......
5,0	(350)	1,8	(750) 18' 5",0

1 osc. = 1",8427.

Avec le poids № 5.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
15,0	(0) 42′ 44	2,8	(80) 51′ 12″5
9,0	(20) 44′ 52″0	1,8	(100) 53′ 19″0
5,5	(40) 46′ 59″5	0,4	(120) 55′ 24″5
3,0	(60) 49′ 6″0	0,8	(140) 57′ 31″0

1 osc. = 6″3320.

On voit que la durée des oscillations a considérablement diminué, et que par conséquent la force élastique de la lame a augmenté. En comparant la longueur de la lame après l'avoir chauffée, à la longueur qu'elle avait eue avant l'opération, on a trouvé qu'elle avait diminué de 0,005. C'est une petite quantité, mais une quantité appréciable, de sorte que je crois le fait suffisament établi, sans donner une grande confiance à son appréciation. Il est facile de voir, que ce raccourcissement est trop peu considérable, pour qu'il puisse à lui seul expliquer la diminution de la durée des oscillations.

La même barre de platine, après avoir été chauffée jusqu'au rouge pour la rendre plus molle, fut passée entre les deux cylindres d'acier poli d'un laminoir, de sorte qu'elle s'amincit tout d'un coup d'un tiers environ, et s'allongea dans la même proportion; la largeur de la barre n'avait que très peu augmenté; avant d'avoir été laminée, la barre avait une longueur totale de 55,8 pouces, après la lamination la longueur avait augmenté jusqu'à 71,8; l'épaisseur avait été de 0,193, elle était réduite à 0,140.

Pour pouvoir constater, si l'action passagère de la chaleur avait eu une influence sur la longueur de la barre, je traçai deux lignes très fines sur ses deux extrémités; la distance entre ces deux lignes fut trouvée égale à 50,665.

Voici les résultats obtenus avec cette barre:

a) L'extrémité libre de la barre est en haut et il n'y a point de poids attaché à cette extrémité:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
35,0	(0) 35′ 3″,0	2,8	(500) 49′ 18″,5
17,0	(100) 37′ 54″,5	1,8	(600) 52′ 9″,0
10,0	(200) 40′ 45″,5	1,2	(700) 55′ 0″,0
6,0	(300) 43′ 36″,5	0,8	(800) 57′ 50″,5
4,0	(400) 46′ 27″,5		

800 osc. en 22′ 47″,5

1 osc. = 1″,7094.

b) Après avoir attaché le poids № 1 à l'extrémité libre.

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
27,0	(0) 26′ 13″,5	2,0	(150) 35′ 57″,0
9,0	(50) 29′ 28″,5	1,0	(200) 39′ 10″,5
4,0	(100) 32′ 43″,0		

200 osc. en 12′ 57″,0

1 osc. = 3″,8850.

La barre fut chauffée avec la même lampe à esprit de vin, qui avait servi dans l'expérience précédente, en faisant passer cette lampe sous toute la longueur de la barre, à laquelle on avait donné une position horizontale.

Après le refroidissement la barre a donné, l'extrémité libre étant en haut:

a) Sans poids:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
35,0	(0) 4′ 33″0	4,5	(700) 23′ 50″5
23,0	(100) 7′ 18″5	3,8	(800) 26′ 35″5
17,0	(200) 10′ 4″0	3,0	(900) 29′ 21″0
12,5	(300) 12′ 49″5	2,3	(1000) 32′ 6″0
9,5	(400) 15′ 34″5	2,0	(1100) 34′ 51″5
7,5	(500) 18′ 20″0	1,5	(1200) 37′ 36″5
6,0	(600) 21′ 5″0	1,1	(1300) 40′ 22″0

1300 osc. en 35′ 49″0

1 osc. = 1″6531.

b) Avec le poids № 1:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
37,0	(0) 4′ 16″5	4,5	(350) 24′ 25″0
23,0	(50) 7′ 9″5	3,5	(400) 27′ 17″5
16,5	(100) 10′ 2″5	2,8	(450) 30′ 10″0
12,0	(150) 12′ 55″0	2,0	(500) 33′ 2″5
9,2	(200) 15′ 47″5	1,8	(550) 35′ 5″50
7,0	(250) 18′ 40″0	. . .	(600) 38′ . . .
5,5	(300) 21′ 32″5	1,1	(650) 41′ 40″0

650 osc. en 37′ 23″5

1 osc. = 3″4515.

La force élastique de la barre avait donc augmenté de nouveau.

Lorsque la barre avait été chauffée de nouveau, avec la même lampe, dans toute sa longueur, on a obtenu:

a) Sans poids:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
37,0	(0) 4′ 33″,5	4,5	(800) 26′ 32″,0
26,3	(100) 7′ 18″,5	3,5	(900) 29′ 17″,0
20,0	(200) 10′ 3″,5	3,0	(1000) 32′ 1″,5
15,0	(300) 12′ 48″,0	2,2	(1100) 34′ 46″,5
. . .	(400) 15′ . . .	1.8	(1200) 37′ 31″,0
9,0	(500) 18′ 17″,5	1,5	(1300) 40′ 16″,0
7,0	(600) 21′ 2″,5	1,1	(1400) 43′ 0″,5
6,0	(700) 23′ 47″,5		

1400 osc. en 38′ 27″,0

1 osc. = 1″,6478.

b) Avec le poids № 1:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 34′ 2″,0	4,1	59′ 43″,5
29,0	(50) 36′ 53″,5	3,5	(500) 2′ 34″,5
22,0	(100) 39′ 45″,0	2,8	5′ 25″,5
17,0	42′ 36″,0	2,2	(600) 8′ 16″,5
13,0	(200) 45′ 27″,5	1,8	11′ 7″,5
10,3	48′ 18″,5	1,5	(700) 13′ 58″,5
8,0	(300) 51′ 9″,5	1,2	16′ 49″,5
6,5	54′ 1,0	1,0	(800) 19′ 40″,5
5,2	(400) 56′ 52″,0		

800 osc. en 45′ 38″,5

1 osc. = 3″,4234.

La force élastique de la barre a donc de nouveau augmenté, mais dans une proportion beaucoup plus faible que la première fois. La distance entre les deux lignes tracées sur les deux extrémités de la barre avait diminué de 0,005.

Un fil de platine fut aplati au marteau et passé plusieurs fois au laminoir; sa longueur était de 21, 32, sa largeur de 0,220 et son épaisseur de 0,037.

Après avoir été fixé à une de ses extrémités, à une distance de 19,48 de son extrémité libre, on attacha un petit poids à cette extrémité, et la durée de ses oscillations fut observée:

Élongation.	Passages.	
20,0	(0) 41′ 36″,5	300 osc. en 7′ 5″,5
4,5	(100) 43′ 59″,0	1 osc. = 1″,4183.
...	(200)	
1,0	(300) 48′ 42″,0	

Une deuxième expérience a donné:

300 osc. entre les élongations 18,0 et 1,0
en 7′ 5″,0
300 osc. entre les élongations 28,0 et 5,0
en 7′ 6″,0

ce qui donne terme moyen:

1 osc. = 1″,4183.

La lame fut chauffée jusqu'au rouge sombre, en faisant passer au dessous d'elle, après lui avoir donné une position horizontale et sans l'ôter de l'étau, une lampe de Berzelius à tuyeau de tôle.

Après le refroidissement la lame a donné:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 14′ 58″,5	3,5	(700) 30′ 38″,5
21,0	(100) 17 12,7	2,8	(800) 32 52,5
14,0	(200) 19 27,0	2,2	(900) 35 7,0
10,0	(300) 21 41,5	1,8	(1000) 37 21,0
7,0	(400) 23 56,0	1,4	(1000)′ 39 35,5
5,5	(500) 26 10,0	1,1	(1200) 41 49,5
4,2	(600) 28 24,5		

1200 osc. en 26′ 51″,0

1 osc. = 1″,3425.

Après avoir retourné l'étau, de sorte que l'extrémité libre se trouvait en bas, on a eu:

1000 osc. en 6′ 57″,5

1 osc. = 0″,3575.

De là il suit, que la force élastique du fil a augmenté dans la proportion de:

1 : 101488.

Un fil de platine d'une longueur de 17,60 et d'une épaisseur de 0,110 fut fixé de sorte que la longueur de la partie oscillante du fil fut 16,2. Chargé du poids № 6 à son extrémité libre, il a donné:

Le poids est en haut:

400 osc. entre les élongations 5,0 et 0,5

en 245″,0

donc: 1 osc. = 0″,6125.

Après avoir été chauffé avec la lampe de Berzelius, jusqu'au rouge sombre à l'extrémité fixe (le fil étant resté fixé dans l'étau) et jusqu'au rouge clair à l'extrémité libre, il a donné les resultats suivans:

a) Le poids est en haut:

Entre les élongations de 5,0 et 1,5

400 osc. en 242″5

de là: 1 osc. = 0″6063.

b) Le poids est tourné en bas:

1000 osc. en 338″0

1 osc. = 0″3380.

Cela donne une augmentation de la force élastique dans la proportion de

1 : 1,01393.

Le même fil fut tiré plus fin jusqu'à une épaisseur de 0,088: après quoi il fit, l'extrémité libre en haut,

400 osc. (presque toutes elliptiques) en 7′ 51″0

1 osc. = 1″1775.

Après avoir été chauffé avec la lampe de Berzelius sans être ôté de l'étau, il fit

400 osc. en 7′ 41″5

1 osc. = 1″1538.

En le tirant par une filière, on lui avait donc rendu la propriété d'augmenter sa force élastique par l'action d'une haute température passagère.

Le même fil fut aplati par le marteau; il donna maintenant:

Élongation.	Passages.	
35	(0) 0′ 16″0	
13,0	(100) 1 55,0	500 osc. en 8′ 5″5
6,0	(200) 3 34,0	1 osc. = 0″9910.
3,5	(300) 5 13,5	
2,0	(400) 6 52,5	
1,0	(500) 8 31,5	

Après avoir été chauffé, sans être ôté de l'étau, avec une petite lampe à esprit de vin, sans pousser la chaleur jusqu'à l'incandecence, il a donné:

Élon-gation.	Passages.	
35,0	(0) 21′ 7″,5	
14,0	(100) 22 44,5	600 osc. en 9′ 42″,5
7,0	(200) 24 22,0	1 osc. = 0″,9708.
4,0	(300) 25 59,0	
2,2	(400) 27 36,0	
1,5	(500) 29 13,0	
1,0	(600) 30 50,0	

Chauffé de nouveau jusqu'au rouge clair avec une lampe de Berzelius à cheminée de tôle, on a trouvé après le refroidissement:

Élon-gation.	Passages.	
35,0	(0) 15′ 37″,0	
12	(100) 17 13,0	500 osc. en 8′ 1″,0
6	(200) 18 49,5	1 osc. = 0″,9620.
3,5	(300) 20 25,5	
1,8	(400) 22 1,5	
1,0	(500) 23 38,0	

La force élastique de la lame a donc toujours augmenté, à mesure qu'on l'a chauffée davantage.

CUIVRE ROUGE.

Un fil de cuivre rouge, de 22 pouces environ de longueur et d'une épaisseur de 0,04, fixé à une extrémité et libre à l'autre, fit dans la position verticale l'orsque l'extrémité libre était dirigée en haut:

500 osc. en 5′ 7″.5

Ce qui donne: 1 osc. = 0″.6150.

Après cette observation le fil fut chauffé j'usqu'á l'incandescence avec une lampe à 5 mèches, dont le centre était percé et laissait passer le fil; celui-ci n'avait pas été ôté de l'étau, dans lequel son extrémité inférieure était serrée, et ne pouvait par conséquent pas être chauffé au rouge jusqu'à sa sortie de l'étau, où la lampe ne pouvait l'atteindre. Après le refroidissement le fil fit:

300 osc. en 3′ 29″.5

ce qui donne. 1 osc. = 0″.6983.

La durée des oscillations avait donc considérablement augmenté, et par conséquent aussi la valeur de δ ou bien la force élastique du fil avait diminué, à l'encontre de ce que nous avons observé dans le platine.

Un autre morceau du même fil a donné avant d'avoir été chauffé:

1000 osc. en 5′ 25″.0

1 osc. = 0″.3250.

Mais après avoir été chauffé au dessus d'une lampe à esprit de vin, sans aller jusqu'à l'incandescence, le même fil a donné:

600 osc. en 222″.5

1 osc. = 0″.3708.

Un autre morceau du même fil de cuivre rouge a fait:

1000 osc. en 6′ 9″.25

De là: 1 osc. = 0″.36925.

Le fil fut ôté de l'étau et chauffé au rouge d'un bout à l'autre; après le refroidissement il fut serré de nouveau dans l'étau, à la même place, où il avait été serré auparavant; il fit maintenant:

400 osc. en 2′ 52″.0

ce qui donne: 1 osc. = 0″.4300.

Dans toutes ces expériences le fil de cuivre s'était couvert d'une couche d'oxide de cuivre, très mince en vérité, mais cependant facile à reconnaître par sa couleur noire;

mais je ne crois pas, que cette couche d'oxide a pu exercer quelqu'influence sur la durée des oscillations, et si cette influence existait, je pense qu'elle devait accélérer les oscillations au lieu de les rallentir.

Un fil de cuivre rouge, d'une longueur de 53,0 (comptée depuis le point fixe jusqu'à l'extrémité libre) et d'une épaisseur de 0,138, et chargé d'un poids de $\frac{1}{8}$ de livre environ à son extrémité libre, a fait:

a) Avant l'avoir chauffé, l'extrémité libre en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40	(0) 43′ 1″5	4,0	(500) 53′ 33″5
23	(100) 45 8,0	2,5	(600) 55 40,0
14	(200) 47 14,5	1,8	(700) 57 46,0
9	(300) 49 21,0	1,0	(800) 59 52,0
5,5	(400) 51 27,5		

800 osc. en 16′ 50″5

1 osc. = 1″2631.

b) Après l'avoir chauffé dans toute sa longueur de pouce en pouce avec une lampe de Berzelius à cheminée, presque jusqu'à l'incandescence:

Élongation.	Passages.	
40,0	(0) 7′ 27″5	400 osc. en 9′ 40″0.
9,0	(100) 9 53,0	1 osc. = 1″4500.
4,0	(200) 12 18,5	
2,0	(300) 14 43,0	
1,0	(400) 17 7,5	

Lorsque l'étau avait été retourné de sorte que l'extrémité libre du fil, avec son poids, se trouvait en bas, on a obtenu:

1000 osc. en 10′ 39″,0

ou bien: 1 osc. = 0″,6390.

D'après ces données, la force élastique du fil avait diminué dans la proportion de

1 à 0,87802.

Une lame de cuivre rouge, grossièrement travaillée, d'une longueur de 48 pouces environ (entre le point fixe et l'extrémité libre) de la largeur d'un pouce et de $1\frac{1}{2}$ lignes d'épaisseur (la même qui a servi aux expériences rapportées page 324) a donné les résultats exposés dans le tableau suivant, quand son extrémité libre était chargé d'un poids de plomb de 12 livres environ.

a) Le poids est en haut:

1-re Observation.		2-ième Observation.	
Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30	(0) 30′ 38″,5	40	(0) 17′ 35″,5
7	(50) 33 9,5	9	(50) 20 7,7
3,2	(100) 35 39,5	4	(100) 22 38,0
1,6	(150) 38 9,0	1,8	(150) 25 7 5
1,0	(200) 40 38,0	1,0	(200) 27 36,5
200 osc. en 599″,5		200 osc. en 601″,0	
1 osc. = 2″,9975.		1 osc. = 3″,0050.	

Dont la moyenne:

1 osc. = 3″,0013.

La lame fut chauffée avec la lampe de Berzelius à cheminée de tôle, de pouce en pouce, dans toute sa longueur, de sorte que la lampe fût arrêtée pendant 3′ sur chaque pouce; cette chaleur se trouvait insuffisante, pour faire passer la lame à l'incandescence. Après le refroidissement la lame a donné:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
35	(0) 1′ 10″,0	3,0	(350) 17′ 34″,0
20	(50) 3 31,0	2,2	(400) 19 54,5
13	(100) 5 52,0	2,0	(450) 22 14,5
9	(150) 8 12,5	1,5	(500) 24 35,0
6,2	(200) 10 33,0	1,2	(550) 26 35,0
5,0	(250) 12 53,5	0,9	(600) 29 15,0
3,6	(300) 15 13,5		

600 osc. en 28′ 5″,0

1 osc. = 2″,8033

La force élastique de la lame avait donc considérablement augmenté.

La lame fût chauffée de nouveau de la même manière, mais seulement de 2 en 2 pouces, et pendant 5′ sur chaque point. Maintenant elle a donné :

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 7′ 25″,5	3,5	(350) 23′ 32″,0
22,0	(50) 9 44,0	3,0	(400) 25 49,5
14,0	(100) 12 2,5	2,5	(450) 28 7,0
10,0	(150) 14 20,5	2,0	(500) 30 25,0
7,2	(200) 16 38,5		(550) 32
6,0	(250) 18 56,0	1,3	(600) 35 0,5
4,5	(300) 21 14,0	1,0	(650) 37 18,0

650 osc. en 29′ 52″,5

1 osc. = 2″,7577

La force élastique de la lame a donc augmenté de nouveau.

Maintenant la même lame fut chauffée de nouveau mais seulement de 5 en 5 pouces, en séjournant 10′ à chaque place; après le refroidissement ella a donné:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 30′ 38″,5	2,5	(350) 46′ 42″,0
20,0	(50) 32 56,5	2,0	(400) 48 59,5
12,0	(100) 35 14,5	1,6	(540) 51 16,5
7,8	(150) 37 32,5	1,3	(500) 53 34,0
5,5	(200) 39 50,0	1,0	(550) 55 51,0
4,0	(250) 42 7,5	0,9	(600) 58 8,5
3,0	(300) 44 25,0		

600 osc. en 27′ 30″,0

1 osc. = 2″,7500

La force élastique de la lame a encore un peu augmenté, mais fort peu.

Après avoir retourné l'étau de sorte que l'extrémité libre de la barre, avec son poids, était tournée en bas, elle a fait:

3000 osc. en 34′ 54″,5

1 osc. = 0″,6982.

Si l'on calcule d'après ces données l'augmentation en force élastique, que la lame a éprouvée depuis la première expérience, où la durée de ses oscillations était de 3″,001 jusqu'à la dernière, où cette durée était de 2″,750, on trouve, qu'elle s'est accrûe dans la proportion de:

1 à 1,02095.

Dans les expériences précédentes la lame était toujours restée serrée dans l'étau, de sorte que la position du poids fixe ne pouvait changer. Maintenant on la desserra et l'enleva de l'étau, on l'enveloppa de cokes, on la chauffa fortement jusqu'au rouge et pen-

dant assez longtemps, et on la replaça dans l'étau ayant soin de la serrer aussi exactement que possible à la même place, où elle avait été serrée dans les expériences précédentes. Lorsque dans la position verticale, l'extrémité libre en haut, celle-ci fut chargée du même poids qu'auparavant, la lame se ploya; elle était devenu trop molle, pour pouvoir encore porter le même poids.

Une autre lame de cuivre rouge laminé de 44 pouces de longueur (du point fixe à l'extrémité libre) 0,95 de largeur et 0,15 d'épaisseur, a donné, lorsqu'elle était chargée du poids № 3, et l'orsque l'extrémité libre était dirigée en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 26′ 56″,0	3,0	(400) 34′ 14″,5
16,0	(100) 28 46,0	2,0	(500) 36 3,5
8,0	(200) 30 35,5	1,2	(600) 37 53,0
4,2	(300) 32 52,0		

600 osc. en 10′ 57″,0

1 osc. = 1″,0950

Après avoir été chauffée avec la lampe de Berzelius à cheminée, elle a donné:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40	(0) 8′ 36″,5	4,0	(600) 19′ 26″,0
24	(100) 10 25,0	3,0	(700) 21 14,0
15	(200) 12 13,5	2,5	(800) 23 2,0
10,2	(300) 14 2,5	2,0	(900) 24 50,0
7,5	(400) 15 50,0	1,5	(1000) 26 38,0
5,5	(500) 17 38,0	1,0	(1100) 28 26,0

1100 osc. en 19′ 49″,5

1 osc. = 1,0814.

Dans la position renvers e la lame faisait:

1000 osc. en 9′ 29″,5

1 osc. = 0″,5695.

La force élastique de la lame avait donc augmenté dans la proportion de

1 : 1,01491.

CUIVRE JAUNE.

Une lame de cuivre jaune de 41,492 de longueur (depuis le point fixe jusqu'à l'extrémité libre), de 0,924 de largeur et 0,115 d'épaisseur, chargée à l'extrémité libre du poids № 2, a donné les résultats suivans.

a) Le poids est en haut:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
39,0	(0) 38′ 2″,5	3,0	(700) 50′ 54″,5
21,0	(100) 39 52,7	2,5	(800) 52 44,5
13,0	(200) 41 43,0		(900)
9,0	(300) 43 33,5	1,8	(1000) 56 24,5
6,5	(400) 45 23,5	1,4	(1100) 58 14,5
5,0	(500) 47 14,0	1,1	(1200) 60 4,8
4,0	(600) 49 4,0		

1200 osc. en 22′ 2″,3

1 osc. = 1″,1020

b) Le poids est en bas:

1000 osc. en 8′ 56″,0

1 osc. = 0″,5360.

Cette lame fut chauffée avec la lampe de Berzelius à cheminée, dans toute sa lon-

gueur, de pouce en pouce, sans pouvoir la porter à l'incandescence. Après le refroidissement la lame a donné:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 6′ 45″,5	5,0	(1100) 26′ 38″,0
31,0	(100) 8 34″,0	4,3	(1200) 28 26,5
	(200) 10 22,5	3,6	(1300) 30 15,0
20,0	(300) 12 11,0	3,0	(1400) 32 3,0
16,0	(400) 13 59,5	2,6	(1500) 33 51,0
14,0	(500) 15 47,5	2,2	(1600) 35 40,0
11,5	(600) 17 36,0	2,0	(1700) 37 28,5
9,5	(700) 19 24,5	1,5	(1800) 39 17,0
8,5	(800) 21 13,0	1,4	(1900) 41 5,0
7,0	(900) 23 1,5	1,0	(2000) 42 53,5
6,0	(1000) 24 49,5		

2000 osc. en 36′ 8″,0

1 osc. = 1″,0840.

Les premières 1200 oscillations furent faites en 21′ 41″,0 ce qui donne:

1 osc. = 1″,0842.

Le lendemain l'observation fut répétée, les 2100 oscillations, comprises entre les élongations 40 et 1,1, furent exécutées en 37′ 56″,5 ce qui donne 1 osc. = 1,0841.

La longueur de la lame n'avait éprouvé aucun changement appréciable.

La force élastique de la lame s'est donc trouvée considerablement augmentée après le refroïdissement.

Si l'on suppose la force élastique de la lame avant le refroidissement égale a l'unité, elle a été, après le refroidissement, égale à 1,01696.

Une autre lame de cuivre jaune laminé plus mince et plus étroite que la précédente, fut chargée d'un petit poids à son extrémité libre; elle a donné la durée suivante:

L'extrémité libre est tournée en haut.

a) Avant d'avoir été chauffée:

Elongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
50,0	(0) 3′ 52,5	4,0	(700) 22′ 43″0
23,0	(100) 6 34,0	3,0	(800) 25 24,5
17,5	(200) 9 15,5	2,2	(900) 28 6,0
12,0	(300) 11 57,0	2,0	(1000) 30 47,5
9,0	(400) 14 38,5	1,5	(1100) 33 26,0
7,0	(500) 17 20,0	1,0	(1200) 36 10,5
5,0	(600) 20 1,5		

La lame a donc fait, entre les élongations 17.0 et 1,0

1000 osc. en 26′ 55″0

De là: 1 osc. = 1″6150.

b) Après avoir été chauffée.

Après avoir chauffé la lame jusqu'à la température de l'eau bouillante, la durée des oscillations, après le refroidissement, se trouvait être restée la même, mais lorsque la lame avait été chauffée presque jusqu'à l'incandescence, elle m'a donné, après le refroidissement, les résultats suivans:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
25,0	(0) 21′ 54″5	4,0	(600) 37′ 20″5
16,0	(100) 24 29,0	3,0	(700) 39 54,5
	(200) 27 3,0	2,2	(800) 42 29,0
8,3	(300) 29 37,5	1,9	(900) 45 3,0
4,5	(400) 32 12,0	1,5	(1000) 47 37,0
5,0	(500) 34 46,0	1,0	(1000) 50 11,5

La lame a donc fait, entre les élongations de 16,0 et 1,0:

1000 osc. en 25′ 42″,5.

De là: 1 osc. = 1″,5425.

Dans la position renversée, on a eu:

1000 osc. en 6′ 25″,5

et de là: 1 osc. = 0″,3855.

Ainsi la force élastique de la lame a été plus grande après l'avoir chauffée, qu'avant cette opération, et savoir dans la proportion de

1 : 1,01106.

Un fil de cuivre jaune de 0,152 d'épaisseur fut serré dans l'étau, de sorte que la longueur de la partie vibrante était de 52,9; à l'extrémité libre on fixa un petit poids d'un $\frac{1}{8}$ de livre environ. La durée des oscillations fut observée comme il suit:

Le poids en haut, avant d'avoir chauffé:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
10	(0) 18′ 53″,5	4,1	(500) 28′ 7″,0
22	(100) 20′ 44″,0	3,0	(600) 29′ 58″,0
13	(200) 22′ 35″,0	2,0	(700) 31′ 48″,0
8,8	(300) 24′ 25″,5	1,5	(800) 33′ 39″,0
6,0	(300) 26′ 16″,5	1,0	(900) 35′ 29″,5

900 osc. en 16′ 36″,0
1 osc. = 1″,1067.

Après avoir chauffé le fil avec une petite lampe à esprit de vin, de sorte qu'il n'atteignit pas la température de l'incandescence, on a trouvé, après le refroidissement:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 18′ 46″,5	4,0	(600) 29′ 35″,5
25,0	(100) 20′ 34″,5	3,0	(700) 31′ 23″,5
16,0	(200) 22′ 22″,5	2,2	(800) 33′ 11″,5
11,0	(300) 24′ 11″,0	1,5	(900) 55′ 0″,0
8,0	(400) 25′ 59″,0	1,0	(1000) 36′ 48″,0
5,5	(500) 27′ 47″,5		

1000 osc. en 18′ 1″,5
1 osc. = 1″,0815

Après l'avoir chauffé avec la lampe de Berzelius à cheminée, en s'arrêtant pendant 2′ à chaque pouce, le même fil a donné après le refroidissement:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 9′ 45″,0	5,2	(600) 20′ 54″,0
26,0	(100) 11′ 36″,5	4,0	(700) 22′ 45″,5
17,5	(200) 13′ 28″,0	3,0	(800) 24′ 37″,0
17,5	(300) 15′ 19″,5	2,5	(900) 26′ 28″,0
. . .	(400) 17′ 11″,5	1,8	(1000) 28′ 19″,5
7,0	(500) 19′ 2″,5		

1000 osc. en 18′ 34″,5
1 osc. = 1″,1145.

Echauffé de nouveau avec la même lampe, en s'arrêtant pendant 5′ de deux en deux pouces, il a donné après le refroidissement:

Élon-gation.	Passages.	Élon-gation.	Passages.
40	(0) 4′ 29″5	. . .	(700) 17′ 31″5
27	(100) 6′ 21″0	3,0	(800) 19′ 23″0
18	(200) 8′ 13″0	2,5	(900) 21′ 15″0
12,5	(300) 10 5″0	2,0	(1000) 23′ 6″5
9,0	(400) 11′ 56″5	1,5	(1100) 24′ 58″5
7,0	(500) 13′ 48″0	1,0	(1200) 26′ 50″0
5,2	(600) 15′ 40″0		

1000 osc. en 18′ 36″0

1 osc. = 1″1166

Maintenant le même fil fut chauffé de nouveau dans la position verticale, l'extrémité libre en haut, avec une lampe à 5 mèches, percée au centre, pour laisser passer le fil. Cette lampe fut montée et descendue alternativement le long du fil, de sorte que les cinq flammes jouèrent continuellement autour du fil, et l'échauffèrent jusqu'à l'incandescence; le fil fut considérablement ramolli par cette opération, et se plia un peu d'un côté. Voici la durée de ses oscillations:

Élon-gation.	Passages.	Élon-gation.	Passages.
40	(0) 8′ 18″5	5	(600) 19′ 33″0
26	(100) 10′ 11″0	4	(700) 21′ 25″5
17	(200) 12′ 3″5	3	(800) 23′ 17″5
12	(300) 13′ 56″0	2	(900) 25′ 10″0
9	(400) 15′ 48″0	1,5	(1000) 27′ 2″5
6,5	(500) 17′ 41″5	1,2	(1100) 28′ 54″5

1000 osc. en 18′ 44″0

1 osc. = 1″1240.

A la fin de toutes ces expériences faites avec le même fil, il fit donc la position renversée:

600 osc. en 6′ 0″,0

De là: 1 osc. = 0,6000.

Si l'on calcule la force élastique du fil, d'après les données des expériences précédentes, en supposant son élasticité égale à l'unité au commencement des expériences, lorsque le fil n'avait pas encore été chauffé, on trouve:

1) Force élastique du fil, après l'avoir chauffé une première fois avec une lampe à esprit de vin:

1,03094.

2) Après l'avoir chauffé avec la lampe de Berzelius à cheminée, en s'arrêtant pendant 2′ sur chaque pouce:

0,99105.

3) Après l'avoir chauffé encore une fois avec la même lampe, en s'arrêtant pendant 5′ de deux en deux pouces:

0,98872.

4) Après l'avoir chauffé jusqu'à l'incandescence avec une lampe à 5 mêches:

0,98041.

La force élastique du fil avait donc premièrement augmenté, mais ensuite, lorsque sa température fut portée jusqu'à l'incandescence, la force élastique a diminué de nouveau.

Un autre fil de cuivre jaune a donné:

1) Avant d'avoir été chauffé, avec le poids № 6, dirigé en haut:

900 osc. entre les élongations 30,0 et 1,0

en 15′ 7″,5

de là: 1 osc. = 1,0083.

2) Après avoir été chauffé avec une petite lampe à esprit de vin, de pouce en pouce, s'arrêtant sur chaque pouce pendant 1′, entre les mêmes élongations:

900 osc. en 15′ 0″,5

1 osc. = 1″,0005.

3) Le fil fut de nouveau échauffé de pouce en pouce avec la même lampe à esprit de vin, mais en s'arrêtant à chaque pouce pendant 3'. Il fit après le refroidissement:

1000 osc. en 16′ 37″,0

1 osc. = 0″,9970.

4) Après avoir été chauffé jusqu'à l'incandescence avec la lampe de Berzelius à cheminée: maintenant, il fit après le refroidissement

1000 osc. en 17′ 39″,0

de là: 1 osc. = 1″,0590.

Ainsi encore ici après avoir exposé le fil à une température peu élevée, sa force élastique s'est trouvée plus grande après le refroidissement; mais lorsqu'il fut chauffé jusqu'à l'incandescence, sa force élastique s'est trouvée affaiblie.

ARGENT.

Une lame d'argent pur (aussi pur qu'on pouvait l'avoir à l'Hôtel des monnaies de St.-Pétersbourg), la même qui avait servi dans les expériences de la page 258, dont la longueur de la partie oscillante était de 44,920, a donné dans la position, où l'extrémité libre est en haut:

Sans poids:

1000 osc. en 9′ 49″,0

1 osc. = 0″,5890.

Avec le poids № 6:

Élongation.	Passages.	
40,0	(0) 13′ 9″,0	
18,0	(50) 15′ 22″,0	
5,0	(100) 17′ 35″,0	200 osc. en 8′ 50″,5
2,2	(150) 19′ 47″,5	1 osc. = 2″,6525.
1,0	(200) 21′ 59″,5	

Après avoir été chauffée, sans être ôtée de l'étau, sur la lampe de Berzelius à cheminée, la lame a donné:

Sans poids: 1000 osc. en 9′ 45″,5

1 osc. = 0″,5855.

Avec le poids № 6.

Élon-gation.	Passages.	
30,0	(0) 49′ 35″,5	82 osc. en 3′ 32″,0
2,5	(50) 51′ 45″,5	1 osc. = 2″,5854.
1,0	(82) 53′ 7″,5	

Dans la position renversée la même lame a donné:

Sans poids:

1000 osc. en 7′ 1″,0

1 osc. = 0″,4210.

Avec le poids № 6.

1000 osc. en 10′ 38″,5

1 osc. = 0,6385.

Le calcul des observations faites avec le poids fait voir que la force élastique de la lame a augmenté dans la proportion de:

1 : 1,00613.

ZINC.

Une lame de zinc laminé de 0,166 d'épaisseur et 0,970 de largeur fut serrée dans l'étau de sorte que la longueur de la partie vibrante était de 31,74; l'extrémité libre de la lame était chargée du poids № 8, la distance du centre de gravité du poids au point fixe était de 31,22; le poids de la lame 1,7; longueur totale 35,80; la lame a donné:

) Lorsque le poids était en haut:

Élongation.	Passages.	
6,0	(0) 23′ 2″,0	150 osc. en 2′ 35″,0
1,0	(50) 23′ 53″,5	1 osc. = 1″,0333.
0,5	(100) 24′ 45″,5	
0,2	(150) 25′ 37″,0	

) Après avoir chauffé la lame, sans l'ôter de l'étau, avec une petite lampe à esprit de vin:

Élongation.	Passages.	
5,0	(0) 8′ 55″,5	150 osc. en 2′ 34″,0
1,0	(50) 9′ 47″,0	1 osc. = 1″,0267.
...	(100) 10′ 38″,0	
0,3	(150) 11′ 29″,5	

3) Dans la position renversée la lame a fait:

400 osc. en 3′ 22″,0

1 osc. = 0″,5050.

La lame fut chauffée avec la lampe de Berzelius à cheminée, de pouce en pouce, en tenant la lampe pendant 1′ arrêtée au dessous de chaque pouce; dans cette opération la température de la lame s'approcha de très près du point de fusion du zinc.

La lame a donné après le refroidissement:

Élongation.	Passages.	
5,0	(0) 2′ 9″,5	
...	(50) 3′ 0″,0	200 osc en 3′ 21″,0
...	(100) 3′ 50″,0	1 osc. = 1″,0050.
...	(150) 4′ 40″,5	
1,0	(200) 5′ 30″,5	

Il m'a semblé, que la lame s'était raccourcie de 0,02; mais je ne peux l'affirmer positivement, parce que la lame s'était un peu courbée.

La force élastique de la lame de zinc s'était donc augmentée à mesure que la température, à laquelle elle avait été exposée, était plus élevée. On trouve par le calcul, que la force élastique de la lame depuis la première expérience, où la durée de ses oscillations fut de 1″0333, jusqu'à la dernière, où elle fut de 1″0050, a augmenté de

0,02916

si l'on suppose sa force élastique initiale égale à l'unité.

Une lame de zinc fondu, soumise aux mêmes expériences avec la petite lampe et avec la lampe de Berzelius ne m'a donné aucune augmentation sensible d'élasticité, quoique dans la dernière expérience la chaleur fut poussée jusqu'à l'oxidation (jaune pâle) du zinc.

ACIER.

Une lame d'acier doux fondu, d'une longueur de 36 pouces environ, comptés depuis le point fixe jusqu'à l'extrémité libre, a donné avec le poids № 7.

Élongation.	Passages.	
25,0	(0) 28′ 27″0	
14,0	(50) 32′ 51″0	
8,0	(100) 37′ 15″5	300 osc. en 26′ 26″0
4,6	(150) 41′ 40″0	1 osc. = 5″2867.
2,8	(200) 46′ 4″5	
1,8	(250) 50′ 29″0	
1,0	(300) 54′ 53″0	

La lame fut ôtée de l'étau, placée dans une caisse de fonte et après avoir été enveloppée de terre refractaire et de tournure de cuivre, exposée à une telle chaleur, que la caisse de fonte commençait à fondre.

Ensuite on a laissé refroidir lentement la caisse avec la lame, on a ôté celle-ci, et on l'a serrée dans l'étau, dans le même point, où elle avait été serrée dans l'expérience précédente.

La lame s'est trouvée raccourcie de 0,002; mais peut-être cette évaluation n'est pas bien certaine, puisque la lame a bien pu se courber un peu par l'action de la chaleur.

Après le refroidissement elle a donné:

Élongation.	Passages.	
25,0	(0) 7′ 56″,0	100 osc. en 8′ 23″,5
5,0	(50) 12′ 7″,0	1 osc. = 5″,035.
1,0	(100) 16′ 19″,5	

Donc la force élastique de la lame a considérablement augmenté.

Comme la lame a été sortie de l'étau entre les deux expériences, il m'a paru nécessaire d'examiner, si un changement faible dans la longueur de la partie vibrante de la lame pouvait avoir une grande influence sur la durée de ses oscillations; je la serrai donc de sorte, que sa partie vibrante fut plus longue de 0.02 qu'auparavant. Après ce changement on a trouvé.

100 osc. en 8′ 36″,5
1 osc. = 5″,165.

On voit par cette expérience que l'influence d'un petit changement dans la longueur de la partie vibrante de la lame sur la durée des oscillations est sensible, mais qu'elle est cependant trop petite pour pouvoir compromettre l'exactitude de notre conclusion, que la force élastique de l'acier et de tous les autres métaux précédens s'accroît par l'action de la chaleur.

Une autre lame d'acier fondu, plus étroite et plus mince, que la précédente, a donné avec le poids № 6.

Il m'a semblé, que la lame

positivement, parce que la lame

La force élastique de la

rature, à laquelle elle av

la force élastique de la

tions fut de 1,0333

9' 39,0

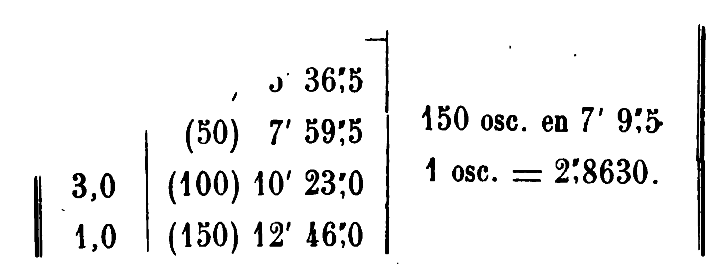
3950.

si l'on suppos

Une l

la lampe

dans



	36,5	150 osc. en 7' 9,5
	(50) 7' 59,5	1 osc. = 2,8630.
3,0	(100) 10' 23,0	
1,0	(150) 12' 46,0	

Dans la position renversée la lame a fait:

$$1000 \text{ osc. en } 7' \, 36,0$$

$$1 \text{ osc.} = 0,4560.$$

De là on trouve que la force élastique de la lame a augmenté dans la proportion de:

$$1 : 1,01122.$$

Une lame d'acier trempé aussi dur que possible d'une longueur de 37,5 pouces (du point fixe à l'extrémité libre) de la largeur d'un pouce et d'un épaisseur de 0,15, a donné avec le poids № 8:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
36,0	(0) 8' 28,0	3,0	(300) 20' 18,5
16,0	(100) 12' 25,0	1,5	(400) 24' 15,5
7,0	(200) 16' 22,0	0,8	(500) 28' 12,0

Après avoir été ...ffée avec la lampe à cheminée de Berze-
e, en s'arrêta ...face devint premièrement jaune ensuite
jaune, en ...s le refroidissement la lame faisait
r, san

le refroidissement:

1...		
11,0		
7,0	(400...	

900 osc. ... ...ite,

1 osc. = 1,99...

Et dans la position renversée:

1000 osc. en 10′ 1,5

1 osc. = 0,6015.

Nous avons donc une augmentation dans la proportion de

1 : 1,05452.

Une autre lame d'acier des mêmes dimensions et plus dure encore que la lame précédente, a donné:

1) Avant d'avoir été chauffée:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30,0	(0) 38′ 5,0	2,0	(300) 50′ 9,0
11,5	(100) 42′ 6,5	1,0	(400) 54′ 10,5
5,0	(200) 46′ 8,0		

Élongation.	Passages.	
30,0	(0) 2′ 56″,5	
12,0	(50) 5′ 21″,0	200 osc. en 9′ 39″,0
5,5	(100) 7′ 46″,0	1 osc. = 2″,8950.
2,5	(150) 10′ 11″,0	
1,4	(200) 12′ 35″,5	

Après avoir chauffé la lame presque jusqu'à l'incandescence avec la lampe de Berzelius à cheminée:

Élongation.	Passages.	
30,0	(0) 5′ 36″,5	
9,0	(50) 7′ 59″,5	150 osc. en 7′ 9″,5
3,0	(100) 10′ 23″,0	1 osc. = 2″,8630.
1,0	(150) 12′ 46″,0	

Dans la position renversée la lame a fait:

1000 osc. en 7′ 36″,0

1 osc. = 0,4560.

De là on trouve que la force élastique de la lame a augmenté dans la proportion de:

1 : 1,01122.

Une lame d'acier trempé aussi dur que possible d'une longueur de 37,5 pouces (du point fixe à l'extrémité libre) de la largeur d'un pouce et d'un épaisseur de 0,15, a donné avec le poids № 8:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
36,0	(0) 8′ 28″,0	3,0	(300) 20′ 18″,5
16,0	(100) 12′ 25″,0	1,5	(400) 24′ 15″,5
7,0	(200) 16′ 22″,0	0,8	(500) 28′ 12″,0

500 osc. en 19′ 44″0

1 osc. = 2″3680.

Après avoir été chauffé au moyen de la lampe de Berzelius à cheminée, de pouce en pouce, en s'arrêtant pendant 3′ à chaque pouce (la lame se couvrit premièrement d'une couche jaune, ensuite d'une couche bleu-clair et enfin d'une couche bleu-sombre d'oxidule de fer, sans arriver à l'incandescence) elle a donné:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
40,0	(0) 6′ 46″0	5,0	(500) 23′ 24″0
25,0	(100) 10′ 5″5	3,8	(600) 26′ 43″0
16,0	(200) 13′ 25″5	2,5	(700) 30′ 2″5
11,0	(300) 16′ 45″0	1,8	(800) 33′ 22″0
7,0	(400) 20′ 4″5	1,1	(900) 36′ 41″5

900 osc. en 29′ 55″0

1 osc. = 1″9950.

Et dans la position renversée:

1000 osc. en 10′ 1″5

1 osc. = 0,6015.

Nous avons donc une augmentation dans la proportion de

1 : 1,05452.

Une autre lame d'acier des mêmes dimensions et plus dure encore que la lame précédente, a donné:

1) Avant d'avoir été chauffée:

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
30,0	(0) 38′ 5″0	2,0	(300) 50′ 9″0
11,5	(100) 42′ 6″5	1,0	(400) 54′ 10″5
5,0	(200) 46′ 8″0		

400 osc. en 16′ 5″5

1 osc. = 2″4138.

2) Après avoir été chauffé par le moyen d'une lampe de Berzelius à cheminée, de pouce en pouce, dans toute sa longueur (on s'était arrêté pendant 3′ à chaque pouce):

Élongation.	Passages.	Élongation.	Passages.
31,0	(0) 2′ 9″0	3,8	(500) 19′ 40″0
18,5	(100) 5′ 39″0	2,5	(600) 23′ 10″0
12,0	(200) 9′ 9″5	1,8	(700) 26′ 40″5
8,0	(300) 12′ 39″5	1,1	(800) 30′ 10″0
5,3	(400) 16′ 10″0		

800 osc. en 28′ 1″0

1 osc. = 2″1013.

Dans la position renversée la même lame a donné:

1000 osc. en 10′ 5″5

de là: 1 osc. = 0″6055.

La force élastique de la lame avait donc augmenté dans la proportion de

1 : 1,06551.

FER.

Une lame de fer doux de 18,55 pouces de longueur (depuis le point, où elle était serrée dans l'étau, jusqu'à son extrémité libre) de 0,25 de largeur et de 0,0056 d'épaisseur, a donné avec le poids № 1.

90 osc. entre les élongations 16,0 et 1,0

en 4′ 59″0

donc: 1 osc. = 3,3222.

La lame sans être sortie de l'étau fut chauffée avec la lampe à cheminée de Berzelius de pouce en pouce; par cette opération la surface devint premièrement jaune ensuite bleue, et enfin gris sombre en tirant au bleu. Après le refroidissement la lame faisait entre les élongations 20,0 et 11,0.

40 osc. en 2′ 14″,0

ce qui donne: 1 osc. = 3″,3500.

Après avoir été chauffé jusqu'au rouge, elle a donné après le refroidissement:

16 osc. en 53″,0

de là: 1 osc. = 3″,316.

OR.

Une lame d'or pur a donné sans poids:

400 osc. en 14′ 57″,0

1 osc. = 2″,2425.

Après avoir été chauffée avec la lampe à cheminée de Berzelius et refroidi ensuite, elle a donné:

30 osc. en 1′ 13″,1

1 osc. = 2″,440.

La force élastique avait donc considérablement diminué, la lame était devenue très molle, et avait à peine assez de roideur pour se tenir droite.

ADDITIONS.

ACIER DE REMSCHEID.

C'est l'acier, dont on fait les limes si connues de Remscheid en Allemagne (Prusse rhénane). Les lames, confectionnées de cet acier par Mr. Repsold à Hambourg, sont au nombre de quatre.

Dans ces expériences, comme dans les expériences suivantes, on a eu en vue, outre la détermination de la valeur de δ, encore celle de la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$, pour les cas, où le poids attaché à l'extrémité libre était trop fort, pour que la lame pût se tenir verticale, le poids étant en haut.

LAME № 16.

(Étau fig. 19, voy. page 292).

Longueur totale.	. . . .		48,033
Largeur	à l'extrémite numérotée	. . .	0,83520
	à l'extrémité	. . . .	0,83583
	au milieu	. . . .	0,83520
		Moyenne	0,83541.
Épaisseur	à l'extrémité numérotée	. . .	0,22933
	à l'autre extrémité	. . . . .	0,23292
	au milieu	. . . .	0,22958
		Moyenne	0,23061.

Épaisseur calculée (*)	0,229495
Poids total de la lame dans l'air	2,882869
Poids d'un pouce	0,0600185
Poids dans l'eau (à 16°,5 R.).	2,515489
Pes. spéc.	7,8322.

1) La lame est fixée à son extrémité numérotée; on attache le poids № 12 à son extrémité libre:

$$l = 43,313;\ p = 2,59958;\ m = 56,2978;\ i = 1625,62;\ l' = 43,043;$$

$$p' = 27,11888;\ q = 31[illegible],67;\ m' = 1167,28;\ i' = 50243,20;$$

$$M = 1223,58;\ J = 52184,49.$$

$$t_1 = 1^s,715 \text{ (300 osc.)}$$

$$t = 0^s,63275 \text{ (2000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 42,6490$$

$$\sigma = 36.3073$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08382$$

$$\delta = 0,00000003060890.$$

2) La lame est fixée à l'autre extrémité; l, p, m, i, l', p', m', i', et par conséquent aussi M et J comme auparavant:

$$t = 1^s,770 \text{ (200 osc.)}$$

$$t = 0^s,6370 \text{ (1000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 42,6490$$

$$\sigma = 36,5174$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08070$$

$$\delta = 0,0000000311130.$$

La moyenne des deux valeurs est $\delta = 0,000000003086095$.

(*) En divisant le poids de la lame dans le vide (qui est sensiblement égal à son poids dans l'air, puisque a pesanteur specifique du cuivre jaune, dont les poids sont faits, diffère fort peu de la pes. spéc. de l'acier) par sa pesanteur spécifique, on a le poids d'un volume d'eau égal au volume de la lame; de là il est facile de calculer son volume; ce volume, divisé par le produit de la longueur de la lame dans sa largeur, en donne l'épaisseur.

3) La lame, fixée à l'extrémité numérotée, fut munie du poids № 13 à son extrémité libre, qui était tournée vers en bas. On a obtenu:

$$t = 0\rlap{.}''74675 \text{ (2000 osc.)}$$

De là:

$$\frac{1}{t^2} = E + S = 1{,}793286.$$

Pour calculer la valeur de λ nous avons

$$l' = 43{,}043;\ p' = 52{,}11888;\ q = 1050{,}78.$$

De là:

$$m' = 2243{,}35$$
$$i' = 96560{,}62$$
$$M = 2299{,}65$$
$$J = 99237{,}02$$

donc: $\lambda = 43{,}1531$

et comme pour le poids № 13, on a approximativement:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0800$$
$$\sigma = 36{,}9968$$
$$S = \frac{g}{\pi^2\sigma} = 1{,}058733$$

De là: $E = 0{,}734553$

et enfin, comme $\frac{1}{\delta} = \frac{9}{2} \cdot \frac{ab^3}{J} \cdot \frac{E}{S} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$

$$\delta = 0{,}0000000306187.$$

C'est presque exactement le même resultat, que nous avons trouvé plus haut, après avoir déterminé la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ par l'expérience même.

4) La lame, fixée à l'extremité non-numerotée et munie du même poids № 13, a donné:

$$t = 0\rlap{.}''75100.$$

De là: $E + S = 1{,}77305.$

Comme nous n'avons aucune donnée expérimentale relativement à une variation, que la valeur de S pourrait avoir subi, en retournant la lame (si par exemple elle n'était pas parfaitement homogène dans toute sa longueur), nous supposerons, que la valeur de S n'a pas changé; nous aurons donc:

$$E = 0,71432.$$

De là: $\delta = 0,0000000314860.$

L'observation complète avec le poids № 12 nous a donné:

$$\delta = 0,0000000311130.$$

Lame № 18.

Longueur totale.		48,033
Largeur (a) à l'extrémité numérotée		0,83513
à l'autre extrémité.		0,83646
au milieu		0,83467
	Moyenne	0,83542.
Épaisseur (b) à l'extrémité numérotée.		0,23154
à l'autre extrémité		0,23133
au milieu		0.23167
	Moyenne	0,23151.
Épaisseur calculée		0,231947
Poids total dans l'air.		2,914225
Poids d'un pouce.		0,0606713
Poids dans l'eau (à 16°,6)		2,542915
Pesanteur spécifique.		7,8335

I. *L'extrémité numérotée est encastrée.*

a) On a fixé le poids № 10 à l'extrémité libre de la lame.

$$l = 44,533;\ p = 2,70188;\ m = 60,1613.$$

$$i = 1786,11$$

$$l' = 14,263;\ p' = 15,755;\ q = 95,11;$$
$$i' = 30867,40;\ J = 32748,62.$$
$$t_1 = 0^s\!,8900\ (1000\ \text{osc.})$$
$$t = 0^s\!,54375\ (2000\ \text{osc.})$$

De là:

$$\lambda = 43,2311$$
$$\sigma = 36,9570$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08159$$
$$\delta = 0,0000000297500.$$

La lame faisait, lorsque l'extrémité libre était en haut, 850 oscillations entre les amplitudes 50,0 et 2,0.

b) On a fixé le poids № 12 à l'extrémité libre de la lame.

$$p' = 27,0570;\ q = 314,97$$
$$m' = 1197,624;\ M = 1257,785$$
$$i' = 53010,41;\ J = 55111,49.$$
$$\lambda = 43,8163$$
$$t_1 = 1^s\!,792500\ (400\ \text{osc.})$$
$$t = 0^s\!,643667\ (3000\ \text{os.})$$

De là:

$$\sigma = 37,2613$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08315$$
$$\delta = 0,00000029774.$$

Moyenne des deux valeurs:

$$\delta = 0,0000000297622.$$

c) On a fixé le poids № 13 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0^s\!,7585$$
$$p' = 52,0570;\ q = 1049,48;\ m' = 2304,200$$
$$M = 2364,361;\ i' = 101990,7;\ J = 104826,3$$
$$\frac{1}{r^2} = E + S = 1,738156.$$

$$\lambda = 44{,}3360$$

si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0810$, on a

$$\sigma = 37{,}9407$$

$$\delta = 0{,}000000029737.$$

e) Après avoir ôté le poids fixé à l'extrémité libre de la lame, on lui a donné une position exactement verticale, l'extrémité libre en haut, par le moyen de l'instrument de passage, qui avait servi à observer la durée de ses oscillations, comme nous l'avons décrit page 129 (voyez fig. 16): ensuite on a fixé sur l'étau *G* fig. 14 un miroir plan, auquel on a donné une position parfaitement horizontale par le moyen d'un des cercles verticaux, qui avait servi dans les expériences relatives à la flexion des lames élastiques (voyez pag. 46 fig. 7). Après cela on a tourné l'étau de 90°, de sorte que l'extrémité de la lame fixée dans l'étau a pris une position horizontale; il est facile d'obtenir cette position, par le moyen du même cercle vertical, après l'avoir placé à coté de l'étau et dirigé sa lunette sur le miroir.

A l'extrémité libre de la lame, on a attaché le miroir *D* et la pièce 11_b (voy. pl. VI) qui nous ont toujours servi, le premier pour observer la flexion de la lame correspondante à plusieurs poids, et la seconde pour y suspendre ces poids.

Voici les flexions, qui ont été obtenues:

Charge	$\phi + n$.
$p'' = 0$	5° 28′ 50″
$p'' = 1$	7° 25′ 10″
$p'' = 2$	9° 22′ 40″
$p'' = 3$	11° 18′ 40″

Ensuite, après avoir retourné l'étau de 180°, de sorte que l'extrémité libre de la lame était passé de l'autre coté:

Charge	$\phi - n$.
$p'' = 0$	1° 18′ 30″
$p'' = 1$	3° 16′ 40″

$p'' = 2$ 5° 12′ 40″
$p'' = 3$ 7° 9′ 00″

En prenant les moyennes, on a:

$p'' = 0$ $\phi = 3° 23' 40'' = 203'\!.7$
$p'' = 1$ $\phi = 5° 20' 55'' = 320'\!.9$
$p'' = 2$ $\phi = 7° 17' 40'' = 437'\!.7$
$p'' = 3$ $\phi = 9° 13' 50'' = 553'\!.8$

N'ayant pas observé directement les valeurs de L, nous sommes obligés de les calculer d'après la formule approximative:

$$L = l' \,.\, \sqrt{\cos.\ \phi}$$

et comme $l' = 44,263$, nous aurons:

$L = 44,224$ pour $p'' = 0$
$L = 44,166$ pour $p'' = 1$
$L = 44,084$ pour $p'' = 2$
$L = 43,975$ pour $p'' = 3$

La combinaison des deux observations extrêmes donne (*):

$$p' = 1,7300.$$

Donc:

$p' + p''$	ϕ
1,7300	203'.7
2,7300	320.9
3,7300	437'.7
4,7300	553'.8

(*) Voyez page 51.

Ces valeurs substituées dans la formule de la page 50 donnent successivement:

$$\begin{aligned} \text{pour } p'' &= 0 \qquad \delta = 0{,}000000030229 \\ p'' &= 1 \qquad \delta = 0{,}000000030223 \\ p'' &= 2 \qquad \delta = 0{,}000000030218 \\ p'' &= 3 \qquad \delta = 0{,}000000030229 \\ \text{Moyenne} &= 0{,}000000030225 \end{aligned}$$

Nous avons vu plus haut que le pouce de cette lame pèse 0,0606713, ce qui donne un poids de 2.68549 pour la longueur de la lame $l' = 44{,}263$: or nous savons, que le poids de la lame agit comme les $\frac{3}{8}$ de son poids, attachés à son extrémité, c'est à dire comme 1,007061.

A cela il faut encore ajouter le poids de la pièce de suspension avec son crochet, qui s'est trouvé égal à 0,4996202, et le poids du miroir, rapporté au point de suspension et le poids du petit bout de la lame, compris entre le point de suspension et son extrémité, rapporté également au point de suspension. Le miroir pesait 0,2891168; sa distance de son centre de gravité au point de suspension était de 0,850; de là on trouve facilement, que son poids réduit au point de suspension est égal à 0,294669. Le petit bout de la lame, compris entre son extrémité et le point de suspension, a une longueur de 0,270 et pèse par conséquent 0,016381, ou bien, si l'on rapporte son poids au point de suspension 0,016131. La somme de tous ces poids est égal à 1,817781, c'est à dire, il est considérablement plus grand que le poids p', que nous avons trouvé plus haut.

II. *L'extrémité non numérotée est encastrée.*

a) On a fixé le poids № 10 à l'extrémité libre, l, p, m, i, l', p', q', m', i', M et J et λ comme auparavant:

$$t_1 = 0^s{,}8950 \text{ (1000 osc.)}.$$
$$t = 0^s{,}5445 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là: $\sigma = 36,8743$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08277$$

$$\delta = 0,0000000298652.$$

b) On a fixé le poids № 12 à l'extrémité libre de la lame:

$$t_1 = 1^s\!,8175 \text{ (400 osc.)}$$

$$t = 0^s\!,64525 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là: $\sigma = 37,3203$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08354$$

$$\delta = 0,0000000302171.$$

Moyenne de cette valeur et de la valeur précédente:

$$\delta = 0,0000000300412.$$

c) Après avoir fixé le poids № 13 à l'extrémité libre de la lame, on a trouvé:

$$t = 0^s\!,7610 \text{ (3000 osc).}$$

Cette valeur diffère si peu de celle, que nous avons trouvée précédemment, lorsque l'extrémité numérotée était encastrée, que ce serait inutile d'en déduire une nouvelle valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$.

d) Après avoir ôté le poids №13, donné une position horizontale à la lame et fixé à son extrémité libre un miroir et une attache, pour y suspendre des poids, comme cela est expliqué pag 382, on a obtenu les flexions suivantes:

Charge	$\phi - \eta$
$p'' = 0$;	1° 29′ 0″
$p'' = 1$;	3° 26′ 30″
$p'' = 2$;	5° 23′ 50″
$p'' = 3$;	7° 20′ 10″

et après avoir tourné de 180° l'axe horizontal de l'étau:

Charge	$\phi + \eta$.
$p'' = 0$;	5° 24′ 00″
$p'' = 1$;	7° 22′ 10″

$p'' = 2;$ 9° 19′ 30″

$p'' = 3;$ 11° 13′ 10″.

En prenant les moyennes, on a

$p'' = 0 \quad \phi = 3° 26' 30'' = 206''\!,5$

$p'' = 1 \quad \phi = 5° 24' 20'' = 324''\!,3$

$p'' = 2 \quad \phi = 7° 21' 40'' = 441,7$

$p'' = 3 \quad \phi = 9° 16' 40'' = 556''\!,7$

Les valeurs de l' et de L sont restées les mêmes; nous aurons donc, en combinant la 1-re et la 2-me observation:

$$p' = 1,75329.$$

$p' + p''$	ϕ
1,75329	206″,5
2,75329	324″,2
3,75329	441″,7
4,75329	556″,7

Ces valeurs substituées dans la formule de la page 50, donnent successivement:

pour $p'' = 0$ $\quad \delta = 0,0000000302380$

pour $p'' = 1$ $\quad \delta = 0,0000000302795$

pour $p'' = 2$ $\quad \delta = 0,0000000303099$

pour $p'' = 3$ $\quad \delta = 0,0000000302380$

Moyenne $\delta = 0,0000000302664$

Cette valeur est sensiblement égale à la valeur, que nous avons trouvée à l'article *b*), par des oscillations transversales, et aussi à celle, qui a été trouvée par les flexions, dans la position retournée de la lame; mais elle diffère un peu plus de la valeur, que nous avons trouvée par des oscillations transversales, dans la première position de la lame, lorsque l'extrémité numérotée était encastrée. La moyenne des deux valeurs trouvées par les oscillations transversales avec le poids № 12, est

$$\delta = 0,0000000299958.$$

La moyenne des deux valeurs, trouvées par la flexion est:

$$\delta = 0{,}0000000302457.$$

Lame № 17.

Longueur totale		48,033
Largeur	extrémité numérotée	0,832794
	autre extrémité	0.833545
	milieu	0,834410
	Moyenne	0,833583.
Épaisseur	extrémité numérotée	0,112000
	autre extrémité	0,112000
	milieu	0,112600
	Moyenne	0,112200.
Épaisseur calculée		0,112289
Poids total de la lame dans l'air		1,4050564
Poids d'un pouce de la lame		0,02925190
Poids d'un pouce cube		0,315344
Poids de la lame dans l'eau à 16°,6 R.		1,225694
Pesanteur spécifique		7,8187.

I. *L'extrémité numerotée est encastrée.*

a) La lame oscille sans poids:

$$p = 1{,}302675$$

$$l = 44{,}533;\ m = 29{,}0060;\ i = 861{,}150$$

$$t_1 = 0\text{''}{,}2860 \text{ (1000 osc.)}$$

$$t = 0\text{''}{,}2585 \text{ (2000 osc.).}$$

De là:

$$\delta = 29{,}6887$$

$$\sigma = 28{,}5959$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}01940$$

$$\delta = 0{,}0000000300435.$$

b) On a fixé le poids № 1 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 0,68519$$

$$l' = 44,263;\ m' = 30,3286;\ M = 59,3286;\ i' = 1342,433;$$
$$q = 0,152;\ J = 2203,735;\ \lambda = 37,1446.$$

$$t_1 = 0^s,55675 \text{ (2000 osc.)}$$
$$t = 0^s,42475 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:
$$\sigma = 33,7066$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04976$$
$$\vartheta = 0,0000000300020.$$

c) On a fixé le poids № 6 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 1,06441;\ q = 1,50;\ m' = 47,1140;\ M = 76,1200;\ i' = 2085,406;$$
$$J = 2946,987;\ \lambda = 38,7140.$$

$$t_1 = 0^s,6990 \text{ (1500 osc.)}$$
$$t = 0^s,4820 \text{ (2000 osc.)}.$$

$$\sigma = 34,6992$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05628$$
$$\vartheta = 0,0000000298797.$$

La lame faisait 1490 oscillations entre les amplitudes 50,0 et 2,0, lorsque l'extrémité libre était tournée en haut.

d) On a fixé le poids № 2 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 1,81730;\ q = 1,308;\ m' 80,4391;\ M = 109,4451;\ i' = 3560,477;$$
$$J = 4422,955;\ \lambda = 40,4125.$$

$$t_1 = 1,026875 \text{ (1600 osc.)}$$
$$t = 0,5630 \text{ (2000 osc.)}.$$

$$\sigma = 35,5032$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06690$$
$$\vartheta = 0,0000000298171.$$

La lame fait 1418 oscillations entre les amplitudes 50,0 et 2,0 lorsque l'extrémité libre est tournée en haut.

e) On a fixé le poids № 3 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 3{,}29696;\ q = 4{,}764;\ m' = 145{,}9333;\ M = 174{,}9393;$$
$$i' = 6459{,}446:\ J = 7325{,}360.$$
$$\lambda = 41{,}8737$$
$$t_1 = 2{,}^s8975 \text{ (800 occ.)}$$
$$t = 0{,}^s66125 \text{ (4000 osc.)}$$
$$\sigma = 36{,}1360$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07647$$
$$\delta = 0{,}0000000298956.$$

La lame fait 680 oscillations entre les amplitudes 50,0 et 2,0.

f) On a fixé le poids № 7 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0{,}^s695375 \text{ (4000 osc.)}$$

De là: $$E + S = 2{,}068153$$

$$p' = 4{,}05662;\ m' = 179{,}5581;\ M = 208{,}5641,\ i' = 7947{,}782;$$
$$q = 8{,}113;\ J = 8817{,}045;\ \lambda = 42{,}2750.$$

Si l'on met $$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07800, \text{ on a}$$
$$\sigma = 36{,}3786$$
$$S = 1{,}076725$$
$$E = 0{,}991428$$
$$\delta = 0{,}0000000298966.$$

g) On a fixé le poids № 4 à l'extrémité de la lame:

$$t = 0{,}^s76260$$
$$E + S = 1{,}719517, \text{ on a}$$
$$p' = 6{,}25268;\ q = 18{,}050;\ m' = 276{,}7624;\ M = 305{,}7684;$$
$$i' = 12250{,}33;\ J = 13129{,}53;$$

$$\lambda = 42{,}9395$$

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07950$, on a

$$\sigma = 36{,}8478$$
$$S = 1{,}063015$$
$$E = 0{,}656502$$
$$\delta = 0{,}0000000298914.$$

h) On a fixé le poids № 8 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0{,}^s81770 \text{ (5000 osc.)}$$

De là: $E + S = 1{,}495588$

$$p' = 9{,}29767;\ q = 41{,}840;\ m' = 411{,}5397;\ M = 440{,}5457;$$
$$i' = 18215{,}98;\ J = 19118{,}97.$$
$$\lambda = 43{,}3984$$

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0785$, on a

$$\sigma = 37{,}3107$$
$$S = 1{,}049841$$
$$E = 0{,}445747$$
$$\delta = 0{,}0000000298854.$$

i) On a fixé le poids № 10 à l'extrémité libre de la lame.

$$t = 0{,}^s878133$$
$$E + S = 1{,}296850$$
$$p' = 15{,}7550;\ q = 95{,}11;\ m' = 697{,}3635;\ M = 726{,}3695;$$
$$i' = 30867{,}40;\ J = 31823{,}66;\ \lambda = 43{,}81195.$$

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0745$, on a

$$\sigma = 37{,}9472$$
$$S = 1{,}032217$$
$$E = 0{,}264633$$
$$\delta = 0{,}0000000298460.$$

k) On a fixé le poids № 12 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0^s{,}9277143$$
$$E + S = 1{,}161908$$
$$p' = 27{,}0570;\ q = 314{,}97;\ m' = 1197{,}624;\ M = 1226{,}630;$$
$$i' = 53010{,}41;\ J = 54186{,}53;\ \lambda = 44{,}1751.$$

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06675$, on a

$$\sigma = 38{,}8234$$
$$S = 1{,}008922$$
$$E = 0{,}152986$$
$$\delta = 0.0000000298530.$$

l) On a fixé le poids № 13 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0^s{,}973375$$
$$E + S = 1{,}055455$$
$$p' = 52{,}0570;\ q = 1048{,}48;\ m' = 2304.199;\ M = 2333{,}205;$$
$$i' = 101990{,}75;\ J = 103901{,}38.$$
$$\lambda = 44{,}5315$$

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05410$, on a

$$\sigma = 40{,}0778$$
$$S = 0{,}977343$$
$$E = 0{,}078112$$
$$\delta = 0\ 0000000298911.$$

m) La même lame a donné les flexions suivantes, lorsqu'on s'est servi de la méthode expliquée dans l'article précédent, qui traite des expériences faites avec la lame № 18 (voyez page 382).

Charge	$\phi - n$.
$p'' = 0$	13° 13′ 10″
$p'' = 0{,}5$	20° 56′ 40″
$p'' = 1{,}0$	27° 53′ 20″

Et après avoir retourné la lame:

Charge	$\phi + \eta$.
$p'' = 0$	15° 53′ 30″
$p'' = 0{,}5$	23° 39′ 20″
$p'' = 1{,}0$	30° 38′ 0″

Les valeurs de L ont été trouvées comme il suit:

$$L = 43{,}413$$
$$L' = 42{,}576$$
$$L'' = 41{,}063$$

De là on trouve:

Pour $p'' = 0$ $L = 43{,}413$; $\phi = 14° 33' 20''$
Pour $p'' = 0{,}5$ $L' = 42{,}576$; $\phi' = 22° 18' 0''$
Pour $p'' = 1{,}0$ $L'' = 41{,}063$; $\phi'' = 29° 15' 40''$

En combinant la 1-ère et 3-ième observation, on a $p' = 0{,}888515$:

$\delta = 0{,}0000000292645$ pour une charge de 0,888515
$\delta = 0{,}0000000291881$ pour une charge de 1,388515
$\delta = 0{,}0000000292645$ pour une charge de 1,888515.

Si l'on calcule la valeur de p', on a:

$\frac{3}{8}$ du poids de la longueur l' de la lame.	0,4855
Poids du bout de la lame, compris entre le point de suspension des poids et l'extrémité de la lame, ce poids ayant été rapporté au point de suspension	0,0079
Poids de l'attache.	0,1149
Poids du miroir rapporté au point de suspension . .	0,2947
Somme	9,9030.

L'extrémité non numérotée est encastrée.

a) La lame oscille sans poids:

l, p, m, i, λ comme auparavant

$$t_1 = 0^s,28425 \ (1000 \text{ osc.})$$
$$t = 0^s,25675 \ (2000 \text{ osc.})$$

De là:

$$\sigma = 28,0457$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02651$$
$$\delta = 0,0000000292153.$$

b) On a fixé le poids № 1 à l'extrémité libre de la lame:

l', p', q', m', i', M, J et λ

comme auparavant dans la position renversée de la lame:

$$t_1 = 0^s,5540 \ (1000 \text{ osc.})$$
$$t = 0^s,42325 \ (2000 \text{ osc.})$$

De là:

$$\sigma = 33,7091$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04977$$
$$\delta = 0,0000000290072.$$

Lorsque le poids est en haut, la lame fait 1424 oscillations entre les élongations 50,0 et 2,0.

c) On a fixé le poids № 6 à l'extrémité libre de la lame:

l', p', q', m', i', M, J et λ

comme dans la position renversée de la lame

$$t_1 = 0^s,6945 \ (1000 \text{ osc.})$$
$$t = 0^s,4805 \ (2000 \text{ osc.})$$
$$\sigma = 34,6945$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05636$$
$$\delta = 0,0000000289097.$$

Lorsque l'extrémité libre de la lame est en haut, elle fait 1382 oscillations entre les élongations 50 et 2.

d) On a fixé le poids № 2 à l'extrémité libre de la lame:

l', p', q', m', i', M, J et λ

comme dans la position renversée, voyez I. *d*.

$t_1 = 1{,}0200$ (1200 osc.)

$t = 0{,}5615$ (2000 osc.)

De là: $\sigma = 35{,}4383$

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06788$

$\delta = 0{,}0000000291753$.

Lorsque le poids est en haut, la lame fait 1090 osc. entre les élongations 50 et 2.

e) On a fixé le poids № 3 à l'extrémité libre de la lame:

l', p', q', m', i', M, J et λ

comme dans la position renversée de la lame

$t_1 = 2{,}82375$ (800 osc.)

$t = 0{,}65975$ (4000 osc.)

De là: $\sigma = 36{,}0678$

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07740$

$\delta = 0{,}0000000289932$.

Lorsque le poids est en haut, la lame fait 696 osc. entre les élongations 50,0 et 2,0.

***Resumé des valeurs de δ pour la lame d'acier* № 17.**

	I. L'extrémité numérotée est encastrée.	II. L'extrémité non numérotée est encastrée.	Moyennes.
$p'=0$	$\delta=0{,}0000000293113$	$\delta=0{,}0000000292153$	$\delta=0{,}0000000292633$
$p'=0{,}68519$	$\delta=0{,}0000000292708$	$\delta=0{,}0000000290072$	$\delta=0{,}0000000291390$
$p'=1{,}06441$	$\delta=0{,}0000000291515$	$\delta=0{,}0000000289097$	$\delta=0{,}0000000290306$
$p'=1{,}81730$	$\delta=0{,}0000000290904$	$\delta=0{,}0000000289078$	$\delta=0{,}0000000289992$
$p'=3{,}29696$	$\delta=0{,}0000000291670$	$\delta=0{,}0000000289932$	$\delta=0{,}0000000290801$

Lorsqu'on exclud les deux premières valeurs, comme les moins sûres, à cause de la petitesse du poids attaché à l'extrémité de la barre, on a

$\delta = 0{,}0000000290366$.

La même lame a donné les flexions suivantes:

Charge	$\varphi - \eta$
$p'' = 0$	12° 54′ 10″
$p'' = 0{,}5$	20° 39′ 10″
$p'' = 1$	27° 37′ 20″
$p'' = 1{,}5$	33° 42′ 20″.

Et après avoir retourné la lame:

Charge	$\varphi + \eta$
$p'' = 0$	15° 59′ 0″
$p'' = 0{,}5$	23° 41′ 0″
$p'' = 1{,}0$	30° 36′ 10″
$p'' = 1{,}5$	36° 42′ 20″.

En prenant les moyennes, on a:

$p'' = 0$	φ = 14° 26′ 35″ = 866′,6
$p'' = 0{,}5$	φ' = 22° 10′ 5″ = 1330′,1
$p'' = 1{,}0$	φ'' = 29° 6′ 65″ = 1746′,8
$p'' = 1{,}5$	φ''' = 35° 12′ 20″ = 2112′,4.

La lame, après avoir été chargée du poids le plus considérable des poids sus-nommés, est toujours revenue à sa première position, ce qui prouve, qu'elle n'avait pas dépassé les limites de son élasticité.

Si l'on compare ces observations à celles, qui ont été faites dans la première position de la lame (lorsque l'extrémité numérotée était encastrée) on voit, que les flexions se sont trouvées un peu plus faibles.

La valeur de L a été trouvée comme il suit pour:

$p'' = 0$	$L = 43{,}41$
$p'' = 0{,}5$	$L' = 42{,}41$
$p'' = 1{,}0$	$L'' = 41{,}11$
$p'' = 1{,}5$	$L''' = 39{,}71$.

Lorsqu'on combine la 1-ère et 4-ème observation, on a:

$$p' = 0,901066.$$

Nous avons donc enfin:

№	Charge	ϕ	L
1	0,901066	866',6	43,41
2	1,401066	1330',1	42,41
3	1,901066	1746',8	41,11
4	2,401066	2112',4	39,71.

Et de là:

$\delta = 0,0000000278752$ pour le № 1

$\delta = 0,0000000281646$ pour le № 2

$\delta = 0,0000000281219$ pour le № 3

$\delta = 0,0000000278752$ pour le № 4.

Ces valeurs ne s'accordent pas si bien entre elles, que les valeurs tirées des observations précédentes: c'est peut-être parceque, lorsque les flexions sont très grandes, elles ne sont plus proportionnelles aux moments des poids. Les valeurs de δ, trouvées par la flexion, sont aussi plus petites que celle, que nous avons trouvées par des oscillations transversales. Lorsqu'on combine le № 1 avec le № 3, on trouve:

$p' = 0,88616$ et ensuite

$\delta = 0,000000028344$ pour le № 1

$\delta = 0,000000028462$ pour le № 2

$\delta = 0,000000028344$ pour le № 3.

En combinant № 1 et 2, on a:

$$p' = 0,87560$$

et $\delta = 0,0000000286860.$

On voit, que la valeur de δ diminue, lorsque la différence entre les deux charges augmente; la valeur calculée de p' au contraire augmente avec la différence des charges.

De là, on peut conclure, que la flexion ne reste pas exactement proportionnelle aux charges, lorsqu'elle devient très grande, et que les grandes charges produisent comparativement une flexion un peu plus petite que les petites charges.

LAME № 19.

Longueur totale	. . . .	48,033
Largeur	à l'extrémite numérotée	0,834170
	à l'autre extrémité	0,834620
	au milieu	0,833586
	Moyenne	0,834125.
Épaisseur	à l'extrémité numérotée	0,094170
	à l'autre extrémité	0,093754
	au milieu	0,093878
	Moyenne	0,093934 (*).

Poids total de la lame dans l'air	1,179741
Poids d'un pouce	0,0245610
Poids dans l'eau (à 13°0 R.)	1,029486
Pesanteur spécifique	7,8440.

I. *La lame est fixée à son extrémité numérotée.*

a) Il n'y a aucun poids à l'extrémité libre:

$$l = 44,533;\ p = 1,09378;\ m = 24,3556;\ i = 723,055.$$

$$t_1 = 0{,}34800 \text{ (1000 osc.)}$$
$$t = 0{,}30125 \text{ (1000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 29,6886$$
$$\sigma = 28,3329$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02365$$
$$\delta = 0,0000000297680.$$

(*) Lorsqu'on calcule l'épaisseur d'après la perte du poids de la lame dans l'eau, sa longueur et sa largeur, on a $\rho = 0,093917$.

b) On a attaché le poids № 1 à l'extrémité libre:

$$l' = 44{,}257;\ p' = 0{,}68519;\ q = 0{,}152;\ m' = 30{,}3244;\ M = 54{,}6800;$$
$$i' = 1342{,}070;\ J = 2065{,}277.$$

$$t_1 = 0{,}79225 \text{ (2000 osc.)}$$
$$t = 0{,}50675 \text{ (2000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 37{,}7702$$
$$\sigma = 34{,}0470$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05205$$
$$\delta = 0{,}0000000296491.$$

La lame fait 1850 oscil. entre les élongations 50,0 et 2,0.

c) On a fixé le poids № 6 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 1{,}06441;\ q = 0{,}431;\ m' = 47{,}1076;\ M = 71{,}4632;$$
$$i' = 2084{,}841;\ J = 2808{,}327.$$

$$t_1 = 1{,}0935 \text{ (3000 osc.)}$$
$$t = 0{,}5700 \text{ (3000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 39{,}2975$$
$$\sigma = 34{,}9485$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06039$$
$$\delta = 0{,}0000000295453.$$

La lame fait 1810 osc. entre les élongations 50,0 et 2,0.

d) On a fixé le poids № 2 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 1{,}81730;\ q = 1{,}308;\ m' = 80{,}4282;\ M = 104{,}7838;\ i' = 3559{,}513;$$
$$J = 4283{,}876.$$

$$t_1 = 2{,}6290 \text{ (1000 osc.)}$$
$$t = 0{,}6535 \text{ (4000 osc.)}.$$

De là:

$$\lambda = 40,8830$$
$$\sigma = 35,6592$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07074$$
$$\delta = 0,0000000295956.$$

II. *La lame est fixée à son extrémité non numérotée.*

a) Lorsque le poids № 2 fut attaché à l'extrémité libre de la lame, cette extrémité étant dirigée en haut, on a trouvé:

$$t_1 = 2\text{''}6280 \text{ (1000 osc.) (*)}.$$

Ce chiffre diffère si peu du chiffre trouvé pour la position renversée de la lame, qu'il aurait été inutile de pousser plus loin les expériences.

Nous avons donc, pour la lame № 19:

$$\delta = 0,0000000297680 \text{ pour } p' = 0,$$
$$\delta = 0,0000000296491 \text{ pour } p' = 0,68519$$
$$\delta = 0,0000000295453 \text{ pour } p' = 1,06441$$
$$\delta = 0,0000000295956 \text{ pour } p' = 1,81730$$
$$\text{Moyenne} = 0,0000000295933$$

CUIVRE ROUGE.

Les quatre barreaux soumis aux expériences avaient été confectionnés aussi avec beaucoup de soin par Mr. Repsold à Hambourg.

Le cuivre, dont les barreaux № 1 et 2 ont été faits, avait été rougi au feu et était devenu très mou par cette opération; № 3 et 4 ont été fortement laminés, avant qu'on leur ait donné, avec une machine à raboter et finalement par la lime, les formes regulières qu'ils avaient.

(*) La lame a fait, dans cette position et avec ce poids, 914 oscillations entre les élongations 50,0 et 2,0.

Les numéros des barreaux sont gravés sur une de leurs extrémités; je me suis servi, comme ailleurs, de cette circonstance pour distingueur les deux extrémités.

CUIVRE ROUGE № 2, (passé au rouge et très mou).

Longueur totale		47,282
Largeur. extrémité numérotée		0,99825
autre extrémité		0,99842
milieu		1,00000
	Moyenne	0,99889.
Épaisseur: extrémité numérotée		0,09146
autre extrémité		0,09171
milieu		0,09200
	Moyenne	0,09172.
Poids dans l'air		1,54842
Poids dans l'eau à 15°,5 R.		1,375671
Pesanteur spécifique		8,9488.

I. *L'extrémité numérotée est encastrée.*

Longueur de la partie oscillante (l)	43,782
Poids de cette partie (p)	1,43380
Moment de pesanteur (m)	31,3873
Moment d'inertie (i)	916,133.

a) Le barreau oscille sans poids:

$$t_1 = 0^s,5105 \text{ (1000 osc.)}$$
$$t = 0^s,3880 \text{ (1000 osc.)}$$
$$\lambda = 29,1880$$
$$\sigma = 27,9242$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02238$$
$$\delta = 0,0000000477904.$$

b) On a fixé le poids № 1 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 0{,}68519$$
$$q = 0{,}152$$
$$l' = 43{,}522$$

l, p, m, i comme auparavant:

$$m' = 29{,}8208;\ i' = 1297{,}862;\ M = 61{,}2081;\ J = 2214{,}147.$$
$$t_1 = 1{,}2790 \text{ (500 osc.)}$$
$$t = 0{,}57925 \text{ (2000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 36{,}174$$
$$\sigma = 33{,}068$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}04591$$
$$\delta = 0{,}0000000487836.$$

Entre les amplitudes 50 et 2, la lame a fait 498 osc. dans la position renversée; elle en a fait 1924, lorsque le poids était en bas.

c) On a fixé à l'extrémité de la lame le poids:

$$p' = 1{,}06441$$

l, l', p m, i comme auparavant:

$$m' = 46{,}3253;\ M = 77{,}7126;\ i' = 2016{,}170;\ q = 0{,}431;\ J = 2932{,}734.$$
$$t_1 = 2{,}5475 \text{ (200 osc.)}$$
$$t = 0{,}63725 \text{ (2000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 37{,}738$$
$$\sigma = 33{,}936$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05453$$
$$\delta = 0{,}0000000488589.$$

Entre les amplitudes 2,0 et 50,0 la lame a fait 200 oscillations, dans la position renversée; elle en a fait 2000, lorsque le poids était en bas.

d) La lame fut laissée dans la même position, l'extrémité libre en bas; le poids de 1,06441 fut ôté et remplacé par le poids $p' = 27{,}11888$ (№ 12), pour lequel $q = 315{,}67$. Dans cette combinaison on a trouvé:

$$t = 0^{s},9700833 \text{ (6000 osc.) } (^*)$$

De là (**): $$E + S = 1,062630.$$

Pour calculer S, nous avons:

$m' = 1180,270$; $i' = 51367,66$; $M = 1211,65$; $J = 52599,46$; $\lambda = 43,4114$
et comme d'après nos observations précédentes:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0525$$
$$\sigma = 39,1886$$
$$S = 0,999518$$
$$E = 0,063112$$

et enfin $$\delta = 0,0000000489974.$$

f) Après avoir attaché le poids № 2 à l'extrémité libre de la même lame, qui avait gardé la même position, elle fut mise en oscillations.

$$t = 0^{s},71150 \text{ (3000 osc.)}$$

De là on trouve: $$E + S = \frac{1}{\varepsilon} = 1,97538$$

et comme nous avons:

$l' = 43,522$; $p' = 1,81730$; $q = 1,308$; $m = 31,3873$; $i = 916,133$

on a:

$m' = 79,0925$; $M = 110,4798$; $i' = 3442,264$; $J = 4359,705$ et $\lambda = 39,4616$

Si l'on suppose pour: $$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,065$$

on a
$$\sigma = 34,7917$$
$$S = 1,12584$$
$$E = 0,84954$$

et $$\delta = 0,000000048886.$$

(*) Il est à remarquer, que la durée de mille oscillations était de 16′ 11″,0 entre 0 et 2000, de 16′ 10″,0 entre 2000 et 4000, et de 16′ 9″,25 entre 4000 et 6000.

(**) Voyez la page 379 de cet ouvrage, où cette méthode pour déterminer la valeur de δ a été développée. A cette occasion, je ferai remarquer au lecteur, qu'il y a une faute d'impression dans la formule, il faut y lire $\frac{J}{ab^3}$ ou lieu de $\frac{ab^3}{J}$.

g) Le poids № 3 fut attaché à l'extrémité libre de la même lame, qui était restée dans la même position; on a obtenu:

$$t = 0\overset{s}{,}7920 \text{ (2000 osc.)}$$

De là: $$E + S = \frac{1}{t^2} = 1,594225$$

et comme nous avons:

$$p' = 3,29696;\ q = 4,764 \text{ et par conséquent}$$

$$m' = 143,4903;\ M = 174,8776;\ i' = 6244,984;\ J = 7165,881;\ \lambda = 40,9765.$$

Si l'on met: $$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,070$$

on a

$$\sigma = 35,7930$$
$$S = 1,094417$$
$$E = 0,499808$$
$$\delta = 0,000000048913.$$

h) Avec le poids № 7 la même lame a donné dans la même position:

$$t = 0\overset{s}{,}81709.$$

De là: $$\frac{1}{t^2} = E + S = 1,497822$$

et comme

$$p' = 4,05662;\ q = 8,113;\ m' = 176,5522;\ M = 207,9395;\ i' = 7683,904;$$
$$J = 8608,150 \text{ on a } \lambda = 41,3974$$

et si l'on met: $$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0700$$

$$\sigma = 36,1581$$
$$S = 1,0832920$$
$$E = 0,414530$$
$$\delta = 0,0000000485952.$$

i) Le poids № 4 fut attaché à l'extrémité libre de la lame, qui était restée dans la même position; on a obtenu:

$$t = 0\overset{s}{,}865333 \text{ (3000 osc.)}$$

De là: $$\frac{1}{t^2} = E + S = 1,335461$$

et comme nous avons:

$$p' = 6{,}25268;\ q = 18{,}050 \text{ et par conséquent}$$

$$m' = 272{,}129;\ i' = 11843{,}60;\ M = 303{,}516;\ J = 12777{,}78;\ \lambda = 42{,}0992$$

Si l'on met: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06875$ on a

$$\sigma = 36{,}8591$$

$$S = 1{,}0627455$$

$$E = 0{,}272716$$

et enfin $\delta = 0{,}0000000488817$

k) Avec le poids № 8 la même lame a donné:

$$t = 0{,}^{s}90050 \text{ (3000 osc.)}$$

De là: $\frac{1}{t^2} = E + S = 1{,}23320$

et comme nous avons:

$$p' = 9{,}29767;\ q = 41{,}840;\ m' = 404{,}6502;\ i' = 17611{,}20;$$
$$M = 436{,}0375;\ J = 18569{,}17;\ \lambda = 42{,}5862,$$

si l'on met: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0675,$ on a

$$\sigma = 37{,}3708$$

$$S = 1{,}048137$$

$$E = 0{,}185063$$

$$\delta = 0{,}0000000489370.$$

l) Avec le poids № 10 la même lame a donné:

$$t = 0{,}^{s}9390 \text{ (3000 osc.)}$$

De là: $\frac{1}{t^2} = E + S = 1{,}134146$

et comme:

$$p' = 15{,}81611;\ q = 95{,}494;\ m' = 688{,}3490;\ i' = 29958{,}30;$$
$$M = 719{,}7363;\ J = 30969{,}92;\ \lambda = 43{,}0295.$$

Si l'on met: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}061125,$ on a

$$\sigma = 38{,}2150$$
$$S = 1{,}024984$$
$$E = 0{,}109162$$
$$\delta = 0{,}0000000489370.$$

m) En résumant les valeurs de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$, nous aurons:

Pour $p' = 0$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02238$
$p' = 0{,}68519$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}04591$
$p' = 1{,}06441$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05453$
$p' = 1{,}81730$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07500$
$p' = 3{,}29696$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07000$
$p' = 4{,}05662$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07000$
$p' = 6{,}25268$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06875$
$p' = 9{,}29767$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06750$
$p' = 15{,}81611$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06112$
$p' = 27{,}11888$	$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05250$

On voit que la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ augmente jusqu'au poids de 3 ou 4 livres et diminue ensuite.

II. *L'extrémité non numérotée est encastrée.*

l, p, m, i, λ comme dans la position renversée, où l'extrémité numérotée était encastrée:

a) La lame oscille sans poids;

$$t_1 = 0{,}^s51250 \text{ (1000 osc.)}$$
$$t = 0{,}^s3890 \text{ (1000 osc.)}$$

De là: $\sigma = 27,9661$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 0,02161$$

$$\delta = 0,0000000492165.$$

Moyennes entre ces valeurs de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ et de δ et les valeurs, qui ont été obtenues dans la position renversée de la lame: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 0,02200$ et

$$\delta = 0,0000000485035.$$

b) On a fixé le poids № 1 à l'extrémité libre de la lame:

$$l',\ p',\ q,\ m',\ i',\ M,\ J,\ \lambda$$

comme dans la position renversée de la lame:

$$t_1 = 1^s,2900$$

$$t = 0^s,5805.$$

De là: $\sigma = 33,1020$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04537$$

$$\delta = 0,0000000490755.$$

Moyennes entre ces valeurs de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ et δ et celles, que nous avons obtenues dans la position renversée de la lame: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 0,04562$ et

$$\delta = 0,0000000489296.$$

c) On a fixé le poids № 6 à l'extrémité libre de la lame.

$$t_1 = 2^s,59667 \text{ (150 osc.)}$$

$$t = 0^s,63725 \text{ (2000 osc.)}$$

De là: $\sigma = 33,8514$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05585$$

$$\delta = 0,0000000490283.$$

Moyennes entre ces valeurs de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ et δ et celles, qui ont été trouvées pour la position renversée de la lame.

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}05519$$

$$\delta = 0{,}0000000489436.$$

d) On a fixé le poids № 2 à l'extrémité libre de la lame et on a trouvé:

$$t = 0{,}7123333$$

De là: $$\frac{1}{t^2} = E + S = 1{,}970760$$

Si l'on suppose, que la valeur de S n'a pas changé, on a

$$S = 1{,}12584$$

$$E = 0{,}84492$$

$$\delta = 0{,}0000000491530.$$

Moyenne des deux valeurs de δ:

$$\delta = 0.000000049020.$$

e) Lorsque le poids № 3 avait été fixé à l'extrémité libre de la lame, on a obtenu:

$$t = 0\text{''}{,}79225$$

De là: $$\frac{1}{t^2} = E + S = 1{,}59322$$

De là: $$E = 0{,}49880$$

$$\delta = 0{,}0000000490117.$$

Moyenne de cette valeur et de la valeur précédement trouvée, dans la position renversée de la lame:

$$\delta = 0{,}0000000489624.$$

f) Les poids № 7, 4, 8, 10 et 12 ont donné successivement:

№ 7.	$t = 0\text{''}{,}817666$;	de là	$E + S = 1{,}495710$
№ 4.	$t = 0\text{''}{,}86575$:	de là	$E + S = 1{,}334182$
№ 8.	$t = 0\text{''}{,}900833$;	de là	$E + S = 1{,}237973$
№ 10.	$t = 0\text{''}{,}939000$;	de là	$E + S = 1{,}134146$
№ 12.	$t = 0\text{''}{,}97025$;	de là	$E + S = 1{,}062265$.

Si l'on admet les mêmes valeurs de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ et par conséquent aussi de S, que nous avons supposées dans le calcul des observations précédentes, savoir:

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0700$, $S = 1,0832920$ pour le poids № 7.

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06875$, $S = 1,062745$ pour le poids № 4.

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0675$, $S = 1,048137$ pour le poids № 8.

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,061125$, $S = 1,021984$ pour le poids № 10.

$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0525$, $S = 0,999518$ pour le poids № 12.

on trouve:

pour le poids № 7. $E = 0,412418$, $\delta = 0,000000048732$

pour le poids № 4. $E = 0,272427$, $\delta = 0,000000048927$

pour le poids № 8. $E = 0,184147$, $\delta = 0,000000049180$

pour le poids № 10. $E = 0,109162$, $\delta = 0,000000048937$

pour le poids № 12. $E = 0,062747$, $\delta = 0,000000049283$

Il faut se rappeler, qu'à partir du poids №2, la valeur de t_1 n'a pu être determinée, parceque la valeur de S est devenue plus grande, que celle de E, et la lame n'a pu se maintenir droite dans la position, où l'extrémité libre avec le poids était tournée en haut: les valeurs de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$, dont nous nous sommes servis pour les poids № 2 à 12, n'ont pu être déterminées par l'expérience, mais ont été trouvées par tâtonnement, c'est à dire

en essayant plusieurs valeurs jusqu'à ce qu'on eût trouvé celle, qui représentait le mieux les observations, en supposant la valeur de δ connue par les observations antécédentes. Les expériences avec les poids № 2 à 12 n'ont donc pas été faites pour déterminer la valeur de δ, mais celle de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ pour chaque poids séparément.

g) Le poids № 13, fixé à l'extrémité libre de la lame et tourné en bas, a donné:

$$t = 1",00000 \text{ (3000 osc.)}$$

De là:
$$\frac{1}{t^2} = E + S = 1,000000$$

Pour calculer S, nous avons:

$$p' = 52,11888; \; q = 1050,78; \; m' = 2268,318; \; M = 2209,705;$$
$$i' = 98721,72; \; J = 100688,63 \text{ et de là } \lambda = 43,7833;$$

et en supposant
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0400$$
$$\sigma = 40,4801$$
$$S = 0,9676294$$
$$E = 0,0323706$$
$$\delta = 0,0000000488925.$$

Comme cette valeur de δ diffère peu de la valeur, que nous avons trouvée directement, en faisant osciller la lame dans les deux positions opposées, avec les poids № 1 et № 6, on peut croire, que la valeur $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0400$ s'écarte peu de la vérité.

Cuivre rouge № 4 (fortement laminé).

Longueur totale	. . . .	47,282
Largeur: extrémité numérotée	. . . .	0,99792
autre extrémité	. . . .	0,99854
milieu	. . . .	1,00000
	Moyenne	0,99882.
Épaisseur: extrémité numérotée	. . . .	0,103130
autre extrémité	. . . .	0,101419
milieu	. . . .	0,103130
	Moyenne	0,102560

Poids dans l'air	1,720431
Poids dans l'eau à 15° R.	0,527587
Pés. spéc	8,9071

I. *L'extrémité numerotée est encastrée.*

Longueur de la partie oscillante (l)	43,782
Poids de cette partie (p)	1,59307
Moment de pesanteur (m).	34,8740
Moment d'inertie (i)	1017,904.

a) La lame oscille sans poids:

$$t_1 = 0\overset{s}{,}4435 \text{ (1000 osc.)}$$
$$t = 0\overset{s}{,}3555 \text{ (1000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 29,1880$$
$$\sigma = 27,696$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02717$$
$$\delta = 0,0000000498415.$$

b) On a fixé le poids № 1 à l'extrémité libre de la lame.

$$p' = 0,68519;\ q = 0,152;\ l' = 43,522;$$

l, p, m, i comme dans l'expérience précédente:

$$m' = 29,8208;\ i' = 1297,862;\ M = 64,6948;\ J = 2315,918$$
$$t_1 = 0\overset{s}{,}9160 \text{ (1600 osc.)}$$
$$t = 0\overset{s}{,}529333 \text{ (3000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 35,7976$$
$$\sigma = 32,9554$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04223$$
$$\delta = 0,0000000495335.$$

Lorsque l'extrémité libre était dirigée en haut, la lame a fait 1537 oscillations entre les amplitudes de 50,0 et de 2,0, c'est à dire trois fois autant, que la lame № 2 en a faites dans les mêmes circonstances.

c) On a fixé le poids № 6 à l'extrémité libre de la lame:

$p' = 1,06441$; $q = 0,431$; $M = 81,1993$; $J = 3034,505$; $\lambda = 37,3711$

$$t_1 = 1\rlap{.}''2975 \text{ (1000 osc.)}$$

$$t = 0\rlap{.}''5850 \text{ (2000 osc.)}$$

De là:

$$\sigma = 33,6502$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05384$$

$$\delta = 0,0000000495775.$$

Il y a 1340 osc. entre les amplitudes 50,0 et 2,0, lorsque le poids est en haut.

d) On a fixé le poids № 2 à l'extrémité libre de la lame:

$p' = 1,81730$; $q = 1,308$; $M = 113,9665$; $J = 4461,476$;

$$\lambda = 39,1292; \quad \sigma = 34,5868$$

$$t_1 = 7\rlap{.}''7100 \text{ (100 osc.)}$$

$$t = 0\rlap{.}''66200 \text{ (3000 osc.)}$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06364$$

$$\delta = 0,0000000496056.$$

Il y a 92 osc. entre les amplitudes 5,0 et 2, lorsque le poids est en haut:

e) On a fixé le poids № 3 à l'extrémité libre de la lame:

$p' = 3,29696$; $q = 4,764$; $M = 178,3643$; $J = 7267,652$; $\lambda = 40,7461$;

Si l'on met: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0712$, on a

$$\sigma = 35,5095$$

$$S = 1,103102$$

L'observation a donné:

$$t = 0\rlap{.}''748125 \text{ (4000 osc.)}$$

De là: $E + S = \frac{1}{\rho} = 1,786700$

et par conséquent: $E = 0,683598$

$$\delta = 0,0000000496317.$$

f) Lorsque le poids № 7 était fixé à l'extrémité libre de la lame, on a trouvé:

$$t_1 = 0\text{''}{,}77620 \text{ (5000 osc.)}$$
$$E + S = \frac{1}{t^2} = 1{,}65979.$$

et comme:

$p' = 1{,}05662$; $q = 8{,}113$; $M = 211{,}4262$; $J = 8709{,}921$; $\lambda = 41{,}19604$

si l'on met: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0726$, on a

$$\sigma = 35{,}8079$$
$$S = 1{,}093883$$
$$E = 0{,}56591$$
$$\delta = 0{,}000000049543.$$

g) Lorsque le poids № 4 fut attaché à l'extrémité libre de la barre:

$$t = 0\text{''}{,}8305 \text{ (5000 osc.)}$$
$$E + S = \frac{1}{t^2} = 1{,}449842$$
$$M = 307{,}003;\ J = 12879{,}55;\ \lambda = 41{,}9525$$

et si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0727$

$$\sigma = 36{,}4587$$
$$S = 1{,}07436$$
$$E = 0{,}37548$$
$$\delta = 0{,}000000049590.$$

h) Lorsque le poids № 8 fut attaché à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0\text{''}{,}8723 \text{ (5000 osc.)}$$
$$E + S = 1{,}314220$$
$$M = 439{,}5242$$
$$J = 18670{,}74$$
$$\lambda = 42{,}4794$$

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0715$ on a

$$\sigma = 36{,}9994$$

$$S = 1{,}05866$$
$$E = 0{,}25556$$
$$\delta = 0{,}000000049554.$$

i) Lorsque le poids № 12 fut attaché à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0'{,}95500 \text{ (6000 osc.)}$$
$$E + S = \frac{1}{t^2} = 1{,}096462$$
$$M = 1215{,}1440$$
$$J = 52701{,}23$$
$$\lambda = 43{,}3704$$

Si l'on met: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0570$, on a

$$\sigma = 38{,}8189$$
$$S = 1{,}009038$$
$$E = 0{,}087424$$
$$\delta = 0{,}0000000496123.$$

II. *L'extrémité non numérotée est encastrée.*

l, p, m, i comme auparavant.

a) La lame oscille sans poids:

$$t_1 = 0'{,}4450 \text{ (1000 osc.)}$$
$$t = 0'{,}3565 \text{ (1000 osc.)}$$

De là: $\lambda = 29{,}1880$

$$\sigma = 27{,}7954$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}02533$$
$$\delta = 0{,}0000000500545.$$

b) La lame oscille avec le poids № 1:

$$t_1 = 0'{,}92000 \text{ (2000 osc.)}$$
$$t = 0'{,}52917 \text{ (3000 osc.)}$$

$$\sigma = 32,7822$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04498$$
$$\delta = 0,0000000497490.$$

c) Avec le poids № 6 la même lame a donné:

$$t_1 = 1'',29934 \text{ (1200 osc.)}$$
$$t = 0'',585833 \text{ (3000 osc.)}$$

De là:

$$\sigma = 33,7462$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05234$$
$$\delta = 0,0000000496480.$$

d) Avec le poids № 2, la même lame a donné:

$$t_1 = 7'',890 \text{ (100 osc.)}$$
$$t = 0'',662375 \text{ (4000 osc.)}$$

De là:

$$\sigma = 34,6147$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06321$$
$$\delta = 0,0000000497723.$$

On voit, que le retournement de la lame n'a apporté qu'une très petite variation à la valeur de δ et de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$; ce qui prouve, que la lame était d'une forme très régulière, et qu'elle était aussi parfaitement homogène.

Il était inutile, après cela, d'étendre les observations aux poids № 3 à 13, qui auraient donné sensiblement les mêmes résultats.

Les expériences complètes, dans lesquelles les valeurs de t et t_1 ont été déterminées, les seules qui puissent entrer en compte, lorsqu'il s'agit de déterminer la valeur de δ, ont donné:

pour $p' = 0$	$\delta = 0,0000000499480$
pour $p' = 0,68519$	$\delta = 0,0000000496413$
pour $p' = 1,06441$	$\delta = 0,0000000496188$
pour $p' = 1,81730$	$\delta = 0,0000000396889.$

Enfin toutes les expériences ont donné:

pour $p' = 0$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,02625$

pour $p' = 0,68519$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04361$

pour $p' = 1,06441$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05309$

pour $p' = 1,81730$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06364$

pour $p' = 3,29696$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07120$

pour $p' = 4,05662$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07260$

pour $p' = 6,25268$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07270$

pour $p' = 9,29767$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07150$

pour $p' = 27,11888$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,05700$

pour $p' = 52,11888$ $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,04560$

Cuivre rouge № 3 (fortement laminé).

Longueur totale.	47,282
Largeur: extrémité numérotée	0,99792
autre extrémité.	0,98842
au milieu	0,99896
Moyenne:	0,99843.
Épaisseur: extrémité numérotée . . .	0,20000
autre extrémité	0,20000
au milieu	0,20000
Moyenne:	0,20000.
Poids dans l'air	3,354058
Poids dans l'eau à 15°,8	2,9778917
Pesanteur spécifique	8,9022.

I. *L'extrémité numérotée est encastrée.*

Longueur de la partie oscillante (l) . .	43,782
Poids de cette partie (p)	3,10571
Moment de pesanteur (m)	67,9872
Moment d'inertie (i)	1984,410.

a) On a fixé le poids № 7 à l'extrémité libre :

$$t_1 = 0^s,60100 \text{ (2000 osc.)}$$
$$t = 0^s,4475 \text{ (2000 osc.)}$$

$$l' = 43,510;\ p' = 4,05662;\ q = 8,113;\ m' = 176,5035;\ M = 244,4907;$$
$$i' = 7679,669;\ J = 9672,192;$$

De là:

$$\lambda = 39,5540$$
$$\sigma = 35,2058$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06003$$
$$\delta = 0,0000000496283$$

b) On a fixé le poids № 4 à l'extrémité libre de la lame :

$$t_1 = 0^s,80425 \text{ (2000 osc.)}$$
$$t = 0^s,51525 \text{ (2000 osc.)}$$

$$p' = 6,25268;\ q = 18,050;\ m' = 272,054;\ M = 340,041;$$
$$i' = 11837,08;\ J = 13839,54.$$
$$\lambda = 40,6996$$
$$\sigma = 35,2770$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07411$$
$$\delta = 0,0000000499107.$$

c) On a fixé le poids № 8 à l'extrémité libre:

$$t_1 = 1^s,15250 \text{ (1236 osc.)}$$
$$t = 0^s,58200 \text{ (3000 osc.)}$$

$l = 43{,}510$; $p' = 9{,}29767$; $q = 41{,}840$; $m' = 404{,}5386$; $M = 472{,}5258$;

$i' = 17601{,}480$; $J = 19627{,}730$.

De là:

$$\lambda = 41{,}5379$$

$$\sigma = 35{,}6188$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07990$$

$$\delta = 0{,}0000000497098.$$

d) On a fixé le poids № 10 à l'extrémité libre de la lame:

$$t_1 = 5^s{,}646430 \text{ (140 osc.)}$$

$$t = 0^s{,}673875 \text{ (4000 osc.)}$$

$p' = 15{,}81611$; $q = 95{,}494$; $m' = 688{,}1590$; $M = 756{,}1462$;

$i' = 29941{,}80$; $J = 32021{,}70$.

De là:

$$\lambda = 42{,}3486$$

$$\sigma = 36{,}0886$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08326$$

$$\delta = 0{,}0000000497329.$$

e) On a fixé le poids № 12 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0^s{,}76360 \text{ (5000 osc.)}$$

De là:

$$E + S = 1{,}715016$$

$p' = 27{,}11888$; $q = 315{,}67$; $m' = 1179{,}943$; $M = 1247{,}930$;

$i' = 51339{,}35$; $J = 53639{,}43$.

De là:

$$\lambda = 42{,}9827$$

et en mettant

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07895$$

$$\sigma = 36{,}9225$$

$$S = 1{,}060865$$

donc:

$$E = 0{,}654151$$

$$\delta = 0{,}0000000497383.$$

On voit, que la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ commence déjà à diminuer.

f) Avec le poids № 12, on a reçu:

$$t = 0{,}8521$$

$$E + S = 1{,}377270$$

$$p' = 52{,}11888;\quad q = 1050{,}78;\quad m' = 2267{,}692;\quad M = 2335{,}679;$$

$$i' = 98667{,}32;\quad J = 101702{,}51.$$

$$\lambda = 43{,}5430$$

et en mettant: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}0740$ on a:

$$\sigma = 37{,}7494$$

$$S = 1{,}037626$$

$$E = 0{,}339644$$

$$\delta = 0{,}0000000496451.$$

On voit que la valeur de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ a encore diminué.

II. *L'extrémité non numérotée est encastrée.*

a) On a fixé le poids № 7 à l'extrémité libre de la lame:

$$t_1 = 0{,}60325 \text{ (2000 osc.)}$$

$$t = 0{,}44725 \text{ (2000 osc.)}$$

Les valeurs de λ, M et J n'ont pas changé, donc

$$\sigma = 34{,}7981$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06622$$

$$\delta = 0{,}0000000500158.$$

Moyenne entre les deux valeurs obtenues dans les deux positions de la lame:

$$\delta = 0{,}0000000498220$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}06313$$

La lame a fait 1540 osc. entre les élongations 50 et 2.

b) On a fixé le poids № 4 à l'extrémité libre de la lame:

$$t_1 = 0{,}8050 \text{ (2000 osc.)}$$

$$t = 0{,}5160 \text{ (2000 osc.)}$$

$$\sigma = 35{,}4872$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07093$$
$$\delta = 0{,}0000000500075.$$

Moyenne entre les deux valeurs obtenues dans les deux positions:

$$\delta = 0{,}0000000499591$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07252$$

c) On a fixé le poids № 8 à l'extrémité libre de la lame:

$$t_1 = 1\text{''}{,}15900$$
$$t = 0\text{''}{,}58333$$
$$\sigma = 35{,}7008$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}07866$$
$$\delta = 0{,}0000000499478.$$

Moyenne entre les deux valeurs obtenues dans les deux positions.

$$\delta = 0{,}0000000498288.$$

d) Après avoir fixé le poids № 10 à l'extrémité libre de la lame, on a obtenu:

$$t_1 = 5\text{''}{,}89286 \text{ (140 osc.)}$$
$$t = 0\text{''}{,}673875 \text{ (4000 osc.).}$$

De là:

$$\sigma = 36{,}0459$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1{,}08390$$
$$\delta = 0{,}0000000498081.$$

Moyenne entre les deux valeurs obtenues dans les deux positions de la lame;

$$\delta = 0{,}0000000497705.$$

J'ai cru inutile de pousser plus loin les expériences, la dernière valeur de t étant tout à fait identique avec celle, qui a été obtenue avec le même poids dans la première position de la lame, où l'extrémité numerotée était encastrée.

Les expériences faites avec la lame № 3 donnent les valeurs moyennes suivantes pour $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ et δ:

pour le poids № 7 = 4,05662: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06313$ $\delta = 0,0000000498220$

» № 4 = 6,25268: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07252$ $\delta = 0,0000000499591$

» № 8 = 9,29767: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07928$ $\delta = 0,0000000498288$

» №10 = 15,81611: $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,08358$ $\delta = 0,0000000497705$

CUIVRE ROUGE № 1 (très mou).

Longueur totale		47,280
Largeur:	à l'extrémité numérotée	0,99896
	à l'autre extrémité	0,99883
	au milieu	0,99854
	Moyenne	0,99878.
Épaisseur:	extrémité numérotée	0,18563
	autre extrémité	0,18571
	au milieu	0,18596
	Moyenne	0,18577.
Poids dans l'air		3,126628
Poids dans l'eau à		2,776041
Pesanteur spécifique		8,9047.

I. *L'extrémité numérotée est encastrée.*

$l = 43,780$; $p = 2,89517$; $m = 63,3754$; $i = 1849,716$.

a) On a fixé le poids № 7 à l'extrémité libre de la lame:

$p' = 4,05662$; $l' = 43,515$; $m' = 176,5238$; $M = 239,8992$;

$i' = 7681,433$; $q = 8,113$; $J = 9539,262$.

$t_1 = 0^s,6980$ (500 osc.)

$t = 0^s,4815$ (1000 osc.)

De là:

$$\lambda = 39,7636$$
$$\sigma = 34,6520$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07122$$
$$\delta = 0,0000000494526.$$

b) On a fixé le poids № 4 a l'extrémité libre de la lame:

l, p, m, i, l' comme dans l'expérience précédente:

$$p' = 6,25268;\ q = 18,05;\ m' = 272,0854;\ M = 335,4608;$$
$$i' = 11839,80;\ J = 13707,57.$$

$$t_1 = 0\text{''}\!,97125 \text{ (400 osc.)}$$
$$t = 0\text{''}\!,55300 \text{ (1000 osc.)}$$

De là:

$$\lambda = 40,8620$$
$$\sigma = 35,4487$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07364$$
$$\delta = 0,0000000493455.$$

c) On a fixé le poids № 8 à l'extrémité libre de la lame:

$$p' = 9,29767;\ q = 41,840;\ m' = 404,5851;\ M = 467,9605;$$
$$i' = 17605,52;\ J = 19497,08;\ \lambda = 41,6639$$

$$t_1 = 1\text{''}\!,5680 \text{ (250 osc.)}$$
$$t = 0\text{''}\!,62125 \text{ (2000 osc.)}$$

De là

$$\sigma = 35,9586$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07641$$
$$\delta = 0,0000000494002.$$

d) On a fixé le poids № 10 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0\text{''}\!,7099215 \text{ (1784 osc.)}$$
$$E + S = 1,984172$$

$p' = 15,7550$ (*); $q = 95,11$; $m' = 685,5790$; $M = 748,9544$;
$i' = 29833,00$; $J = 31777,83$; $\lambda = 42,4296$.

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0810$, on a:

$$\sigma = 36,3093$$
$$S = 1,078781$$
$$E = 0,905391$$
$$\delta = 0,0000000493550.$$

e) On a fixé le poids № 12 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0'',7931217 \text{ (1890 osc.)}$$
$$E + S = 1,589720$$

$p' = 27,0570$; $q = 314,97$; $m' = 1177,385$; $M = 1240,760$;
$i' = 51228,00$; $J = 53392,69$; $\lambda = 43,0323$.

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0790$, on obtient

$$\sigma = 36,9617$$
$$S = 1,059740$$
$$E = 0,529980$$
$$\delta = 0,0000000493880.$$

f) On a fixé le poids № 13 à l'extrémité libre de la lame:

$$t = 0'',8753572 \text{ (1400 osc.)}$$
$$E + S = 1,305059$$

$p' = 52,0570$; $q = 1049,48$; $m' = 2265,260$; $M = 2328,635$;
$i' = 98572,80$; $J = 101472,00$; $\lambda = 43,5757$.

Si l'on met $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,0715$, on a

$$\sigma = 37,9542$$

(*) Pour pouvoir mettre en expérience des barres plus larges que celles que nous avons employées jusqu'à présent, on a été obligé de limer une partie du grand porte-poids, appartenant aux poids № 9 à 13; il en est résulté, que les valeurs de p' et q' sont devenues plus petites.

$$S = 1,032050$$
$$E = 0,273009$$
$$\delta = 0.0000000494720.$$

II. *L'extrémité non numérotée est encastrée.*

a) On a fixé le poids № 7 à l'extrémité libre:

$$t_1 = 0{,}''6940 \text{ (500 osc.)}$$
$$t = 0{,}''4815 \text{ (1000 osc.)}.$$

M, J, λ comme auparavant:

$$\sigma = 35,0196$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,06559$$
$$\delta = 0,0000000490100.$$

Moyenne de cette valeur et de celle, qui a été obtenue lorsque la lame était renversée:

$$\delta = 0,0000000492613.$$

b) On a fixé le poids № 4 à l'extrémité libre de la lame:

$$t_1 = 0{,}''96375$$
$$t = 0{,}''5515$$

M, J, λ comme auparavant:

$$\sigma = 35,4287$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07394$$
$$\delta = 0,0000000489707.$$

Moyenne entre cette valeur et celle qui a été obtenue dans la position renversée de la lame:

$$\delta = 0,0000000491581.$$

c) On a fixé le poids № 8 à l'extrémité libre de la lame:

$$t_1 = 1{,}''55167 \text{ (300 osc.)}$$
$$t = 0{,}''6200 \text{ (1000 osc.)}.$$

M, *J*, λ comme auparavant:

$$\sigma = 35,8350$$
$$\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}} = 1,07827$$
$$\delta = 0,0000000490474.$$

Moyenne de cette valeur et de celle, qui a été obtenue dans la position renversée de la lame:

$$\delta = 0\ 0000000492238.$$

Résumé des valeurs moyennes de δ et de $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma}}$ pour les quatre lames de cuivre rouge.

I. *Valeurs de δ.*

a) Lames № 1 et 3 d'une épaisseur de 2 lignes; № 3 est fortement laminé, № 1 a été passé au feu rouge et est très mou:

	№ 1 (mou).	№ 3 (laminé).
Poids № 7.	0,0000000492613	0,0000000498220.
» № 4.	0,0000000491581	0,0000000499591.
» № 8.	0,0000000492238	0,0000000498288.
» №10.		0,0000000497705.
Moyennes: δ =	0,0000000492144	0,0000000498451.

b) Lames № 2 et 4, de l'épaisseur d'une ligne; № 4 a été fortement laminé (comme № 3) et № 2 a été passé au feu rouge (comme № 1) avant de lui donner sa forme parallélépipédique:

	№ 2 (mou).	№ 4 (laminé).
Sans poids	0,0000000485035	0,0000000499480.
Poids № 1.	0,0000000489296	0,0000000496413.
» № 6.	0,0000000489436	0,0000000496128.
» № 2.		0,0000000496889.
Moyennes (*) δ =	0,0000000489366	0,0000000496477.

(*) Ces moyennes ont été prises, en excluant les valeurs obtenues sans poids.

II. *Valeurs de* $\sqrt{\frac{\lambda}{\epsilon}}$.

	№1 (mou).	№3 (laminé).	№2 (mou).	№4 (laminé).
Sans poids			1,02200	1,02625
Poids № 1.			1,04562	1,04361
» № 6.			1,05519	1,05309
» № 2.			1,0650	1,06364
» № 3.			1,0700	1,07120
» № 7.	1,06841	1,06313	1,0700	1,07260
» № 4.	1,07379	1,07252	1,06875	1,07270
» № 8.	1,07734	1,07928	1,0675	1,07150
» №10.	1,0810	1,08358	1,061125	
» №12.	1,0790	1,07895	1,0525	1,0570
» №13.	1,0715	1,07400		1,0456.

On voit, que la valeur de δ augmente par le laminage; en même temps le nombre des oscillations comprises entre les élongations 50 et 2 a aussi considérablement augmenté; c'est l'effet de l'écrouissage. La valeur de δ est aussi un peu plus grande pour les lames épaisses, savoir dans le rapport de 1 à 1,00568 pour les lames № 2 et 1, et de 1,00396 pour les deux autres; mais cette différence peut tenir à une petite erreur dans la détermination de l'épaisseur de la lame; une erreur de $\frac{1}{500}$ d'une ligne peut l'expliquer; or ni l'exactitude de nos mesures, ni la perfection du travail ne vont jusqu'à cette limite.

FIN DU 1-ER TOME.

Table des matières du 1-er volume.

Additions.

ERRATA.

Page 4 ligne 4-ième lisez b'' b' au lieu de bb'

Page 198 et 199 lisez p' au lieu de l' et l' au lieu de p'.

Page 379 ligne 8-ième d'en bas lisez $\frac{J}{ab^3}$ au lieu $\frac{ab^3}{J}$

Page 392 dernière ligne lisez 0,9030 au lieu do 9,9030.

Page 420, 16-ième lignes lisez: Poids dans l'eau à 15°,5 R.

1931
15

